非线性动态系统模型结构确定和参数估计新算法[1)]

王秀峰　劳育红
（南开大学计算机与系统科学系，天津 300071）

摘　要

非线性动态系统模型一般可表示为 NARMAX 模型的形式. 本文对此类模型给出了同时确定模型结构和参数的递推新算法. 它基于"新息"理论和一些信息准则，借助于矩阵运算的技巧，将新息计算、结构确定和参数估计巧妙地结合起来，因而计算量小，并能确保得到最优的系统描述. 最后用仿真例子验证了新算法的有效性.

关键词：辨识，非线性系统，新息，结构确定，参数估计.

一、引　言

在实际过程中大量的是非线性系统，尽管有的可以用线性模型描述，但这仅仅是一种近似或者只限于在某一范围内成立. 一般说来，在整个操作域中用非线性模型才能对非线性过程以适当的描述. 由于非线性系统的性质可能非常不同，所以处理非线性系统辨识的最大困难是选择模型结构. 在预测和控制中，输入-输出的描述是极为重要的. 本文所用的模型是确定性非线性 ARMAX 模型，即 NARMAX 模型，它可以作为非线性动态系统的一个完整的描述[4].

关于非线性系统结构的确定，在七十年代和八十年代，研究最多的是 GMDH (Group Method of Data Handling) 方法及其各种改进[2-3]方法. 此种方法的基本思想是基于某些启发式条件，通过多层筛选求得非线性系统的近似描述. 由于 GMDH 方法将一个复杂问题化为一个多层简单问题处理，因此容易实现，且能得到较好的系统描述，所以被广泛应用. 但是，由于筛选过程是分层进行的，上一层的输出作为下一层的输入，所以造成模型结构柔性较差，从而得到的最终模型往往不是最简单的. 甚至对一个简单的非线性过程也可能得到复杂的模型[4]. Kortmann 和 Unbehauen (1988)[4]提出了直接选择非线性模型结构的方法，由此可以得到较简单的最终模型. 该算法基于正交化和信息准则的结合，每一步都将剩下的可能变量与已选入模型的变量进行正交化，从而选出最有意义的项. 该算法的最大缺点是每选入一项需多次重复正交化运算，而且结构确定和参数估计

本文于1990年11月13日收到.
1) 国家自然科学基金和天津自然科学基金资助.

是分别进行的. 这就使得重复计算量非常大,尤其对变量多、阶次高的系统更为突出.

本文给出了同时确定非线性模型结构和参数的递推算法. 每选入一个新项, 只要在上次选择的基础上,通过简单的运算就可得到本次的模型参数值和各种信息准则值.该算法主要依据"新息"来选择项,因此,不仅从根本上简化了确定模型结构的过程, 而且还确保得到的模型结构是最佳的. 同时计算量比文献[4]中给出的算法的计算量小得多.

二、非线性动态系统描述[4]

一个 r 输入 s 输出的非线性动态系统可用 s 个单输出多输入非线性差分方程描述. k 时刻的输出可用 k 时刻以前一段时间的输入和输出以及 k 时刻的输入来表示. 记

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x} = \{&u_1(k), \cdots, u_1(k-n_1); u_2(k), \cdots, u_2(k-n_2); \cdots;\\ &u_r(k), \cdots, u_r(k-n_r); y_1(k-1), \cdots, y_1(k-m_1); \cdots;\\ &y_s(k-1), \cdots, y_s(k-m_s)\},\end{aligned} \tag{1}$$

$\boldsymbol{x}$ 中项数为

$$p = r + \sum_{i=1}^{r} n_i + \sum_{i=1}^{s} m_i. \tag{2}$$

考虑非线性动态系统的第 t 个输出,有如下关系:

$$\begin{aligned}y_t(k) = a_0 &+ \sum_{i=1}^{p} a_i x_i(k) + \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=i}^{p} a_{ij} x_i(k) x_j(k)\\ &+ \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=i}^{p}\sum_{l=j}^{p} a_{ijl} x_i(k) x_j(k) x_l(k) + \cdots,\end{aligned} \tag{3}$$

此 NARMAX 模型被广泛地用作非线性系统的完全描述.

若系统是稳定的,一定存在一个充分高的阶次,比如, 预计系统的实际阶次不高于 q, 则下述模型可作为系统的一般描述.

$$\begin{aligned}y_t(k) = a_0 &+ \sum_{i=1}^{p} a_i x_i(k) + \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=i}^{p} a_{ij} \cdot x_i(k) x_j(k) + \cdots\\ &+ \underbrace{\sum_{i=1}^{p} \cdots \sum_{l=v}^{p}}_{q\text{个}} a_{i\cdots vl} x_i(k) \cdots x_v(k) x_l(k).\end{aligned} \tag{4}$$

模型(4)所含项数为

$$n = \frac{(p+q)!}{p!q!}. \tag{5}$$

令

$$\left.\begin{aligned}&v_0(k) = 1,\\ &v_1(k) = u_1(k),\\ &\quad\vdots\\ &v_{n_1+1}(k) = u_1(k-n_1),\\ &v_{n_1+2}(k) = u_2(k),\\ &\quad\vdots\\ &v_{n-1}(k) = y_s^q(k-m_s),\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

记 $\boldsymbol{v}^T(k)=[v_0(k)v_1(k)\cdots v_{n-1}(k)]$，相应的系数向量记为 $\boldsymbol{a}=[a_0a_1\cdots a_{n-1}]$，则模型(4)的向量形式为

$$y_i(k)=\boldsymbol{v}^T(k)\boldsymbol{a}. \tag{7}$$

模型关于参数是线性的，似乎可用最小二乘法估计参数．但实际上直接将最小二乘法用于模型(4)是不可行的，这不仅是因为参数太多而使计算复杂，更重要的是由于有重叠信息的项会使方程变为病态，产生数值计算问题．因此非线性模型结构的确定是很关键的问题．所谓确定非线性模型的结构，即是确定模型的阶次、滞后和相应的项，使模型既简单又能正确地描述系统．为此必须寻求一个有效方法，使重要项一定被选入模型，而多余项一定不被选入．

三、结构确定和参数估计的递推算法

设数据长度为 N，$\{y(k)\}$ 及 $\{v_i(k)\}$ 为实测数据，记

$$\boldsymbol{y}=\begin{bmatrix}y(1)\\y(2)\\\vdots\\y(N)\end{bmatrix},\ \boldsymbol{v}_0=\begin{bmatrix}v_0(1)\\v_0(2)\\\vdots\\v_0(N)\end{bmatrix},\cdots,\ \boldsymbol{v}_{n-1}=\begin{bmatrix}v_{n-1}(1)\\v_{n-1}(2)\\\vdots\\v_{n-1}(N)\end{bmatrix}. \tag{8}$$

模型(4)意味着向量 $\boldsymbol{y}$ 可以表示为向量 $\boldsymbol{v}_0,\cdots,\boldsymbol{v}_{n-1}$ 的线性组合．但必须注意，其中 $\boldsymbol{v}_0,\cdots,\boldsymbol{v}_{n-1}$ n 个向量只是给出了一个范围，确定结构和估计参数是要从 $\boldsymbol{v}_0,\cdots,\boldsymbol{v}_{n-1}$ 中选择尽可能少的项来近似表示 $\boldsymbol{y}$，这是模型结构简单性和模型拟合高精度的合理统一．

为了实现上述统一，既要避免信息重复，又要避免漏掉必要的信息．为此引入新息概念如下：

假设模型中已选入 $\tilde{\boldsymbol{v}}_1,\tilde{\boldsymbol{v}}_2,\cdots\tilde{\boldsymbol{v}}_k$ 项，记 $R_k=[\tilde{\boldsymbol{v}}_1,\cdots,\tilde{\boldsymbol{v}}_k]$，对剩下的每一项 $\boldsymbol{v}'_i,i=1,\cdots,n-k$，可由已选入的 k 项线性表示的部分为

$$\boldsymbol{u}_i=R_k(R_k^TR_k)^{-1}R_k^T\boldsymbol{v}'_i, \tag{9}$$

那么每一项 $\boldsymbol{v}'_i$ 所带来的新息为

$$\boldsymbol{e}_i=\boldsymbol{v}'_i-\boldsymbol{u}_i. \tag{10}$$

$\boldsymbol{y}$ 在 $\boldsymbol{e}_i$ 上的投影模的平方为

$$Q_i=\left(\sum_{t=1}^N e_i(t)y(t)\right)^2\Big/\sum_{t=1}^N e_i^2(t), \tag{11}$$

其中 $\boldsymbol{e}_i=[e_i(1),\cdots,e_i(N)]^T$，$Q_i$ 的大小反映了 $\boldsymbol{v}'_i$ 对于近似表示 $\boldsymbol{y}$ 的作用的大小．

考虑某一项是否重要，关键要看这一项与已选入模型的项相比带来多少新息，以及新息对于表示 $\boldsymbol{y}$ 的作用是否显著．

在本文给出的算法中，每一步都在剩余项 $\boldsymbol{v}'_i(i=1,\cdots,n-k)$ 中选出使 Q 取最大值的项．若在统计意义下，该项对提高拟合精度是显著的，则被选入．若由于新增加的项使得某个已选入模型的项变得不重要了，则将该项剔除．然后再从剩余项中选出使 Q 取最大值的相应项，重复上述步骤，直到既无可选入项又无可剔除项，或 n 项全部选完为止，算法结束．

在本算法中，为了使模型收敛于实际阶次，选用了通常的 F-检验准则和 BIC 准则.

$$\mathrm{BIC} = N \ln S_k^2 + k \ln N, \tag{12}$$

其中 k 为所选入模型的项数;

$$S_k^2 = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} e^2(t),\ \boldsymbol{e} = (e(1), \cdots, e(N))^T,$$

$\boldsymbol{e}$ 是选入 k 项时所得的模型残差向量.

为了导出递推算法，特引入如下定理和推论.

定理[1]. 设 $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \cdots, \boldsymbol{x}_n, \boldsymbol{x}_{n+1}$ 是一组同维向量，令

$$X_n = [\boldsymbol{x}_1\boldsymbol{x}_2\cdots\boldsymbol{x}_n],$$
$$X_{n+1} = [X_n\boldsymbol{x}_{n+1}] = [\boldsymbol{x}_1\boldsymbol{x}_2\cdots\boldsymbol{x}_n\boldsymbol{x}_{n+1}],$$
$$\Phi_n = X_n^TX_n,\ \Phi_{n+1} = X_{n+1}^TX_{n+1}.$$

如果 Φ_n 和 Φ_{n+1} 可逆，则有

$$\Phi_{n+1}^{-1} = \begin{bmatrix} \Phi_n^{-1} + \boldsymbol{\theta}\boldsymbol{\theta}^T/\sigma & -\boldsymbol{\theta}/\sigma \\ -\boldsymbol{\theta}^T/\sigma & 1/\sigma \end{bmatrix}, \tag{13}$$

$\boldsymbol{\theta}$ 是在最小二乘意义下 $\boldsymbol{x}_{n+1}$ 由 $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \cdots, \boldsymbol{x}_n$ 线性表示的组合系数，σ 是误差平方和. 本定理的证明请参见文献[1].

推论 1. Φ_n 和 Φ_{n+1} 的定义同定理，若

$$\Phi_{n+1}^{-1} = \begin{bmatrix} \Phi_n' & \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\alpha}^T & a \end{bmatrix}, \tag{14}$$

则

$$\Phi_n^{-1} = \Phi_n' - \boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\alpha}^T/a, \tag{15}$$

其中 Φ_n' 为 $n \times n$ 矩阵，$\boldsymbol{\alpha}$ 为 n 维向量，a 为标量.

证明. 比较(13)式和(14)式相应部分易得

$$\Phi_n' = \Phi_n^{-1} + \boldsymbol{\theta}\boldsymbol{\theta}^T/\sigma,\ \boldsymbol{\alpha} = -\boldsymbol{\theta}/\sigma,\ a = 1/\sigma,$$

所以有

$$\Phi_n^{-1} = \Phi_n' - \boldsymbol{\theta}\boldsymbol{\theta}^T/\sigma = \Phi_n' - \boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\alpha}^T/a.$$

推论 2. 向量 $\boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_n$，矩阵 Φ_n, X_n 的定义同定理，令 $\tilde{X}_i = [\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_{i-1}\boldsymbol{x}_{i+1}\cdots\boldsymbol{x}_n]$，$\tilde{\Phi}_i = \tilde{X}_i^T\tilde{X}_i$，则 $\tilde{\Phi}_i^{-1} = \Phi_{n-1}' - \boldsymbol{\alpha}'(\boldsymbol{\alpha}')^T/a'$. 其中 $\Phi_{n-1}', \boldsymbol{\alpha}'$ 和 a' 由下式确定:

$$\Phi_n'^{-1} = \begin{bmatrix} \Phi_{n-1}' & \boldsymbol{\alpha}' \\ (\boldsymbol{\alpha}')^T & a' \end{bmatrix}, \tag{16}$$

$\Phi_n'^{-1}$ 是将矩阵 Φ_n^{-1} 的第 i 行移至最后一行，然后再将第 i 列移至最后一列而得到的矩阵.

证明. 令 $X(i) = [\boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_{i-1}\boldsymbol{x}_{i+1}\cdots\boldsymbol{x}_n\boldsymbol{x}_i]$，$\Phi(i) = X^T(i)X(i)$，

$$P = P_{i,i+1}P_{i+1,i+2}\cdots P_{n-1,n},$$

$$P_{i,i+1} = \begin{array}{l} \begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ & \ddots & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 0 & 1 & & \\ & & & 1 & 0 & & \\ & & & & & 1 & \\ & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \leftarrow 第\ i\ 行 \\ \leftarrow 第\ i+1\ 行 \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

是第 i 行与第 $i+1$ 行互换的初等变换矩阵. 显然有 $X(i) = X_nP$，$\Phi(i) = P^T\Phi_nP$，因此，$\Phi^{-1}(i) = P^{-1}\Phi_n^{-1}(P^T)^{-1}$，由于 $P^{-1} = P^T$，于是有

$$\Phi^{-1}(i) = P^T\Phi_n^{-1}P = \Phi_n'^{-1} = \begin{bmatrix} \Phi_{n-1}' & \boldsymbol{\alpha}' \\ (\boldsymbol{\alpha}')^T & a' \end{bmatrix}.$$

由推论 1 可得 $\tilde{\Phi}_i^{-1} = \Phi_{n-1}' - \boldsymbol{\alpha}'(\boldsymbol{\alpha}')^T/a'$.

本文给出的递推算法所用的矩阵运算的技巧是基于上述定理和推论. 下面给出算法的具体步骤:

1) 给定 $r, n_i, i = 1,\cdots,r, s$, $m_i, i = 1,\cdots,s$, q 和 N;给出 F 检验临界值 F_α, 例如 $F_\alpha = F_{0.05} \approx 0.9 + 2.94 + 9.9/N$;按照方程(5)计算总项数 n;按照(8)式构造向量 $\boldsymbol{y}, \boldsymbol{v}_0, \boldsymbol{v}_1, \cdots, \boldsymbol{v}_{n-1}$.

2) 置 $k = 1$, $R_k = [\boldsymbol{v}_0]$; $\Phi_k = [R_k^T R_k]^{-1} = 1/(\boldsymbol{v}_0^T\boldsymbol{v}_0) = \dfrac{1}{N}$; $\boldsymbol{\theta}_k = \bar{y} = \dfrac{1}{N}\sum\limits_{t=1}^{N} y(t)$;

$e_k(t) = y(t) - \bar{y}$, $t = 1,2,\cdots,N$; $\mathrm{BIC}_k = N\ln S_k^2 + k\ln N$, 其中 $S_k^2 = \dfrac{1}{N}\sum\limits_{t=1}^{N} e_k^2(t)$.

3) 对剩下的 $n-k$ 个向量 $\boldsymbol{v}_i'$, $i = 1,\cdots,n-k$, 计算

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i = \Phi_k^{-1}R_k^T\boldsymbol{v}_i', \tilde{\boldsymbol{e}}_i = \boldsymbol{v}_i' - R_k\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i \triangleq [\tilde{e}_i(1)\cdots\tilde{e}_i(N)]^T,$$

$$Q_i = \frac{\left(\sum\limits_{t=1}^{N}\tilde{e}_i(t)y(t)\right)^2}{\sum\limits_{t=1}^{N}\tilde{e}_i^2(t)}, \quad i = 1,\cdots,n-k.$$

4) 选出 Q_i 最大的项记作 $\boldsymbol{v}_{\max}$, 相应的 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i$ 和 $\tilde{\boldsymbol{e}}_i$ 记作 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\max}$ 和 $\tilde{\boldsymbol{e}}_{\max}$, 构造矩阵 $R_{k+1} = [R_k\boldsymbol{v}_{\max}]$, 计算 $\sigma_{\max} = \tilde{\boldsymbol{e}}_{\max}^T\tilde{\boldsymbol{e}}_{\max}$, 则

$$\Phi_{k+1}^{-1} = \begin{bmatrix} \Phi_k + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\max}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\max}^T/\sigma_{\max} & -\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\max}/\sigma_{\max} \\ -\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\max}^T/\sigma_{\max} & 1/\sigma_{\max} \end{bmatrix}.$$

5) 计算将 $\boldsymbol{v}_{\max}$ 加入模型后的参数、误差和信息准则值如下:

$$\boldsymbol{\theta}_{k+1} = \Phi_{k+1}^{-1}R_{k+1}^T\boldsymbol{y},$$

$$\boldsymbol{e}_{k+1} = \boldsymbol{y} - R_{k+1}\boldsymbol{\theta}_{k+1},$$

$$F = \frac{\sum\limits_{t=1}^{N} e_k^2(t) - \sum\limits_{t=1}^{N} e_{k+1}^2(t)}{\sum\limits_{t=1}^{N} e_{k+1}^2(t)}\cdot(N-k-1),$$

$$S_{k+1}^2 = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} e_{k+1}^2(t),$$

$$\mathrm{BIC}_{k+1} = N\ln S_{k+1}^2 + (k+1)\ln N.$$

6) 检验信息准则值,如果 $\mathrm{BIC}_{k+1} < \mathrm{BIC}_k$,且 $F \geq F_\alpha$, 则 $k \Leftarrow k+1$,将 $\boldsymbol{v}_{\max}$ 选入模型. 其它情况下 ($\mathrm{BIC}_{k+1} \geq \mathrm{BIC}_k$ 或 $F < F_\alpha$),不将 $\boldsymbol{v}_{\max}$ 选入模型,算法结束.

7) 对已选入模型的各项,分别计算将其从 k 项中去掉后的信息准则值, 计算方法如下: 去掉 R_k 中的第 i 个向量得 $R_{k-1,i}$; 将 Φ_k^{-1} 的第 i 行移至最后,第 i 列移至最后, 得到如下矩阵

$$\Phi_{k,i}^{-1} = \begin{bmatrix} \Phi & \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\alpha}^T & a \end{bmatrix},$$

然后计算

$$\Phi_{k-1,i}^{-1}=[R_{k-1,i}^{T}R_{k-1,i}]^{-1}=\Phi-\boldsymbol{a}\boldsymbol{a}^{T}/a,$$

$$\boldsymbol{\theta}_{k-1,i}=\Phi_{k-1,i}^{-1}R_{k-1,i}^{T}\boldsymbol{y},\boldsymbol{e}_{k-1,i}=\boldsymbol{y}-R_{k-1,i}\boldsymbol{\theta}_{k-1,i},$$

$$F_i=\frac{\sum_{t=1}^{N}e_{k-1,i}^{2}(t)-\sum_{t=1}^{N}e_{k}^{2}(t)}{\sum_{t=1}^{N}e_{k}^{2}(t)}\cdot(N-k),$$

$$S_{k-1,i}^{2}=\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}e_{k-1,i}^{2}(t),$$

$$\mathrm{BIC}_{k-1,i}=N\ln S_{k-1,i}^{2}+(k-1)\ln N,\ i=1,\cdots,k.$$

8) 检验第 7) 步计算出的值．将 F_i 和 $\mathrm{BIC}_{k-1,i}$ $i=1,\cdots,k$ 中的最小值分别记作 $F_{\min}$ 和 $\mathrm{BIC}_{\min}$，如果 $\mathrm{BIC}_{\min}<\mathrm{BIC}_k$，则将相应的项从模型中剔除（$k\Leftarrow k-1$，$R_k\Leftarrow R_{k,\min}$，$\Phi_k^{-1}\Leftarrow\Phi_{k,\min}^{-1}$，$\boldsymbol{\theta}_k\Leftarrow\boldsymbol{\theta}_{k,\min}$），然后转第 7)步．而且，如果 $F_{\min}<F_\alpha$，剔除相应的项，转第 7)步．如果刚刚选入模型的项被剔除，或者所有的项都选入了模型，则算法结束．其它情况需转第 3) 步．

在上述算法步骤中，1)，2)步为置初值，3)，4)，5)及 6)步用于选入变量，7)，8)步为剔除变量．

四、仿真例子

考虑由如下模型描述的非线性系统：

$$y(k)=0.2y(k-1)+0.3y^2(k-1)+0.2u(k-1)+0.6u^2(k-1),$$

以幅度 ±0.9 的伪随机二进制序列作为输入，用零均值、高斯白噪声对输出 $y(k)$ 进行干扰，信噪比为 $100\left(\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}y^2(k)}\Big/\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}e^2(k)}\right)$，产生出 100 组数据用来辨识．

首先假设该非线性系统至多为 2 阶 3 次，即 $n_1=m_1=2$，$q=3$．这样，总项数为 35．按本文所给递推算法逐步进行，可得到精确的模型结构及其参数．模型中各项是按如下次序确定的：(0) 计算常数项(即均值)；(1)选入 $u^2(k-1)$；(2)选入 $u(k-1)$；(3) 选入 $y(k-1)$；(4) 选入 $y^2(k-1)$ 并且剔除常数项．下一项选的是 $u(k-1)\times y^2(k-1)$，由于其 F 检验值为 1.387762，小于临界值 F_α（这里 $F_\alpha=F_{0.05}\approx0.9+2.94+9.9/N=3.939$），故未被选入模型．到此，算法结束．详细过程见表 1．

结　　论

本文引入了新息的概念，不仅避免了信息重复，而且从根本上简化了计算，保证了最终模型的最优性．文中给出的递推算法可自动选择非线性模型结构，并同时得到参数估计，避免了重复计算．辨识结果与非线性模型项的选择顺序无关．但是本文的算法只是针对确定性系统讨论的．因此仅适用于确定性或噪声污染很小的系统的辨识．当输出受到较大噪声污染时参数估计将是有偏的．此种情况的辨识将另文讨论．

表 1　新算法运算结果

	selected term	F-test	BIC	investigated terms	F-test	BIC
0	$\bar{y}$		-327.48			
	model: $y(k)=0.236$					
1	$u^2(k-1)$	138.81	-411.1	$\bar{y}$	24.35	-393.52
				$u^2(k-1)$	138.81	-327.48
	model: $y(k)=0.087+0.593u^2(k-1)$					
2	$u(k-1)$	160.13	-503.98	$\bar{y}$	53.20	-464.86
				$u^2(k-1)$	361.55	-353.25
				$u(k-1)$	160.13	-411.1
	model: $y(k)=0.08+0.591u^2(k-1)+0.193u(k-1)$					
3	$y(k-1)$	4276.39	-881.25	$\bar{y}$	48.69	-844.83
				$u^2(k-1)$	16536.19	-370.38
				$u(k-1)$	7625.36	-447.11
				$y(k-1)$	4276.39	-503.98
	model: $y(k)=-0.02+0.596u^2(k-1)+0.199u(k-1)+0.387y(k-1)$					
4	$y^2(k-1)$	513.50	-1062.4	$*\bar{y}$	0.23	-1066.72
				$u^2(k-1)$	103939.73	-367.10
				$u(k-1)$	48665.79	-442.88
				$y(k-1)$	560.93	-873.74
				$y^2(k-1)$	513.50	-881.25
				$u^2(k-1)$	116622.27	-361.25
				$u(k-1)$	49208.57	-447.42
				$y(k-1)$	1153.58	-814.95
				$y^2(k-1)$	830.8	-844.83
	model: $y(k)=0.603u^2(k-1)+0.1996u(k-1)+0.1985y(k-1)+0.298y^2(k-1)$					
5	$u(k-1)$, $y^2(k-1)$	1.39	-1063.8			
final model: $y(k)=0.603u^2(k-1)+0.1996u(k-1)+0.1985y(k-1)+0.298y^2(k-1)$						

注：带*的项为被剔除项，这里 $F_\alpha=F_{0.05}\approx 3.939$.

参　考　文　献

[1] 王秀峰、刘丹，非线性系统辨识——GMDH 的一种新算法及其应用，自动化学报，4(1990)，310—316.

[2] Ivakhnenko, A. G., Heuristic Self-organisation in Problems of Engineering Cybernetics, *Automatica*, (1970), 207—219.

[3] Tamura, H. and Kondo, T., Heuristics Free Group Method of Data Handling Algorithm of Generating Optimal Partial Polynomials with Application to Air Pollution Predication, *Int. J. Systems Sci.*, **11**(1980), 1095—1111.

[4] Kortmann, M., Unbehauen, H., Two Algorithms for Model Structure Determination of Nonlinear Dynamic Systems With Applications to Industrial Processes, Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation, Beijing, P. R. China, (1988), 939—946.

[5] Leontaritis, I. J., Billings, S. A., Input-output Parametric Models for Nonlinear Systems. Part I: Deterministic Nonlinear Systems. Part II: Stochastic Nonlinear Systems, *Int. J. Control*, 41(1985), 303—344.

A NEW ALGORITHM FOR MODEL STRUCTURE DETERMINATION AND PARAMETERS ESTIMATION OF NONLINEAR DYNAMIC SYSTEMS

WANG XIUFENG LAO YUHONG

(*Department of Computer and Systems Sciences, Nankai University, Tianjin* 300071)

ABSTRACT

Multivariable nonlinear dynamic processes can generally be descreibed as the nonlinear ARMAX models. In this paper, we present a new algorithm for model structure determination and parameter estimation of this sort of system. The structure and parameters can be obtained simultaneously and recursively. It is based on the "innovation" idea and certain information criteria. Using the technique of matrix operation, it is possible to combine innovation calculation with structure determination and parameters estimation. The amount of computation is thus reduced considerably. This procedure assures the optimal system description be obtained. The identification of a simulated system shows the correctness and effectiveness of this new algorithm.

Key words: Identification; nonlinear ystems; innovation; structure determination; parameter estimation.

王秀峰 1941 年 12 月生于山东省宁津县. 1960 年考入南开大学数学系，1965 年毕业并留校任教. 现为南开大学计算机与系统科学系副教授. 从 1971 年开始从事控制理论及应用的研究，主要涉及系统辨识、自适应控制、控制系统 CAD,离散事件动态系统,发表过 30 余篇论文.

劳育红 生于 1965 年 9 月，籍贯为浙江省慈溪县. 1981 年考入南开大学控制理论专业，1985 年毕业分配到天津电气传动设计研究所工作. 现为南开大学计算机与系统科学系控制理论及应用专业硕士研究生,研究方向为非线性系统辨识及控制系统 CAD.