

一个基于专家知识的不确定性 分析推理系统

宋逢明

(清华大学经济管理学院,北京 100084)

摘 要

本文介绍 EXDASS 系统中进行不确定性分析的推理系统。该系统的工作方式是依据专家对不确定性作出判断的有关知识信息,通过人机交互的动态过程以实现对决策的支持。专家知识的量化表示及其推理机制的实现以可能性证据理论为基础。文中描述了系统的设计思想和工作原理,重点介绍了在知识表示方面的自学习特性,并且给出了应用实例。

关键词: 不确定性,可能性证据,自学习。

一、前 言

利用传统的统计方法处理不确定性,往往由于数据不足,或者问题本身不能从统计意义上进行价值判断而失败。因此,必须依靠其它的非统计信息的支持,其中特别宝贵的信息资源是有关专家的知识 and 经验。但是,不同领域的专家往往只是根据自己的领域知识作出判断,而决策问题的不确定性却是多方面因素的综合影响造成的。因此,对各种有关的专家知识应该有正确的表示、存储、复制、修改、分析和推理合成以形成对决策支持的手段。基于专家知识的不确定性分析推理系统就是一项有效的工具。EXDASS (EXpert knowledge-based Decision Analysis and Support System) 系统就包含有这样一个推理系统。

二、可能性证据理论

可能性证据理论建立在 L.A.Zadeh 所创建的可能性理论和 A.T. Dempster-G. Shafer 所提出和发展的证据的数学理论的基础上,把二者有机地结合起来,用以给出专家用自然语言表述的对不确定性进行判断的“定性”知识量化表示并提供推理演算的机制。

1. 可能性证据

根据文献[1],判断命题 $p \triangleq X \text{ is } F, X \in \Theta$ 称为可能性命题,其中 X 是一个在论域 Θ

上取值的语言变量, F 是 Θ 上的一个模糊集. 这里, 可能性理解为论域中的元素对自然语言所表述的概念的相容性 (compatibility) 程度. 若 $\mu_F: \Theta \rightarrow [0, 1]$ 是 F 的隶属度函数, 则任一清晰子集 $A \subset \Theta$ 的可能性测度 $\Pi(A)$ 定义为

$$\Pi(A) \triangleq \text{poss}\{X \in A\} = \sup_{\theta \in A} \mu_F(\theta), \theta \in \Theta.$$

对偶地, 必然性测度 $N(A)$ 定义为

$$N(A) \triangleq 1 - \text{poss}\{X \in \bar{A}\} = 1 - \sup_{\theta \in \bar{A}} \mu_F(\theta), \theta \in \Theta,$$

其中 \bar{A} 是 A 在 Θ 中的补集.

可能性测度和必然性测度的含义分别是在命题 $p \triangleq X \text{ is } F$ 成立的前提下判断“语言变量 X 发生的实际值落在集合 A 中”的冒险估计和保守估计.

G. Shafer 在 A. T. Dempster 工作的基础上提出的证据的数学理论^[2], 给出了另一种判断不确定性的冒险估计和保守估计的度量方法. 以 2^Θ 表示有限论域 Θ 的幂集空间, 若映射 $m: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ 满足: 1) $m(\emptyset) = 0$, 2) $\sum_{A \subset \Theta} m(A) = 1$, 则称 m 为一基本不确定性测度分配. 使 $m(A) > 0$ 的 A 称为 m 的正元. 定义 $A(A \subset \Theta)$ 的基本不确定性度量函数: 1) 信任函数: $\text{Bel}(A) = \sum_{B \subset A} m(B)$; 2) 似然函数: $\text{Pl}(A) = \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m(B)$; 3) 反信任函数: $\sim \text{Bel}(A) = \sum_{B \not\subset A} m(B)$; 4) 反似然函数: $\sim \text{Pl}(A) = \sum_{B \cap A = \emptyset} m(B)$. $\text{Bel}(A)$ 和 $\text{Pl}(A)$ 分别是判断命题 A 成立的保守和冒险估计; $\sim \text{Bel}(A)$ 和 $\sim \text{Pl}(A)$ 分别是 A 不成立的冒险和保守估计.

本文用语言变量描述的可能性命题确定基本不确定性测度分配 m , 由此导出可能性证据的概念. 可能性证据揭示了上述两种度量不确定性的方法的内在联系.

$F_\lambda \triangleq \{\theta \mid \mu_F(\theta) \geq \lambda, \theta \in \Theta\}$, $0 \leq \lambda \leq 1$ 称为 F 的 λ -截集. 本文将只限于 F 是正规模糊集 (即其核 $F_1 \neq \emptyset$) 的情况.

以 2^{2^Θ} 表示 2^Θ 的幂空间. 从某一概率场 (Ω, \mathcal{A}, P) 到 $(2^\Theta, 2^{2^\Theta})$ 的可测映射 $\xi: \Omega \rightarrow 2^\Theta$ ($\xi^{-1}(C) = \{\omega \mid \xi(\omega) \in C\} \in \mathcal{A}, (\forall C \in 2^{2^\Theta})$) 称为论域 Θ 上的随机集, 而 $\mu_\xi(\theta) = P\{\omega \mid \xi(\omega) \ni \theta\}, \theta \in \Theta$ 称为随机集 ξ 的落影. 文中把随机集看作模糊集的一种表示方法, 即把模糊集的隶属度函数看作随机集落影. 然而, 随机集和它的作为隶属度函数的落影分布之间的关系是多对一的, 因此有如下定理.

定理 1. 对于一个可能性命题 $p \triangleq X \text{ is } F, X \in \Theta$, 令 $\mu_F: \Theta \rightarrow [0, 1]$ 是 F 的隶属度函数, 若等价类 ξ / \sim 中的每一个随机集 ξ 的落影分布 $\mu_\xi(\theta) = \mu_F(\theta), \theta \in \Theta$, 则必可从中选取一个 $\xi_0: \Omega \rightarrow 2^\Theta$, 使 ξ_0 的像都是 F 的 λ -截集, 并且 $P\{\omega \mid \xi_0(\omega) = F_\lambda, \omega \in \Omega\} = \bar{\lambda} - \underline{\lambda}$, 其中 $\bar{\lambda} = \sup\{\mu \mid F_\mu = F_\lambda\}$, $\underline{\lambda} = \inf\{\mu \mid F_\mu = F_\lambda\}$. ξ_0 就称为与 F 对应的代表集, ξ / \sim 就可以记为 ξ_0 / \sim .

在可能性命题 $p \triangleq X \text{ is } F, X \in \Theta$ 中, 当 F 是正规模糊集时, 对每一个 $\xi \in \xi_0 / \sim$, 有 $P\{\omega \mid \xi(\omega) = \emptyset, \omega \in \Omega\} = 0$. 此时, 令 $m_\xi(A) = P\{\omega \mid \xi(\omega) = A, \omega \in \Omega\}$, 则 $m_\xi: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ 是一基本不确定性测度分配. 代表集 ξ_0 对应的 m_0 及由 m_0 导出的基本不确定性度量函数统称为由可能性命题 $p \triangleq X \text{ is } F, X \in \Theta$ 导出的可能性证据.

利用可能性证据作为表示可能性命题 $p \triangleq X \text{ is } F, X \in \Theta$ 的知识结构, 其合理性在于

有如下定理.

定理 2 (可能性证据基本定理). 对于 $A \subset \Theta$ 和 $\xi \in \xi_0 / \sim$, 有

$$\Pi(A) = \text{Pl}_{\xi_0}(A) \leq \text{Pl}_{\xi}(A), N(A) = \text{Bel}_{\xi_0}(A) \geq \text{Bel}_{\xi}(A);$$

$$\Pi(\bar{A}) = \sim \text{Bel}_{\xi_0}(A) \leq \sim \text{Bel}_{\xi}(A), N(\bar{A}) = \sim \text{Pl}_{\xi_0}(A) \geq \sim \text{Pl}_{\xi}(A).$$

当根据专家知识提供的可能性命题来定义论域 Θ 上的基本不确定性测度分配时, 对不确定性的估计应当尽量既不冒险又不保守. 即应有 $\min_{\xi} \text{Pl}_{\xi}(A)$, $\min_{\xi} [\sim \text{Bel}_{\xi}(A)]$, $\max_{\xi} \text{Bel}_{\xi}(A)$ 和 $\max_{\xi} [\sim \text{Pl}_{\xi}(A)]$ 对所有的 $A \subset \Theta$ 成立. 可能性证据 $m_0: 2^{\Theta} \rightarrow [0, 1]$ 就正好满足这样的要求. 此时不确定性命题成立(事件发生)的信任函数正好等于必然性测度, 似然函数正好等于可能性测度; 反信任函数正好等于命题不成立(事件不发生)的可能性测度, 反似然函数正好等于命题不成立(事件不发生)的必然性测度. 因此, 可能性证据揭示了可能性理论和证据理论的内在联系. 并且, 可能性命题和可能性证据是一一对应的.

2. 可能性证据的推理运算

不确定性分析需要将来自相同和不同领域的专家站在各自不同的角度对不确定性作出判断的意见综合起来进行分析以形成对决策的支持. 表示专家知识的多个可能性证据要经过一系列推理运算才能发挥作用, 为此, 建立了由如下一整套运算组成的推理机制.

- 1) Dempster 合成或称正交和运算. 它将两个或多个可能性证据合成为一个证据.
- 2) 扩张运算. 它将定义在 Θ_1 上的可能性证据延拓到笛卡尔积 $\Theta_1 \times \Theta_2$ 上.
- 3) 限制运算. 它将在笛卡尔积 $\Theta_1 \times \Theta_2$ 上定义的可能性证据投射到 Θ_1 或 Θ_2 上.
- 4) 条件嵌入 (Conditional Embedding). 这一运算由条件可能性命题 $p(A \rightarrow B) \triangleq \text{if } X \in A, \text{ then } Y \text{ is } B, X \in \Theta_1, Y \in \Theta_2$ 给出条件可能性证据, 用于度量条件语言命题 $p(A \rightarrow B)$ 提供的不确定性信息.

5) 代数扩张. 这一运算定出语言变量 X_1, \dots, X_n 的代数函数 $f(X_1, \dots, X_n)$ 的基本不确定性度量函数.

6) 后验分析. 在已知条件可能性命题 $p(A \rightarrow B)$ 和后验命题 $p(Y) \triangleq Y \text{ is } B', Y \in \Theta_2$ 时, 给出关于 X 取值的不确定性度量信息, 类似于经典统计决策分析中的 Bayes 分析.

7) 折扣运算. 用于评估证据的可靠性.

关于推理运算的详细论述及通过推理机制形成对决策结论命题形成支持的方法, 见文献[4].

在进行推理演算时, 要做大量的正交和运算, 此时容易发生维数障碍. 为了推理演算的实际可行, 在系统中采用随机仿真的方法建立了仿真算法器. 仿真算法被证明是收敛的¹⁾.

三、推理系统的构造

推理系统的构造由图 1 的框图表示.

1) 宋逢明, 可能性证据理论及其在开发不确定性分析知识库中的应用, 清华大学工学博士学位论文, 1988 年.

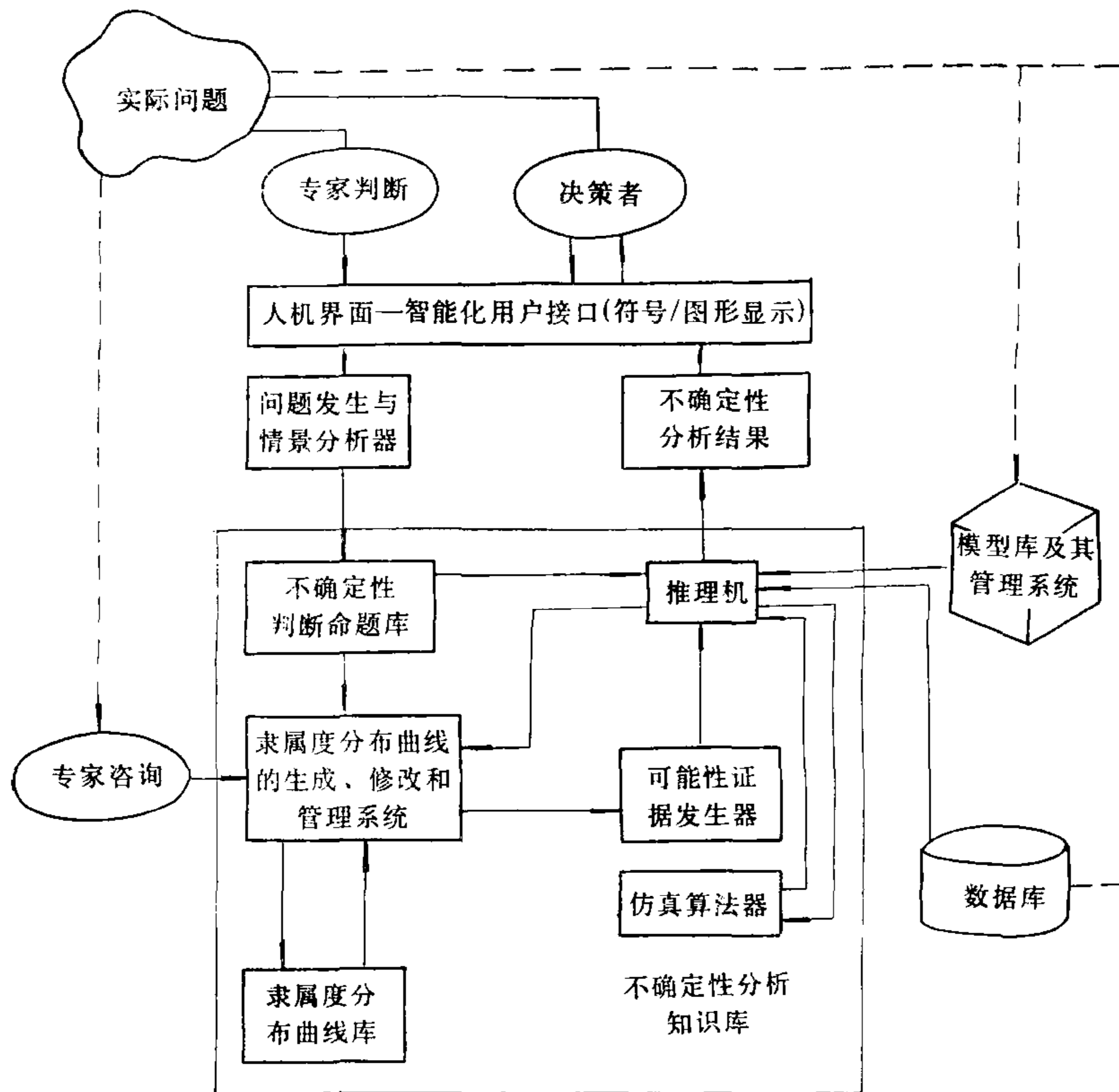


图 1

专家对于不确定性的判断以可能性命题 $p \triangleq X \text{ is } F, X \in \Theta$ 的形式表示,通过人机界面进入系统,调用系统中库存的隶属度曲线生成可能性证据,按照模型库提供的代数模型,联接仿真算法器进行推理演算,演算结果通过人机界面用数据、符号和图形向决策者显示。

不同的人对于同一个模糊概念 F 的感受和理解会各不相同,从而将导出各不相同的可能性证据。当专家用语言命题与系统会话时,系统将以自己的方式(即采用库存的隶属度曲线)来理解专家的意思。因此,系统的理解方式(即系统生成自己的隶属度曲线)应当有科学性。

每个人对一模糊概念的理解表现为一个随机集(基本不确定性测度分配),其落影就是此人对该概念定出的隶属度函数。一群人对这同一概念的理解,就表现为一族随机集(基本不确定性测度分配) $\xi_\alpha: \Omega \rightarrow 2^\Theta, \alpha \in \Lambda$ (Λ 是参数集)。若另外存在一个概率场 $(\Pi, \mathcal{C}, \lambda)$ 和(可测)随机变量 $\eta: \Pi \rightarrow \Lambda$,使 $(\Lambda, \mathcal{D}(\Lambda))$ ($\mathcal{D}(\Lambda)$ 表示 Λ 的幂集)是一个可测结构,则带参变数的随机集族 $\{\xi_{\eta(\pi)}, \pi \in \Pi\}$ 称为一随机集系。若所有 $\xi \in \{\xi_{\eta(\pi)}, \pi \in \Pi\}$ 是基本不确定性测度分配,则称为基本不确定性测度分配系。既然在 $\{\xi_{\eta(\pi)}, \pi \in \Pi\}$ 上又存在一个概率分布,就可以从这样一个更高的层次理解(对人的知识的)统计的频率稳定性。系统将以这样统计的期望分布曲线作为系统本身对概念 F 的理解,这也就从平均意

义上反映了这一群人的意见。下述定理保证了期望分布曲线的存在性和收敛性。

定理 3(随机集系——基本不确定性测度分配系落影大数定律). 若 $\xi_{\alpha_i}, \alpha_i \in \Lambda (i = 1, \dots, n)$ 作为 $\xi_{\eta(\pi)}, \pi \in \Pi$ 的 n 次独立观察, 对于参数 α_i 而言是独立同分布的随机集系——基本不确定性测度分配系, 对于每个固定的参数 α_i 的取值, $\xi_{\alpha_i}(\omega)$ 对各个 α_i 而言是独立同分布的随机集(对于不同的 α_i , 分布可不同). 令

$$\chi_{\xi_{\alpha_i}(\omega)}(\theta) = \begin{cases} 1, & \text{若 } \xi_{\alpha_i}(\omega) \ni \theta, \\ 0, & \text{否则,} \end{cases}$$

$$\bar{\mu}_n(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} \chi_{\xi_{\alpha_i}}(\omega)(\theta) P(d\omega) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu_{\xi_{\alpha_i}}(\theta),$$

$\bar{\mu}_n(\theta)$ 表示 n 次独立观察到的随机集系样本在 θ 点的落影值的算术平均值. 对于 $i = 1, \dots, n$, 有

$$\int_{\Pi} \mu_{\xi_{\alpha_i}}(\theta) \lambda(d\pi) = \int_{\Pi} \int_{\Omega} \chi_{\xi_{\eta(\pi)}(\omega)}(\theta) P(d\omega) \lambda(d\pi) = \bar{\mu}(\theta),$$

$$(\because \alpha_i = \eta(\pi))$$

$$\bar{\mu}_n(\theta, \pi) \rightarrow \bar{\mu}(\theta), \text{ a.e. } (n \rightarrow \infty).$$

可能性证据是与可能性命题一一对应的一套特殊的基本不确定性测度分配, 因此有定理 4.

定理 4. $\{\xi_{\eta(\pi)}, \pi \in \Pi\}$ 是一基本不确定性测度分配系, $\eta: \Pi \rightarrow \Lambda, \forall \alpha \in \Lambda$, 令

$$\Theta_{\alpha} = \{\theta | P\{\omega | \xi_{\alpha}(\omega) \ni \theta\} = 1, \theta \in \Theta\},$$

若存在一个 $\Lambda_1 \subset \Lambda$ 使 $\bigcup_{\alpha \in \Lambda_1} \Theta_{\alpha} \neq \emptyset$, 并且 $\lambda(\eta^{-1}(\Lambda_1)) = 1$, 则定理 3 中的 $\bar{\mu}(\theta), \theta \in \Theta$ 确定了一个可能性证据.

可以按以下方式在系统中建立生成和修正隶属度曲线的自学习机制.

对于同一个可能性命题 $p \triangleq X \text{ is } F, X \in \Theta$, 人们根据自己对语言变量 X 取值对(模糊)概念 F 的相容性的理解, 提出不同的隶属度函数 $\mu_F^i: \Theta \rightarrow [0, 1], i = 1, 2, \dots$. 以 F_i 表示与 μ_F^i 相对应的核. 限于 F 是正规模糊集, 所有 $F_i \neq \emptyset$. 对于这些隶属度函数 μ_F^i 进行如下分类: 令 $M_k = \{\mu_F^{ki}\} = \{\mu_F^i | \bigcap_i F_i \neq \emptyset\}, k = 1, 2, \dots$. 若 $\mu_F^{ki} \in M_k, \mu_F^{ji} \in M_j, k \neq j$, 则 $F^{ki} \cap F^{ji} = \emptyset$, 并显然有 $M_k \cap M_j = \emptyset$. 对于每个 M_k , 若目前其中共有 n_k 个 μ_F^{ki} , 则取其全体的算术平均值 $\bar{\mu}_F^{(k)} = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} \mu_F^{ki}: \Theta \rightarrow [0, 1]$ 作为 M_k 的代表存贮在系统的隶属度曲线库内. 当需要向专家咨询隶属度曲线的形状时, 可以通过智能化用户接口显示各 $\bar{\mu}_F^{(k)}$ 的曲线图形, 供专家挑选. 如果经咨询后专家要输入新的隶属度曲线, 则

1) 新输入的 μ_F^* 若不属于任一 M_k , 就形成新的一类存入隶属度曲线库;

2) 若 μ_F^* 可以属于某一 M_k (意指 $F_i^* \cap \left(\bigcap_i F_i^{ki}\right) \neq \emptyset$), 就对 $\bar{\mu}_F^{(k)}$ 作如下修正, 以

$$\bar{\mu}_F^{(k)} = \frac{n_k}{n_k + 1} \bar{\mu}_F^{(k)} + \frac{1}{n_k + 1} \mu_F^*$$

作为新的 $\bar{\mu}_F^{(k)}$.

这种自学习过程满足定理 3 和定理 4 的条件, 从而必定收敛, 且必能生成可能性证据。

四、推理系统的应用

现以财务评价为例说明系统怎样依靠专家知识评估投资风险。

启动系统的问题发生与情景分析器后, 计算机终端屏幕上显示出空白的资金流量表。根据有关的财务资料填入数据, 下面是一个热电厂进行技术改造的实际报表(见表 1)。

表 1

单位: 万元

内容	合计	建设期			生产期					
		89	90	91	92	93	94	95—2006	07	08
一、资金流入										
1. 销售收入	111908				5544	6457	6762	81144	6457	5544
2. 回收固定资产残值	-147									-147
3. 回收流动资金	244									244
二、资金流出										
1. 基建支出, 其中										
银行借款	4689	1265	1663	1167	594					
自筹资金	1655	330	400	500	320	105				
2. 流动资金	244				122	122				
3. 成本, 其中	79527				4049	4560	4793	57516	4560	4049
燃料煤	65604				1988	3976	3976	47712	3976	3976
工资	2380				140	140	140	1680	140	140
4. 老厂利润	5491				323	323	323	3876	323	323
三、净现金流量	20399	-1595	-2063	-1667	136	1347	1646	19752	1574	1269

注: 银行借款支出中含利息支出

在资金流量表里, 项目计算期内各年度的资金流出和流入, 都是将来发生的事情, 以后实际发生的值会有所偏离。这就是项目本身所带有的不确定性, 或者说风险。

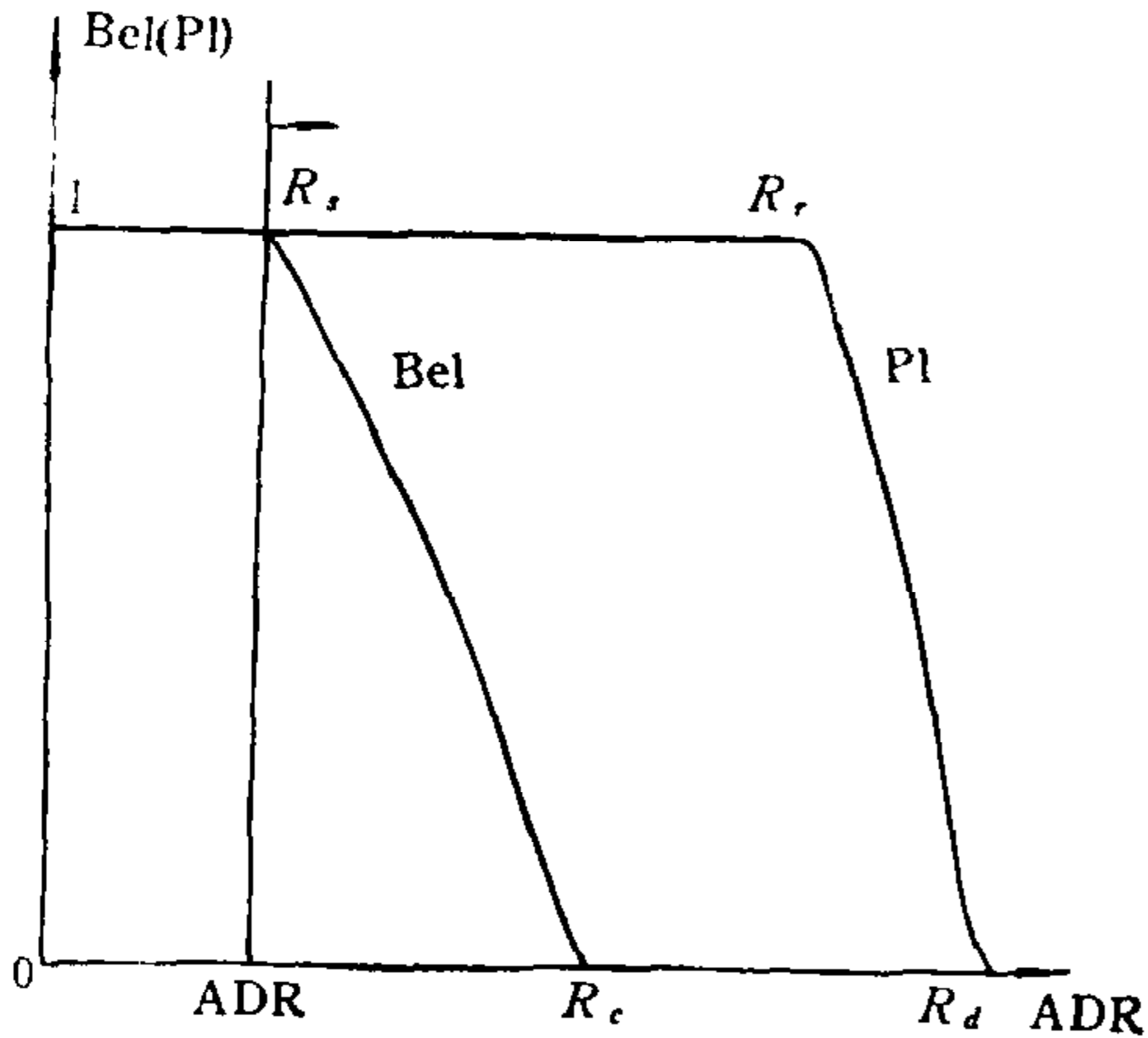
各方面的专家(生产的、技术的、销售的、采购的、财务的等等)从各自的角度根据他们的知识对这些财务数据提出评估意见, 直接通过人机会话输入系统。系统利用不确定性判断命题库生成相应的可能性命题。对同一个数据, 也可以有几位专家分别提出他们各自不同的意见, 因此可分别生成不同的可能性命题。

在专家意见输入完成后, 系统根据所生成的各种可能性命题调出隶属度曲线, 生成可能性证据后送入推理机。推理机根据用户指令从模型库调入所要评价的经济指标的代数模型, 随即启动仿真算法器, 按照可能性证据的各种推理规则进行推理运算, 完成后通过智能化用户接口用数据, 符号和图形向决策者显示计算的结果。如果对结果不满意, 可以重新输入或删去、修改有关的专家意见, 再次启动系统, 反复多次, 直至得出比较令人信服结论。

例如, 模型库提供了净现值模型 $NPV(r) = \sum (CI_t - CO_t)(1+r)^{-t}$, 其中 CI_t ,

CO_t 分别指第 t 年的现金流入量和流出量, r 可取为不同的可以接受的折现率 ADR (acceptable discount rate). 有关专家对投资风险提出各种评估意见后, 系统把这些意见综合

起来, 经推理演算求出命题 $p(\mathcal{A}) \triangleq (NPV(r) \geq 0)$ (这个命题 \mathcal{A} 表示“以 r 为折现率评估项目所得净现值大于等于零”)的基本不确定性度量函数值. 计算结果在计算机终端上显示出如下图形(见图 2): 根据这样的分析结果, 由决策者按照资金成本和自己对风险的偏好来判决项目究竟是否可行.



折现率 $ADR = 0.0900$; 信任度 $Bel = 1.0000$;
 似然度 $Pi = 1.0000$ $R_r = 0.0900$; $R_c = 0.1870$;
 $R_r = 0.3400$; $R_d = 0.4020$.

图 2 投资风险分析曲线

五、结 束 语

不确定性分析推理系统具有如下显著特点:

1) 系统的工作方式是人机合作而不是人机分离, 用户和系统实际上是通过人机交互的动态过程共同讨论以求出令人信服的结果.

论.

2) 领域专家可以以自然语言表达自己的意见. 系统具有把专家知识组织起来进行加工推理的功能, 可以协调各方面与问题有关的领域专家的意见, 所以特别适宜于会议决策.

3) 系统具有一定的自学习特性, 可以不断地丰富自己存储的内容 (EXDASS 系统的模型库也具备扩展自己的能力). 系统还可与产生式规则基的专家知识库相联接, 从而使宝贵的专家知识得以存储和复制.

EXDASS 实际上是一项原型 (prototype) 系统, 基于专家知识的不确定性分析推理系统实际上为其它实用系统的开发提供了一个工作框架. 随着实践的考验和不断的改进, 相信它是有生命力的.

致谢: 本文的研究工作是在郑维敏教授的精心指导下完成, 汪培庄教授也给予了指导和帮助.

参 考 文 献

[1] Zadeh, L.A., Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility, Fuzzy Sets and Systems, 1(1978), 1, 3—28.
 [2] Shafer, G., A Mathematical Theory of Evidence, Princeton University Press (1976).
 [3] 汪培庄, 模糊集与随机集落影, 北京师范大学出版社, 1985年9月.
 [4] 宋逢明、郑维敏, 可能性证据理论和非统计不确定性决策分析, 系统工程学报, 3(1988), 2, 13—27.
 [5] 宋逢明, 可能性证据——非统计不确定性信息的一种知识表示方法, 系统科学与数学, 10(1990), 4, 317—324.
 [6] 郑维敏、宋逢明, 可能性支持函数在投资风险分析中的应用, 管理工程学报, 1(1987), 1, 19—31.
 [7] Cheng, W.M., Cui, Z.X. and Song, F.M. et al., EXDASS—A Knowledge-Based Dynamic Interactive Decision Analysis and Support System, Proc. of ICSSE'88, Beijing, (1988), 47—52.

AN EXPERT KNOWLEDGE-BASED INFERENCE SYSTEM DEALING WITH UNCERTAINTIES

SONG FENGMING

(*School of Economics & Management, Tsinghua University, Beijing 100084*)

ABSTRACT

This paper presents an inference system dealing with uncertainties, which is included in EXDASS. Based on expert knowledge estimating and predicting uncertainties/risks, the system provides some supports to decision making through a man-computer dynamic interactive procedure. The paper illustrates the possibilistic evidence theory, which makes up the theoretical foundation of the expert knowledge representation and the inference mechanism. The design principles and the framework of the system are expounded with an application case, especially, some self-learning features of the system are discussed.

Key words: Uncertainty; possibilistic evidence; self-learning.



宋逢明 1946年7月生。1970年毕业于北京大学数学力学系, 1982年在上海交通大学工业管理工程系获硕士学位, 1988年获清华大学系统工程专业博士学位。现任清华大学经济管理学院副教授, 国际贸易与金融系教研室主任。目前主要从事国际金融和有价值证券风险管理方面的教学和研究工作。