

# 一种新型的自适应广义预测控制

金元郁

(抚顺石油学院自动化所, 抚顺 113001)

## 摘 要

本文提出了一种新型的自适应广义预测控制算法, 此算法不必在线求逆矩阵。

**关键词:** 预测控制, 逆矩阵, 递推公式。

## 一、引 言

Clarke 等人在其著名的论文中提出了广义预测控制 (GPC)<sup>[1]</sup>, 作者改进了其算法, 但若采用自适应控制策略, 仍需要在线求逆矩阵<sup>[2]</sup>。在实际控制中, 一般求逆矩阵的运算量很大, 减少其计算量是必要的。为此, 袁著祉采用了递推公式<sup>[3]</sup>。Van Cauwenberghe 在自适应远程预测控制的性能指标中对控制误差进行了加权<sup>[4]</sup>。

本文仍采用了文献[2]中提出的预测模型, 但对性能指标中的加权矩阵采用了特殊的形式, 避免了在线求逆矩阵, 但仍保留了原预测算法的基本特征, 仿真结果证明了该算法的有效性。

## 二、预测模型及参考轨迹<sup>[2]</sup>

本节直接引用文献[2]中提出的结论及其算法。

### 1. 预测模型

SISO 系统的 CARIMA 模型可表示为

$$y(t+1) = \sum_{i=1}^n A_{1,i} y(t+1-i) + \sum_{i=0}^m B_{1,i} \Delta u(t-i) + \sum_{i=0}^r C_{1,i} e(t+1-i), \quad (1)$$

其中,  $y(t)$ ,  $\Delta u(t)$  和  $e(t)$  分别表示输出、输入增量和白噪声;  $A_{1,i}$ ,  $B_{1,i}$  和  $C_{1,i}$  是模型参数;  $d+1$  为时滞。

由式(1)得出的最小方差预测模型为

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_m + \mathbf{G}\mathbf{u}, \quad (2)$$

其中,

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= (y(t+d+1/t), y(t+d+2), \dots, y(t+p/t))^T, \\ \mathbf{y}_m &= (y_m(t+d+1), y_m(t+d+2), \dots, y_m(t+p))^T, \\ \mathbf{u} &= (\Delta u(t), \Delta u(t+1), \dots, \Delta u(t+p-d-1))^T, \end{aligned}$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} B_{1,0} & 0 & \dots & 0 \\ B_{2,0} & B_{1,0} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{p-d,0} & B_{p-d-1,0} & \dots & B_{1,0} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

$y(t+k/t)$  为在  $t$  时刻做出的  $t+k$  时刻的最优(最小方差)输出预测值;  $y_m(t+k)$  是在将来的输入增量和噪声为零的条件下,在  $t$  时刻由式(1)得到的预测输出值,可由如下的递推算式计算:

$$\begin{aligned} y_m(t+k) &= \sum_{j=1}^n A_{1,j} y_m(t+k-j) + \sum_{j=0}^m B_{1,j} \Delta u(t+k-1-d-j/t) \\ &\quad + \sum_{j=0}^r C_{1,j} e(t+k-j/t), \quad k=1,2,3,\dots, \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} y_m(t+i) &= y(t+i), & \text{当 } i \leq 0 \text{ 时} \\ \Delta u(t+i/t) &= \begin{cases} 0, & \text{当 } i \geq 0 \text{ 时} \\ \Delta u(t+i), & \text{当 } i < 0 \text{ 时} \end{cases} \\ e(t+i/t) &= \begin{cases} 0, & \text{当 } i > 0 \text{ 时} \\ e(t+i), & \text{当 } i \leq 0 \text{ 时} \end{cases} \end{aligned}$$

式(3)中的矩阵  $\mathbf{G}$  的元素可由以下的递推公式计算:

$$B_{k,0} = B_{1,k-1} + \sum_{j=1}^{k1} A_{1,j} B_{k-j,0}, \quad k=2,3,\dots, \quad (5)$$

其中,  $k1 = \min\{k-1, n\}$ ; 当  $k > m$  时,  $B_{1,k} = 0$ .

## 2. 参考轨迹

参考轨迹设定为

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_r(t+d) &= \mathbf{y}_m(t+d), \\ \mathbf{y}_r(t+d+j) &= \alpha \mathbf{y}_r(t+d+j-1) + (1-\alpha)s, \quad j=1,2,\dots,p-d, \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $s$  为设定值. 通过改变  $\alpha$  值,可改变参考轨迹.

定义参考轨迹向量为

$$\mathbf{y}_r = (y_r(t+d+1), y_r(t+d+2), \dots, y_r(t+p))^T. \quad (7)$$

## 三、目标函数及控制算法

目标函数设定为

$$J = \min((F(\mathbf{y}_r - \mathbf{y}))^T (F(\mathbf{y}_r - \mathbf{y})) + \beta^2 \mathbf{u}^T \mathbf{u}), \quad (8)$$

其中加权矩阵  $F$  为下三角矩阵

$$F = \begin{bmatrix} f_1 & 0 & \cdots & 0 \\ f_2 & f_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{p-d} & f_{p-d-1} & \cdots & f_1 \end{bmatrix}$$

极小化性能指标式(8), 利用式(2), 得

$$\mathbf{u} = ((FG)^T(FG) + \beta^2 I)^{-1}(FG)^T F(\mathbf{y}_r - \mathbf{y}_m). \quad (9)$$

若定义

$$D = FG, \quad (10)$$

其中

$$D = \begin{bmatrix} d_1 & 0 & \cdots & 0 \\ d_2 & d_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{p-d} & d_{p-d-1} & \cdots & d_1 \end{bmatrix},$$

则式(9)可表示为

$$\mathbf{u} = (D^T D + \beta^2 I)^{-1} D^T F(\mathbf{y}_r - \mathbf{y}_m). \quad (11)$$

设  $\mathbf{d}^T$  为  $(D^T D + \beta^2 I)^{-1} D^T$  的第一行组成的行向量, 则由式(11), 得

$$u(t) = u(t-1) + \mathbf{d}^T F(\mathbf{y}_r - \mathbf{y}_m). \quad (12)$$

实际控制时, 事先确定矩阵  $D$ , 并离线计算  $(D^T D + \beta^2 I)^{-1} D^T$ , 以确定行向量  $\mathbf{d}^T$ . 确定矩阵  $D$  之后, 可用式(10)计算矩阵  $F$ . 由于下三角矩阵  $D$ 、 $G$  和  $F$  的元素排列的特殊, 不必进行求逆运算, 可以直接由递推算法计算矩阵  $F$  的元素, 其算式为

$$f_1 = d_1 / B_{1,0},$$

$$f_k = \left( d_k - \sum_{i=1}^{k-1} f_i B_{k+1-i,0} \right) / B_{1,0}, \quad k = 2, 3, \dots, \quad (13)$$

新型的自适应广义预测控制算法可归纳如下:

- 1) 离线运算  $(D^T D + \beta^2 I)^{-1} D^T$ , 求行向量  $\mathbf{d}^T$ .
- 2) 在线辨识式(1)中的未知参数.
- 3) 由式(4)递推计算  $y_m(t+k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, p$ .
- 4) 由式(5)递推计算  $B_{k,0}$ ,  $k = 2, 3, \dots, p-d$ .
- 5) 由式(6)递推计算参考轨迹
- 6) 由式(13)递推计算  $f_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, p-d$ .
- 7) 由式(12)计算输入(控制)  $u(t)$ , 返回到 2).

## 四、仿真例子

设被控对象的真实模型为

$$A(q^{-1}) \Delta y(t) = B(q^{-1}) \Delta u(t) + C(q^{-1}) e(t), \quad (14)$$

其中,  $A(q^{-1}) \Delta = (1 - 1.5q^{-1} + 0.7q^{-2})(1 - q^{-1})$ ,  $B(q^{-1}) = q^{-5} + 2q^{-6}$ ;  $C(q^{-1}) = 1 + 0.5q^{-1}$ .

模型式(14)是不稳定,非最小相位系统. 仿真时,模型参数的初值选为  $A(q^{-1}) = 1 - q^{-1} + q^{-2}$ ,  $B(q^{-1}) = 2q^{-5} + 3q^{-6}$ ,  $C(q^{-1}) = 1$ , 给定值的变换周期为 40. 用递推最小二乘法在线辨识参数,遗忘因子取 0.98. 控制参数选为,  $\beta^2 = 1$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $p = 5$ ,  $(d_1, d_2, d_3, d_4) = (1, 2, 3, 4)$ . 本例中被控对象的前 4 个非零的阶跃响应序列值为  $(B_{1.0}, B_{2.0}, B_{3.0}, B_{4.0}) = (1, 4.5, 9.05, 13.425)$ . 图 1 和图 2 分别表示无噪声 ( $e(t) = 0$ ) 和有噪声 ( $e(t)$  是  $-0.1$  至  $0.1$  均匀分布的随机数)时的仿真结果.

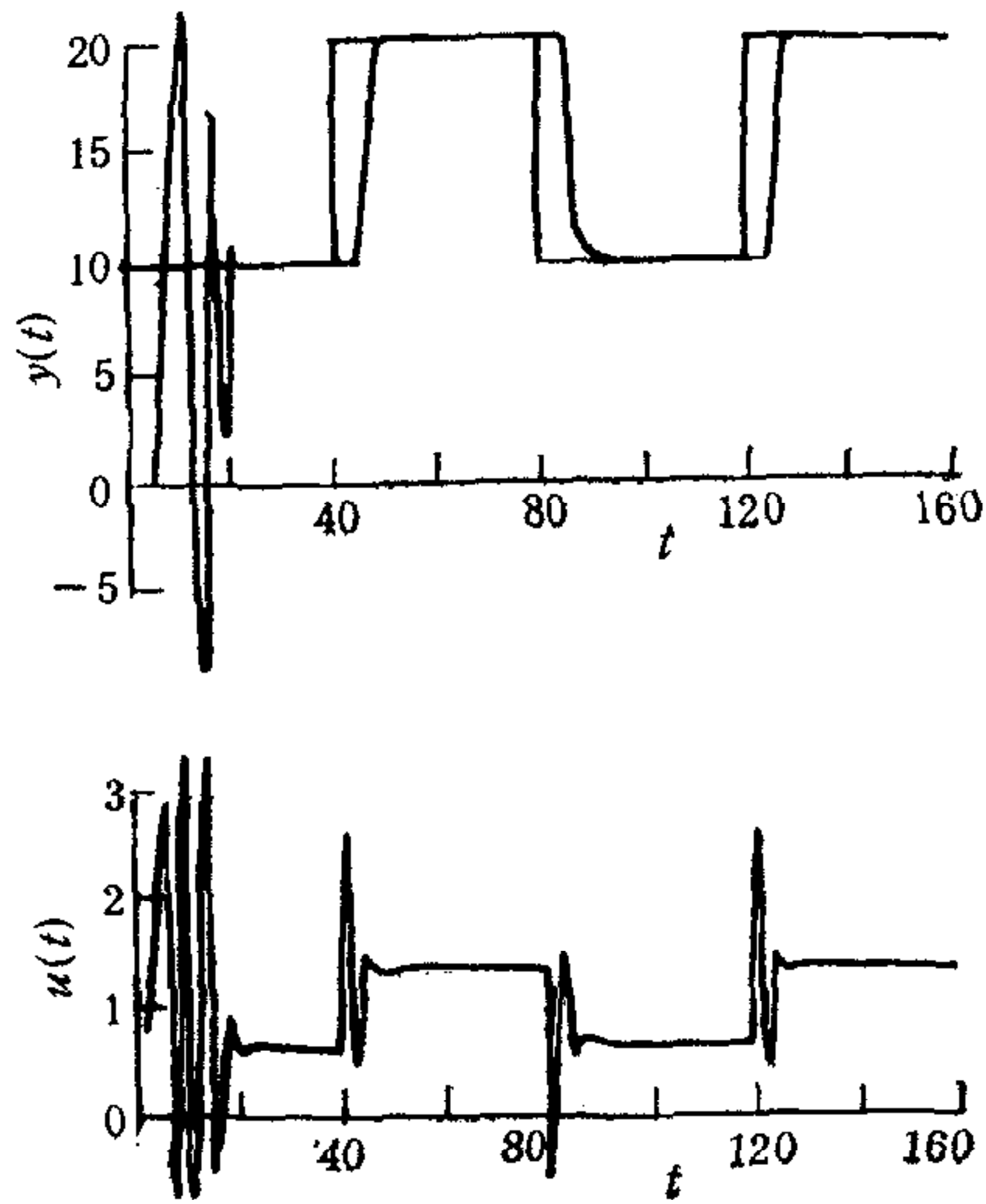


图 1 无噪声时的仿真结果

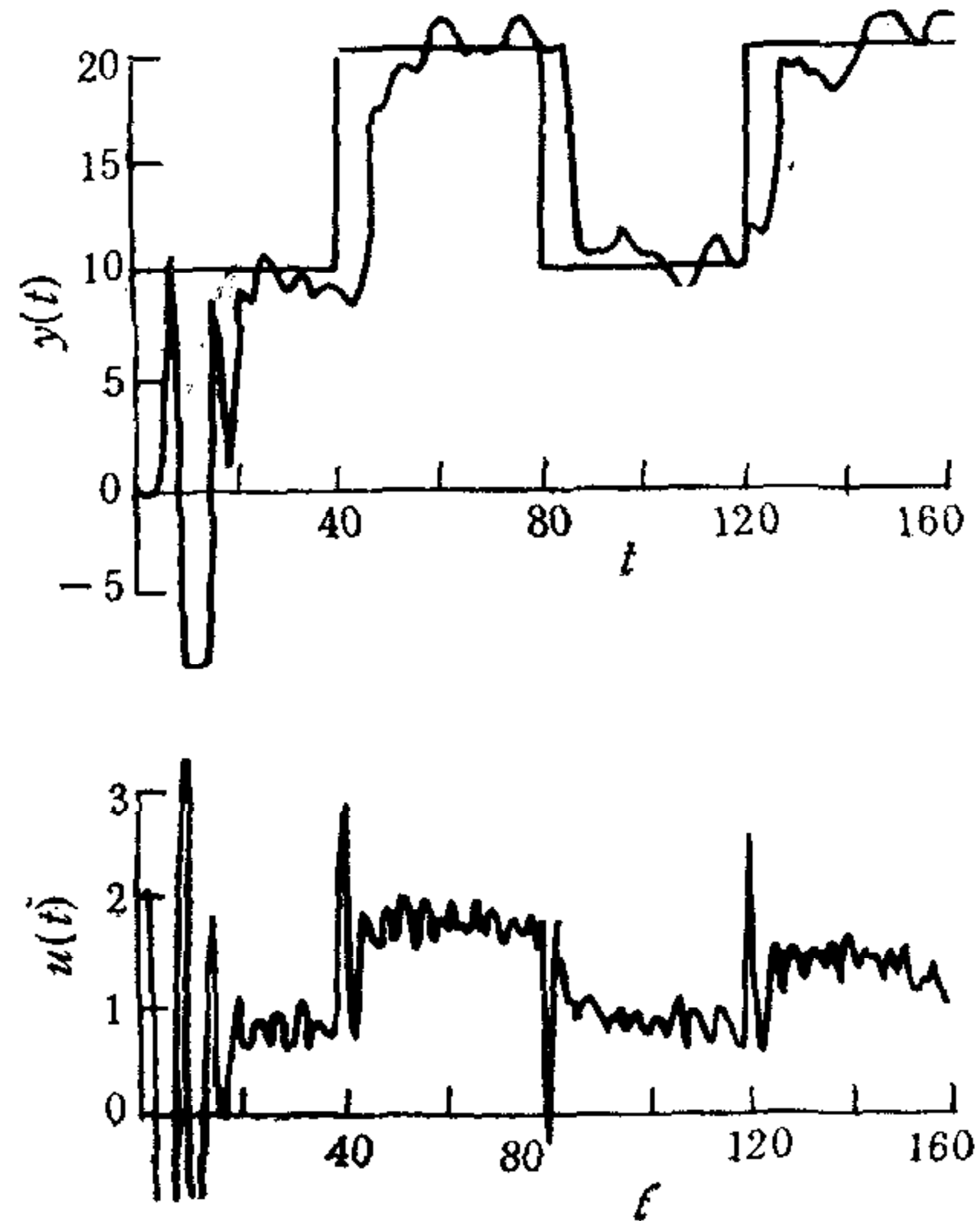


图 2 有噪声时的仿真结果

## 五、结 语

(1) 从式(10)可知,若  $D = G_1$ , 则  $F$  是单位矩阵,此时的控制算法与原有的算法<sup>[2]</sup>相同. 它表明原有的算法是本文提出的算法的特殊情形.

(2) 本文提出的方法可方便地推广到其它的自适应预测控制算法中,其中包括多变量情形.

(3) 作者已验证席裕庚(1989)提出的稳定性和鲁棒性分析的方法适用于本文提出的算法.

## 参 考 文 献

- [1] Clarke, D. W., Mohtadi, C., and Tuffs, P.S., Generalized Predictive Control--Part 1, *The Basic Algorithm*, *Automatica*, **23**(1987), 137—148.
- [2] 金元郁,顾兴源,改进的广义预测控制算法,信息与控制, **19**(1990),8—14.
- [3] 袁著祉,递推广义自校正控制器,自动化学报, **15**(1989),348—351.
- [4] Van Cauwenberghe, A. R., Self-Adaptive Long Range Predictive Control, *ACC* **2**(1985), 1155—1160.

# A NEW TYPE OF ADAPTIVE GENERALIZED PREDICTIVE CONTROL

JIN YUANYU

(Research Centre of Automation, Fushun Petroleum Institute 113001)

## ABSTRACT

In this paper, a new type of adaptive generalized predictive control algorithm is developed, where the inverse matrix computed on-line is un-necessary.

**Key words:** Predictive control; inverse matrix; recurrence formula.

(上接封二)

(续表)

项目名称	主要内容	时间	地点	联系人
第3届全国 FMS 学术讨论会	制造技术专业委员会例行年会	下半年	待定	肖秀珍 北京德外机电部自动化所 邮编 100011
计算机辅助生产管理国际研讨会	推动计算机辅助生产在管理上的应用、交流经验,探讨问题	5月	北京	肖秀珍 北京德外机电部自动化所 邮编 100011
全国第2届办公自动化学术交流会	对办公自动化、计算机网络与通讯、数据库及办公自动化应用、管理信息系统等方面进行广泛的交流和讨论	3季度	未定	李春山 沈阳东北工学院计算机系 邮编 110006
国产 DCS 系统应用报告会	交流国产 DCS 系统在工业生产中的应用情况,总结经验,提出问题	9月	待定	杜欣 北京鼓楼西大街64号 邮编 100009
仿真计算机发展趋势研讨会	仿真计算机发展趋势工作研讨	1季度	北京	吴连伟 北京842信箱 邮编 100037
关于与 SCSC、JSST 联合推动亚洲仿真学术活动座谈会	工作座谈	2季度	北京	吴连伟 北京842信箱 邮编 100037
离散事件系统仿真研讨会	专题研讨	4季度	北京	吴连伟 北京842信箱 邮编 100037
新型仪表与新型控制系统学术交流会	新型检测、显示与控制仪表中、小型控制系统、人工智能在过程控制中的应用	4	贵阳	吴斌昌 上海工业自动化仪表所 邮编 200233
仪表与装置专业委员会学术年会	DCS 及应用技术研讨, 自动化仪表的智能化技术, PC 可编程程序控制器及应用技术交流等	4季度	待定	吴斌昌 上海工业自动化仪表所 邮编 200233
第2届全国温度测量与控制学术交流会	温度标准与测量、测量与控制的新方法、仪表科研新成果与新产品、新材料、新元件等,会议期间还组织新产品,成果展示会	2季度	待定	吴斌昌 上海工业自动化仪表所 邮编 200233
"CIMS" 学术交流会	根据国家对 "CIMS" 的总体要求,探讨有关问题并进行学术交流,同时召开专业委员会工作会议	3	上海	庞海池 北京德外机械工业自动化所 邮编 100011