

由特征点的空间位置估计运动参数¹⁾

徐文立 刘文煌

(清华大学自动化系, 北京 100084)

摘 要

确定被观察物体和摄像机之间的三维相对运动是计算机视觉领域的一个重要课题。假定物体上有若干特征点, 它们在空间的位置已由双目视觉求得。在此假定下, 本文讨论如何由特征点空间位置的观察值来估计运动参数。现有文献中所用的目标函数导致的是一个非线性最优化问题。本文利用凯莱 (Cayley) 定理提出一种新的目标函数, 它导致的是一个十分简单的线性最小二乘问题。文中还讨论了这两种目标函数之间的关系。

关键词: 计算机视觉, 三维运动, 四元数, RS 分解, 凯莱公式。

一、前 言

考察被观察物体 (刚体) 和摄像机之间的相对运动。假定物体上有 n 个特征点 p_j , $j = 1, \dots, n$, 设 p_j 和 p'_j 分别是点 p_j 在时刻 t 和 t' 相对于相机参考坐标系的三维位置矢量。根据刚体运动学的知识^[1], 一定存在一个旋转矩阵 R 和一个平移向量 t 使得

$$p'_j = Rp_j + t, \quad j = 1, \dots, n. \quad (1)$$

称 R 和 t 为这两个时刻间的三维运动参数。确定被观察物体和摄像机之间的三维相对运动是计算机视觉领域近十多年来一个十分活跃的课题。这不仅是因为三维情形较之二维情形在理论上更具挑战性, 更重要的是由于它有着广阔的应用前景, 如三维情形下的零件装配、过程监测、目标跟踪、姿态控制、视觉导航等。在文献[2,3]中一般采用单目视觉, 遇到的困难主要有维数高、非线性、不唯一性等问题。此外, 利用单目视觉一般不可能确定被观察物体的真实尺寸、离相机的绝对距离以及平移分量的实际大小。由于双目视觉可以解决上述单目视觉所遇到的问题, 因而对双目视觉的研究在文献中逐渐增多^[4-7]。假定物体上特征点在参考坐标系中的位矢 p_j 和 p'_j 已由双目视觉求得, 本文讨论如何根据方程(1)求解运动参数 R 和 t 。注意, 由于 p_j 和 p'_j 是从观察到的象中推算出来的, 因而实际问题中存在的象噪声, 如量化误差等, 必然引起 p_j 和 p'_j 的观察误差。这种误差随物体离相机距离的增大而急剧增加^[4]。一般而言, 不存在 R 和 t 使方程(1)准确(一致)成立, 比较合理的做法是在最小二乘的意义上求解 R 和 t 。由于 R 必须约束为旋转矩阵, 这在本质上是一个非线性最优化问题。文献[7-9]讨论了这个问题的闭式解。

本文于1991年6月13日收到。

1) 获国家教委、清华大学资助。

二、目标函数 J_1

本节讨论如下问题: 给定 \mathbf{p}_i 和 \mathbf{p}'_i , 求 R 和 \mathbf{t} 使得方程(1)的残差平方和最小, 也就是说, 目标函数为

$$J_1 = \sum_{j=1}^n \|\mathbf{p}'_j - (R\mathbf{p}_j + \mathbf{t})\|^2, \quad (2)$$

这里的范数为欧几里德范数. 不难导出, 对于给定的 R , 最优的 \mathbf{t} 由下式决定

$$\mathbf{t} = \mathbf{p}'_c - R\mathbf{p}_c, \quad \mathbf{p}_c = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \mathbf{p}_j, \quad \mathbf{p}'_c = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \mathbf{p}'_j. \quad (3)$$

$$\text{令} \quad \bar{\mathbf{p}}_j = \mathbf{p}_j - \mathbf{p}_c, \quad \bar{\mathbf{p}}'_j = \mathbf{p}'_j - \mathbf{p}'_c, \quad (4)$$

将(3)式代入(2)式得

$$J_1 = \sum_{j=1}^n \|\bar{\mathbf{p}}'_j - R\bar{\mathbf{p}}_j\|^2. \quad (5)$$

因此, 原问题的关键是求得最优旋转阵 R 使得上式的目标函数最小. 下面介绍该问题的两种不同形式的闭式解.

1. 基于四元数的闭式解

三维空间的旋转矩阵可由它的旋转轴和旋转角来表征. 假定 $\mathbf{k} = (k_1, k_2, k_3)^T$ 是沿转轴方向的单位向量, ϕ 是按右手规则定义的转角, 则对应的旋转矩阵 R 由下式决定

$$R = \text{Rot}(\mathbf{k}, \phi) = \cos \phi I + (1 - \cos \phi) \mathbf{k} \mathbf{k}^T + \sin \phi \mathbf{k}^X, \quad (6)$$

这里的 \mathbf{k}^X 表示对应于向量 \mathbf{k} 的反对称阵

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} \iff \mathbf{k}^X = \begin{bmatrix} 0 & -k_3 & k_2 \\ k_3 & 0 & -k_1 \\ -k_2 & k_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

定义

$$q_0 = \cos \frac{\phi}{2}, \quad \mathbf{q} = (q_1, q_2, q_3)^T = \sin \frac{\phi}{2} \mathbf{k}, \quad (8)$$

于是可用一个单位长度的四维向量, 或称四元数 (Quaternion)^[1], 即 $\mathbf{Q} = (q_0, q_1, q_2, q_3)^T$ 来表示三维空间的旋转. 作如下定义:

$$\begin{aligned} P &= [\bar{\mathbf{p}}_1 \cdots \bar{\mathbf{p}}_n], \quad P' = [\bar{\mathbf{p}}'_1 \cdots \bar{\mathbf{p}}'_n], \quad M = 2PP'^T, \\ S &= M + M^T, \quad \beta = \|P\|^2 + \|P'\|^2, \quad r = \text{tr}(M), \\ \mathbf{w} &= (m_{32} - m_{23}, m_{13} - m_{31}, m_{21} - m_{12})^T, \end{aligned} \quad (9)$$

这里的 m_{ij} 是矩阵 M 的元素. 进一步定义一个 4×4 对称矩阵

$$H = \begin{bmatrix} \beta - r & \mathbf{w}^T \\ \mathbf{w} & (\beta + r)I - S \end{bmatrix}, \quad (10)$$

可以证明^[8], 式(5)的 J_1 可以写成

$$J_1 = \mathbf{Q}^T H \mathbf{Q}. \quad (11)$$

因此, 求一个旋转阵 R 使 J_1 最小等价于求一个单位向量 \mathbf{Q} 使二次型 $\mathbf{Q}^T H \mathbf{Q}$ 最小. 后者

的解是对应于 H 最小特征值的单位特征向量。

2. 基于 RS 分解的闭式解

首先给出 RS 分解的定理。

定理 1. 对任一 $n \times n$ 实矩阵 A , 存在一个旋转阵 R 和一个对称阵 S 使得 $A = RS$. 进一步, S 总可以选择为相似于对角阵 $\text{diag}(s_1, \dots, s_n)$ 使得 $s_1 \geq \dots \geq s_{n-1} \geq |s_n|$. 满足该相似条件的 RS 分解称作规格化 RS 分解。

证. 设 $A = UDV^T$ 是 A 的一个奇异值分解. 这里, U 和 V 是正交矩阵, $D = \text{diag}(d_1, \dots, d_n)$ 且 $d_1 \geq \dots \geq d_n \geq 0$. 定义对角阵 $W = \text{diag}(1, \dots, 1, r)$, $r = \det(UV^T)$, 不难看出 $A = (UWV^T)(VWDV^T)$ 是 A 的一个规格化 RS 分解. 证毕。

定理 2. 设 A 是 3×3 实矩阵, $A = RS$ 是 A 的一个规格化 RS 分解, S 相似于 $\text{diag}(s_1, s_2, s_3)$ 且 $s_1 \geq s_2 \geq |s_3|$. 则 $A = RS$ 是 A 的唯一的规格化 RS 分解, 当且仅当 $s_2 + s_3 \neq 0$.

下面给出 J_1 基于 RS 分解的闭式解。

定理 3. 一个旋转矩阵 R 使得 J_1 取最小值, 当且仅当 R^T 是矩阵 PP'^T 的一个规格化 RS 分解中的旋转部分。

定理 2 和 3 的严格证明见文献[7]。文献[9]中也给出了和这里类似的矩阵分解方法, 但所得的解是一个正交矩阵, 不能保证是旋转矩阵(旋转矩阵是行列式为+1的正交矩阵), 唯一性问题也没有讨论。

三、目标函数 J_2

前面讨论了目标函数 J_1 , 它是方程(1)的残差平方和. 求 J_1 最小值的问题在本质上是非线性最优化问题. 在这一节中, 用凯莱公式将方程(1)变换成另一种形式, 由此得到一个新的目标函数 J_2 , 求 J_2 最小值的问题是一个十分简单的线性最小二乘问题。

1. 凯莱定理

这里所说的凯莱 (Cayley) 定理是有关旋转阵和反对称阵之间关系的一个经典结果^[1,10]。

定理 4. 在 n 维反对称阵 B 和旋转阵 R (特征值不含-1) 之间有如下——对应关系:

$$R = (I - B)^{-1}(I + B), \quad (12)$$

$$B = (R + I)^{-1}(R - I). \quad (13)$$

证. 不难看出

$$(I + B)(I - B) = (I - B)(I + B), \quad (14)$$

由于反对称阵的特征值不是零就是纯虚数, 因而 B 不含特征值+1, 故 $I - B$ 非奇异, 由上式得

$$(I - B)^{-1}(I + B) = (I + B)(I - B)^{-1}, \quad (15)$$

类似地, 若 R 不含特征值-1, 可以得到

$$(R + I)^{-1}(R - I) = (R - I)(R + I)^{-1}. \quad (16)$$

根据式(12)并利用式(15)可得

$$\begin{aligned} R^T R &= [(I - B)^{-1}(I + B)]^T [(I + B)(I - B)^{-1}] \\ &= (I - B)(I + B)^{-1}(I + B)(I - B)^{-1} = I, \end{aligned}$$

因而,由式(12)确定的 R 为正交阵。此外,

$$I + R = (I - B)^{-1}[(I - B) + (I + B)] = 2(I - B)^{-1}$$

意味着 $I + R$ 非奇异。因此,由式(12)确定的 R 确为不含特征值 -1 的旋转阵。根据式(13)并利用式(16)可得

$$\begin{aligned} B^T &= [(R + I)^{-1}(R - I)]^T = (I - R)R^T R(I + R)^{-1} \\ &= -(R - I)(R + I)^{-1} = -B, \end{aligned}$$

因此,由式(13)确定的 B 确为反对称阵。注意到式(12)和式(13)可以相互导出,所以它们所决定的映射是一一对应的。证毕。

下面是凯莱定理在三维情形下的几何意义。一个三维反对称阵可以由一个三维向量来完全表征,用记号 \mathbf{b}^x 来表示对应于向量 \mathbf{b} 的反对称阵,对应关系见式(7)。令标量

$$d = 1 + \|\mathbf{b}\|^2, \quad (17)$$

不难证明

$$(I - \mathbf{b}^x)^{-1} = I + d^{-1}\mathbf{b}^x(I + \mathbf{b}^x). \quad (18)$$

由凯莱公式(12)得

$$R = (I - \mathbf{b}^x)^{-1}[2I - (I - \mathbf{b}^x)] = 2(I - \mathbf{b}^x)^{-1} - I. \quad (19)$$

将式(18)代入式(19)得

$$R = I + 2d^{-1}\mathbf{b}^x(I + \mathbf{b}^x). \quad (20)$$

比较式(20)和式(6)可知 $\mathbf{b} = \tan \frac{\phi}{2} \mathbf{k}$ 。这意味着由式(20)所得的旋转阵 R , 其转轴方向是 \mathbf{b} , 转角是 $\phi = 2\arctan\|\mathbf{b}\|$, 称向量 \mathbf{b} 为表达旋转阵的凯莱向量。

2. 基于凯莱公式的目标函数

将三维情形下的凯莱公式 $R = (I - \mathbf{b}^x)^{-1}(I + \mathbf{b}^x)$ 代入方程(1)并在其两边同乘 $I - \mathbf{b}^x$, 得到

$$(I - \mathbf{b}^x)\mathbf{p}'_j = (I + \mathbf{b}^x)\mathbf{p}_j + (I - \mathbf{b}^x)\mathbf{t}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (21)$$

根据上述方程的残差平方和建立目标函数

$$J_2 = \sum_{j=1}^n \|(I - \mathbf{b}^x)\mathbf{p}'_j - (I + \mathbf{b}^x)\mathbf{p}_j - (I - \mathbf{b}^x)\mathbf{t}\|^2. \quad (22)$$

其目的是,对于给定的 \mathbf{p}_j 和 $\mathbf{p}'_j, j = 1, \dots, n$, 求 \mathbf{b} 和 \mathbf{t} 使得 J_2 最小。不难导出,对于给定的 \mathbf{b} , 最优的 \mathbf{t} 由下式决定

$$\mathbf{t} = \mathbf{p}'_c - (I - \mathbf{b}^x)^{-1}(I + \mathbf{b}^x)\mathbf{p}_c = \mathbf{p}'_c - R\mathbf{p}_c, \quad (23)$$

这里的 \mathbf{p}_c 和 \mathbf{p}'_c 的定义同式(3)。将式(23)代入式(22)并利用式(4)定义的符号 $\bar{\mathbf{p}}_j$ 和 $\bar{\mathbf{p}}'_j$, 得到

$$J_2 = \sum_{j=1}^n \|(I - \mathbf{b}^x)\bar{\mathbf{p}}'_j - (I + \mathbf{b}^x)\bar{\mathbf{p}}_j\|^2. \quad (24)$$

因此,原问题的关键是求得最优的凯莱向量 \mathbf{b} 使得上式(24)的目标函数最小。定义

$$\mathbf{u}_j = \bar{\mathbf{p}}_j + \bar{\mathbf{p}}'_j, \quad \mathbf{v}_j = \bar{\mathbf{p}}_j - \bar{\mathbf{p}}'_j, \quad (25)$$

由式(24)得

$$J_2 = \sum_{j=1}^n \|u_j^x \mathbf{b} - \mathbf{v}_j\|^2. \quad (26)$$

显然,这是一个线性最小二乘问题.使 J_2 最小的 \mathbf{b} 必须满足下述的正则方程:

$$A\mathbf{b} = \mathbf{c}, \quad (27)$$

这里, $A = \sum_j (u_j^x)^T u_j^x$, $\mathbf{c} = \sum_j (u_j^x)^T \mathbf{v}_j$. 利用在式(9)中对 P, P' 及 \mathbf{w} 的定义,并进一步定义

$$U = P + P', \quad \alpha = \text{tr}(UU^T), \quad (28)$$

经一系列代数运算可得

$$A = \alpha I - UU^T, \quad \mathbf{c} = -\mathbf{w}. \quad (29)$$

下面讨论正则方程(27)解的唯一性.

定理 5. 正则方程(27)有唯一解,当且仅当 $\text{rank}(U) \geq 2$.

证. UU^T 是一个 3×3 半正定矩阵. 设 $\lambda_i, i = 1, 2, 3$ 是它的特征值, 则 $\lambda_i \geq 0, i = 1, 2, 3$, 且 $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{tr}(UU^T) = \alpha$. 据此,有

$$\begin{aligned} \text{rank}(U) \geq 2 &\Leftrightarrow \text{rank}(UU^T) \geq 2 \\ &\Leftrightarrow UU^T \text{ 最多有一个特征值为零} \\ &\Leftrightarrow \lambda_i < \alpha \Leftrightarrow \det(\alpha I - UU^T) \neq 0 \\ &\Leftrightarrow A \text{ 可逆} \Leftrightarrow A\mathbf{b} = \mathbf{c} \text{ 解唯一.} \end{aligned}$$

证毕

四、 J_1 和 J_2 的关系

一般而言,对于给定的 \mathbf{p}_j 和 $\mathbf{p}'_j, j = 1, \dots, n$, 由目标函数 J_1 和 J_2 所得的最优解是不同的. 本节将讨论它们之间的关系并给出实验结果.

1. 二者的理论关系

为了便于比较 J_1 和 J_2 , 可将二者都表达成凯莱向量 \mathbf{b} 的函数. 由式(5)和式(24)知

$$J_1(\mathbf{b}) = \sum_{j=1}^n \|\mathbf{e}_j(\mathbf{b})\|^2, \quad J_2(\mathbf{b}) = \sum_{j=1}^n \|\tilde{\mathbf{e}}_j(\mathbf{b})\|^2, \quad (30)$$

这里

$$\mathbf{e}_j(\mathbf{b}) = \bar{\mathbf{p}}'_j - (I - \mathbf{b}^x)^{-1}(I + \mathbf{b}^x)\bar{\mathbf{p}}_j, \quad (31)$$

$$\tilde{\mathbf{e}}_j(\mathbf{b}) = (I - \mathbf{b}^x)\bar{\mathbf{p}}'_j - (I + \mathbf{b}^x)\bar{\mathbf{p}}_j. \quad (32)$$

不难看出 $\tilde{\mathbf{e}}_j(\mathbf{b}) = (I - \mathbf{b}^x)\mathbf{e}_j(\mathbf{b}) = \mathbf{e}_j(\mathbf{b}) - \mathbf{b} \times \mathbf{e}_j(\mathbf{b})$, 从而

$$\|\tilde{\mathbf{e}}_j(\mathbf{b})\|^2 = \|\mathbf{e}_j(\mathbf{b})\|^2 + \|\mathbf{b} \times \mathbf{e}_j(\mathbf{b})\|^2. \quad (33)$$

由式(30)和式(33)得

$$J_1(\mathbf{b}) \leq J_2(\mathbf{b}). \quad (34)$$

注意,该式意味着对于任意给定的 \mathbf{b} , $J_1(\mathbf{b})$ 不会超过 $J_2(\mathbf{b})$, 然而,使 J_2 取最小值的 \mathbf{b} 并不一定使 J_1 取最小值. 事实上, J_1 和 J_2 的值不仅取决于 \mathbf{b} (或 \mathbf{b} 所对应的 R), 也取决于给定的数据 P 和 P' , 其定义见式(9), 可以用符号 $J_i(P, P', \mathbf{b})$ 或 $J_i(P, P', R), i = 1, 2$ 来完整地表达它们. 下面将给出一个算法, 它表明 J_1 的最优解可通过 J_2 迭代地求得. 算法步骤为

- 1) 令 $k = 1$, $R_1 = I$, 并给定一个小的正数 ε ;
- 2) 对第 k 次迭代, 求 \mathbf{b}_k^* 使 $J_2(R_k P, P', \mathbf{b})$ 最小;
- 3) 若 $\|\mathbf{b}_k^*\| > \varepsilon$, 令 $R_{k+1} = R_k^* R_k$, $k \leftarrow k + 1$, 转第 2 步; 否则, 取 R_k 为 $J_1(P, P', R)$ 的最优解, 停止迭代.

注意, 算法中的 R_k^* 是对应于 \mathbf{b}_k^* 的旋转阵. 根据算法中 \mathbf{b}_k^* 的定义, 有

$$J_2(R_{k+1} P, P', \mathbf{b}_{k+1}^*) \leq J_2(R_{k+1} P, P', \mathbf{0}); \quad (35)$$

根据式(30)—(32)中 J_1 和 J_2 的定义, 有

$$J_2(R_{k+1} P, P', \mathbf{0}) = J_1(R_{k+1} P, P', \mathbf{0}); \quad (36)$$

根据算法中 R_{k+1} 的定义, 还有

$$J_1(R_{k+1} P, P', \mathbf{0}) = J_1(R_k P, P', \mathbf{b}_k^*). \quad (37)$$

此外, 由式(34)可得

$$J_1(R_k P, P', \mathbf{b}_k^*) \leq J_2(R_k P, P', \mathbf{b}_k^*). \quad (38)$$

组合式(35)—(38), 得到

$$J_2(R_{k+1} P, P', \mathbf{b}_{k+1}^*) \leq J_2(R_k P, P', \mathbf{b}_k^*). \quad (39)$$

上式中的等号仅当 $\mathbf{b}_{k+1}^* = \mathbf{0}$ 时成立. 这意味着该算法所确定的迭代过程保证 J_2 的值逐次减小, 因而过程是收敛的. 收敛后 \mathbf{b}_{k+1}^* 将为零. 实际算法中, 只要 $\|\mathbf{b}_k^*\| \leq \varepsilon$ (对应于足够小的旋转) 便结束迭代过程.

2. 计算机仿真试验

计算机仿真试验中采用的双目相机系统的模型设置如图 1 所示. 下面给出笔者所做的大量计算机仿真试验中的一组例子. 这组例子所用到的数据和试验步骤如下.

相机的焦距设为 $f = 12\text{mm}$, 双目系统的基线长度设为 $b = 50\text{cm}$. 假定被观察物体为一矩形框: $20\text{cm} \times 75\text{cm}$. 在时刻 t 时, 物体平行置于双目系统的正前方, 离相机的距离取为 $d = 250$,

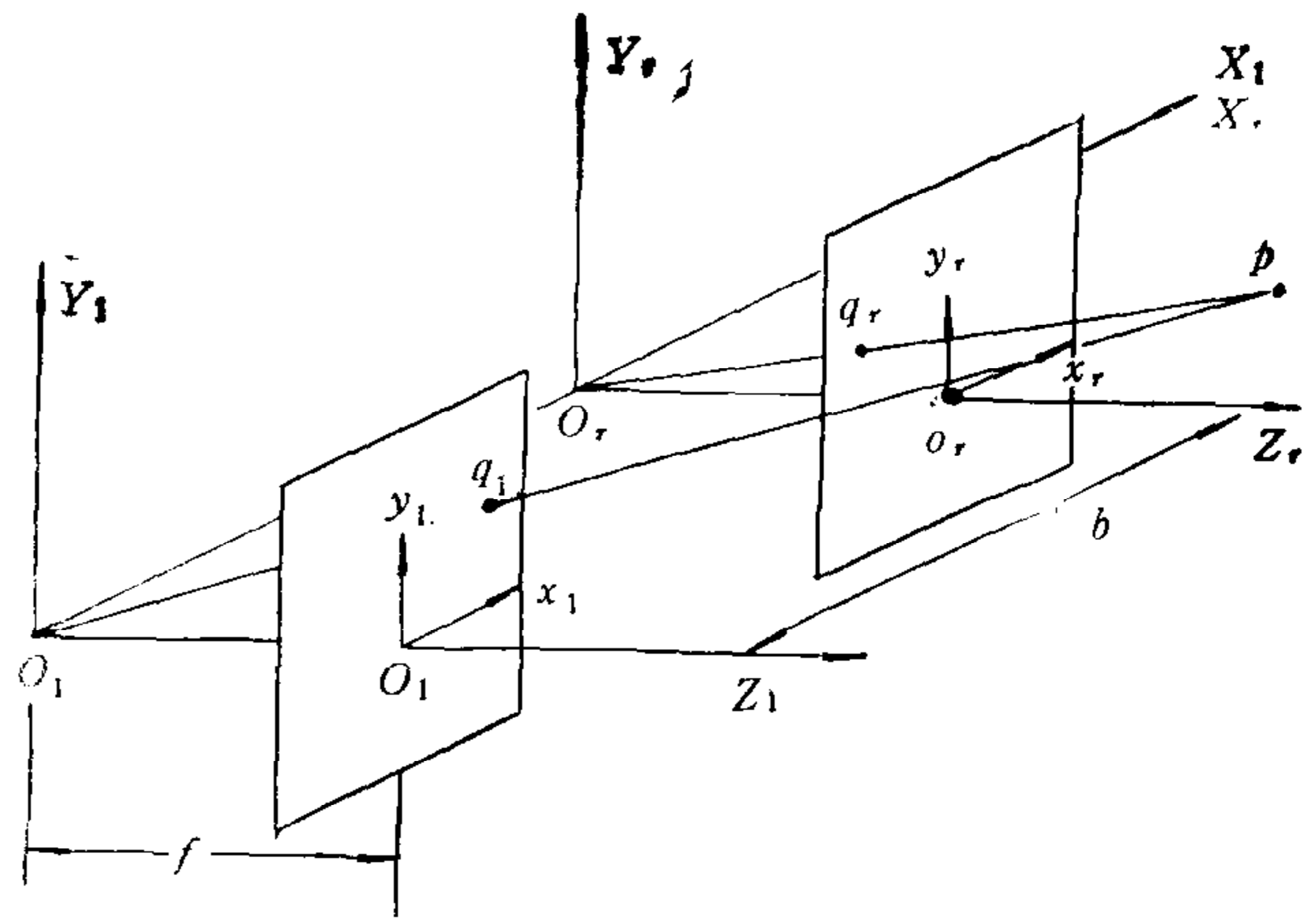


图 1 双目相机系统的设置

500, 750, 1000cm. 然后将物体绕其中心旋转 R 再平移 \mathbf{t} 得到 t' 时刻物体在空间的位姿, 运动参数设为 $R = \text{Rot}(Y, 10^\circ)$, $\mathbf{t} = (20, 20, 20)^T \text{cm}$. 根据两个时刻下物体的顶点在空间的实际位置, 求得它们所对应的象点, 并加上高斯噪声 $N(0, \sigma^2)$, σ 取为 0.3, 0.6, 0.9, 1.2 (单位为 0.01mm). 由加噪后的象点根据双目视觉的三角形法求得特征点空间位置的观察值. 再由这些观察值, 利用目标函数 J_1 和 J_2 求得运动参数的估计值 \hat{R} 和 $\hat{\mathbf{t}}$, 它们和给定值 R 和 \mathbf{t} 的差异定义为 $\Delta \mathbf{t} = \mathbf{t} - \hat{\mathbf{t}}$, $\Delta R = R\hat{R}^T$, 记 ΔR 所对应的旋转角为 $\Delta \phi$. 表 1 给出了这组试验的统计结果, 每个试验运行 1000 次, 统计出 $\|\Delta \mathbf{t}\|$ 和 $|\Delta \phi|$ 的均值 (mean) 和方差 (variance). 表中上行为 J_2 所得结果, 下行为 J_1 所得结果.

表 1 计算机仿真试验结果

Range d	Std. σ	Mean of $\ \Delta t\ $	Variance of $\ \Delta t\ $	Mean of $ \Delta\phi $	Variance of $ \Delta\phi $
250	.3	.7969691	.1935981	1.315943	.7618786
		.7969666	.1935976	1.315569	.7613946
250	.6	1.594395	.7666199	2.581895	2.902821
		1.594120	.7661207	2.580461	2.898193
250	.9	2.411568	1.643838	3.958646	6.474624
		2.409211	1.641028	3.951810	6.453118
250	1.2	3.238354	2.958011	5.221738	11.70601
		3.233443	2.948359	5.208134	11.64008
500	.3	3.526589	3.687579	5.589876	14.71648
		3.520969	3.676208	5.576825	14.64310
750	.3	8.232637	17.70387	13.02983	66.77319
		8.127110	17.01073	12.79422	63.57014
1000	.3	14.18722	52.32100	22.05158	190.0827
		13.64659	47.26486	20.79206	164.3211

由表 1 可知, $\|\Delta t\|$ 及 $|\Delta\phi|$ 的均值随象噪声 σ 的增加按线性关系增长, 随物体离相机的距离 d 的增大按平方关系增长。比较表中的上下行可以知, 基于两个不同的目标函数 J_1 和 J_2 所得的结果几乎是完全相同的。值得指出的是, 表中的结果是随机运行一千次统计出来的。然而在试验中即使对于每次个例, 基于 J_1 和 J_2 所得的结果也几乎是相同的。仅当特征点空间位置的观察误差很大时(相对于物体尺寸而言), 二者的差别才明显, 此时如采用前面介绍的利用 J_2 求 J_1 解的迭代方法, 只需 1—2 次迭代就可消除这种差别。

结 束 语

本文讨论了由特征点空间位置的观察值估计两个时刻间运动参数的问题。值得指出的是, 虽然 J_1 有闭式解, 但涉及到求特征值和特征向量的问题, 在本质上仍是迭代法。计算机仿真试验的结果表明, J_1 和 J_2 的应用效果几乎是等同的。这是一个十分有用的结论, 因为求解 J_2 要比求解 J_1 容易得多。

参 考 文 献

- [1] Bottema, O., Roth, B., Theoretical Kinematics, North Holland Publishing Company, New York, (1979).
- [2] Roach, J. W. and Aggarwal, J. K., Determining the Movement of Objects from a Sequence of Images, *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2(1980), 6, 554—562.
- [3] Tsai, R. Y. and Huang, T. S., Uniqueness and Estimation of 3-D Motion Parameters of Rigid Objects with Curved Surfaces, *IEEE Trans on Pattern Analysis and machine Intelligence*, 6(1984), 1, 13—26.
- [4] Blostein, S. D. and Huang, T. S., Error Analysis in Stereo Determination of 3-D Point Positions, *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 9(1987), 6, 752—765.
- [5] Huang, T. S. and Blostein, S. D., Robust Algorithm for Motion Estimation Based on Two Sequential Stereo Image Pairs, Proc. of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, San Francisco, California, (1985), 518—523.
- [6] Mitiche, A. and Bouthemy, P., Tracking Modeled Objects Using Binocular Images, *Computer Vision, Gra-*

phics and Image Processing, 32(1985), 384—396.

- [7] Su, R. J. and Xu, W. L., Matrix Decomposition and Optimal Estimation of Rigid-body Displacement, Proc. of the International Symposium MTNS-89, Amsterdam, The Netherlands, 3(1989), 513—520.
- [8] Faugeras, O. D., Lustman, F. and Toscani, G., Motion and Structure from Motion from Point and Line Matches, Proc. of the 1987 IEEE First International Conference on Computer Vision, London, England, (1987), 25—34.
- [9] Haralick, R. M. et al., Pose Estimation from Corresponding Point Data, *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, 19(1989), 6, 1426—1446.
- [10] Gantmacher, F. R., *The Theory of Matrices*, Chelsea Publishing Company, New York, (1959).

ESTIMATING MOTION PARAMETERS FROM POSITION VECTORS OF FEATURE POINTS

XU WENLI LIU WENHUANG

(Dept. of Automation, Tsinghua University, 100084)

ABSTRACT

Determining the 3-D relative motion between the camera and the viewed object is an important topic in the field of computer vision. Assume that there are some feature points on the object and their positions in space have been recovered by the stereo vision, this paper discusses how to estimate the motion parameters from the observed position vectors of the feature points. The objective function available in the literatures lead to a nonlinear optimization problem. A new objective function based on the Cayley's theorem is presented in this paper. The relationship between the two objective functions is also discussed.

Key words : Computer vision; 3-D motion; quaternion; RS decomposition; Cayley's formula.



徐文立 1947年生, 1970年毕业于清华大学电机工程系, 1981年于清华大学自动化系获硕士学位, 1990年于美国科罗拉多大学电力与计算机工程系获博士学位, 并作博士后研究。现任清华大学自动化系副教授, 自动化教研室副主任。主要从事工业自动化、智能控制、计算机视觉等方面的研究。



刘文煌 1946年生, 福建莆田人, 1970年毕业于清华大学电机工程系, 1986年去美国进修, 现任清华大学自动化系讲师, 国家高技术自动化领域(IMS)主题办公室副主任。主要研究领域为控制理论及应用。