第18卷 第4期 自 动 化 学 报 Vol. 18, No. 4
1992 年 7 月 ACTA AUTOMATICA SINICA July, 1992

短 文

GM-RC, AJ-RC FIR 系统辨识方法的改进

王树勋 梁应敞

(吉林工业大学电子工程系,长春 130022)

摘 要

本文讨论基于高阶累量辨识非最小相位 FIR 系统问题. 在文献[1,2]提出的 GM-RC, AJ-RC 算法的基础上,提出了一种改进算法. 模拟实验结果表明:改进算法有效地抑制了传播误差并进一步简化了运算,因而性能更加优越.

关键词: 高阶累量,非最小相位 FIR 系统,参数估计.

一、前 言

近年来,高阶累量在非最小相位 FIR 系统辨识中得到了广泛应用. 文献[1,2]首先提出了估计系统参数的 GM-RC, AJ-RC 算法,它是一种线性算法,因而运算简单、速度快,但由于在参数估计过程中存在着严重的传播误差,从而影响了参数估计性能. 为了抑制传播误差,本文提出了一种改进算法. 模拟实验结果表明:改进算法参数估计性能优越于 GM-RC, AJ-RC 算法.

二、系统模型及三阶累量定义

设线性时不变非最小相位 FIR 系统模型为

$$y(n)=\sum_{k=0}^{q} b(k)u(n-k), \tag{1}$$

观测模型为

$$z(n)=y(n)+w(n), \tag{2}$$

它满足下列条件:

条件 1. 观测噪声 $w(n)$ 为零均值, 独立地服从同一分布的白噪声, $E\{w^2(n)\}=\sigma_w^2$(未知), $E\{w^3(n)\}=0$, 且 $w(n)$ 与 $y(n)$ 相互独立;

条件 2. 动态噪声 $u(n)$ 不可观测,且为独立地服从同一分布的白噪声, $E\{u^2(n)\}=$

本文于 1990 年 12 月 20 日收到.

$\sigma^2 < \infty$，$E\{u^3(n)\} = \gamma \neq 0$，$|\gamma| < \infty$（$\sigma^2$ 与 γ 均未知），$E\{u^6(n)\} < \infty$；

条件 3. 系统阶次 q 已知且有限，$b(0) = 1$；

条件 4. $b(q-k) \neq b(q)[1-b(k)]$，$k = 0,1,\cdots,[q/2]$，这里，$[q/2]$ 表示不超过 $q/2$ 的最大整数.

对于零均值平稳随机过程 $x(n)$，其自相关函数为

$$R_x(\tau) = E\{x(n)x(n+\tau)\}, \tag{3}$$

三阶累量（cumulant）为

$$C_x(n_1,n_2) = E\{x(n)x(n+n_1)x(n+n_2)\}. \tag{4}$$

众所周知，高斯过程的三阶累量等于零，因此三阶累量能够抑制高斯观测噪声的影响.

若 $n_1 = n_2 = \tau$，则(4)式变成

$$C_x(\tau) = C_x(\tau,\tau) = E\{x(n)x^2(n+\tau)\}. \tag{5}$$

一般地，称 $C_x(\tau)$ 为随机过程 $x(n)$ 的三阶累量的一维对角切片（1-D diagonal slice）.

三、GM-RC，AJ-RC 系统辨识算法

对于(2)式观测模型，由于 $y(n)$ 与 $w(n)$ 的相互独立性，观测值 $z(n)$ 的自相关函数为

$$R_z(\tau) = \sigma^2 \sum_{k=0}^{q} b(k)b(k+\tau) + \sigma_w^2\delta(\tau), \tag{6}$$

其三阶累量的一维对角切片为

$$C_z(\tau) = \gamma \sum_{k=0}^{q} b(k)b^2(k+\tau). \tag{7}$$

令(6),(7)两式中 $\tau = \pm q$，得

$$R_z(q) = \sigma^2 b(q), \quad C_z(q) = \gamma b^2(q), \quad C_z(-q) = \gamma b(q). \tag{8}$$

于是

$$\begin{aligned} &b(q) = C_z(q)/C_z(-q), \quad \gamma = C_z^2(-q)/C_z(q), \\ &\sigma^2 = R_z(q)C_z(-q)/C_z(q). \end{aligned} \tag{9}$$

分别用 σ^2, γ 对 $R_z(\tau)$, $C_z(\tau)$ 归一化，得

$$R(\tau) = R_z(\tau)/\sigma^2 = \sum_{k=0}^{q} b(k)b(k+\tau) + (\sigma_w^2/\sigma^2)\delta(\tau), \tag{10}$$

$$C(\tau) = C_z(\tau)/\gamma = \sum_{k=0}^{q} b(k)b^2(k+\tau). \tag{11}$$

估计系统参数 $b(m)$ 的 GM-RC，AJ-RC 算法为设

$$f(m) = R(q-m) - \sum_{k=1}^{m-1} b(k)b(k+q-m), \tag{12}$$

$$g(m) = C(q-m) - \sum_{k=1}^{m-1} b(k)b^2(k+q-m), \tag{13}$$

$$h(m) = C(m-q) - \sum_{k=1}^{m-1} b^2(k)b(k+q-m), \tag{14}$$

则

$$b(q-m) = f(m)/2 + [b(q)h(m) - g(m)]/\{2[b(q) - f(m)]\}, \tag{15}$$

$$b(m) = [f(m) - b(q-m)]/b(q), \tag{16}$$

其中 $m = 1, 2, \cdots, [(q-1)/2]$. 如果 q 为偶数,则

$$b(q/2) = f(q/2)/[1 + b(q)]. \tag{17}$$

该算法的实质是用 $R_z(q-m)$, $C_z(q-m)$, $C_z(m-q)$ 和 $b(m-1)$, $b(m-2), \cdots, b(0)$, $b(q-m+1)$, $b(q-m+2), \cdots, b(q)$ 估计 $b(q-m)$ 和 $b(m)$, 即由两头向中间形成封闭型递归估计，使得参数估计误差依次传播下去，估计结果偏差较大。但该算法运算简单,速度快,可实时处理.

四、GM-RC, AJ-RC 系统辨识算法的改进

为了避免递归过程，抑制传播误差的影响，本文利用三阶累量 $C_z(m,q)$ 估计参数 $b(m)$.

令(4)式中 $n_1 = m$, $n_2 = q$, 得

$$C_x(m,q) = E\{x(n)x(n+m)x(n+q)\}. \tag{18}$$

对于观测值 $z(n)$, 有

$$\begin{aligned} C_z(m,q) &= E\{z(n)z(n+m)z(n+q)\} \\ &= E\{[y(n)+w(n)][y(n+m)+w(n+m)][y(n+q) \\ &\quad + w(n+q)]\}, \end{aligned} \tag{19}$$

由于 $y(n)$ 与 $w(n)$ 相互独立,且 $E\{y(n)\} = 0$, $E\{w(n)\} = 0$, 上式展开得

$$C_z(m,q) = E\{y(n)y(n+m)y(n+q)\} + E\{w(n)w(n+m)w(n+q)\}. \tag{20}$$

由条件 1 可知, $E\{w(n)w(n+m)w(n+q)\} = 0$, 于是

$$C_z(m,q) = E\{y(n)y(n+m)y(n+q)\}. \tag{21}$$

根据(1)式,有

$$\begin{aligned} C_z(m,q) = E\ &\left\{\left[\sum_{i=0}^{q} b(i)u(n-i)\right]\left[\sum_{j=0}^{q} b(j)u(n+m-j)\right]\right. \\ &\left.\cdot\left[\sum_{k=0}^{q} b(k)u(n+q-k)\right]\right\}. \end{aligned} \tag{22}$$

利用条件 2,上式可以化简为

$$C_z(m,q) = \gamma \sum_{i=0}^{q} b(i)b(i+m)b(i+q), \tag{23}$$

又由于 $b(i)$ 在 $i = 0, 1, \cdots, q$ 处有非零值,且当 $i < 0$ 或 $i > q$ 时, $b(i) = 0$, 所以

$$C_z(m,q) = \gamma b(o)b(m)b(q). \tag{24}$$

考虑到 $b(o) = 1$, 于是

$$C_z(m,q) = \gamma b(m)b(q). \tag{25}$$

令(25)式中 $m=0$，得

$$C_z(0,q)=\gamma b(q), \tag{26}$$

结合(25),(26)式,可以看出

$$b(m)=C_z(m,q)/C_z(0,q), \tag{27}$$

这就是改进算法的参数估计公式．对于给定的N个观测值 $z(0), z(1), \cdots, z(N-1)$，首先估计 $\hat{C}_z(m,q)$，

$$\hat{C}_z(m,q)=(1/N)\sum_{n=0}^{S} z(n)z(n+m)z(n+q), \tag{28}$$

其中 $S=\min(N-1, N-1-m, N-1-q)$，$m=0, 1, \cdots, q$．然后根据 $\hat{b}(m)=\hat{C}_z(m,q)/\hat{C}_z(0,q)$ 估计 $\hat{b}(m)$．改进算法具有如下特点：

1）$b(m)$的估计值互不影响,因而不存在误差传播；

2）$b(m)$的估计可以并行计算,因而比 GM-RC，AJ-RC 算法运算简单,速度快；

3）由于不存在除零问题,系统可以不满足条件 4，改进算法具有更广泛的应用范围．

五、模 拟 实 验

考虑两个系统模型

$$y(n)=u(n)+0.65u(n-1)+1.25u(n-2)-0.8u(n-3)-1.56u(n-4)$$

和

$$y(n)=u(n)+0.897u(n-1)-1.345u(n-2)+0.789u(n-3)-0.65u(n-4)+0.98u(n-5).$$

输入动态噪声$u(n)$采用 $\sigma^2=1$，$\gamma=2$ 的零均值指数分布白噪声,观测噪声 $w(n)$ 采用方差为σ_w^2的零均值高斯分布白噪声，信噪比均取 SNR $=10\log\{E\langle y^2(n)\rangle/\sigma_w^2\}=10$dB．为了减小实验的依赖性,每个例子均做 4 次蒙特卡罗（Monte Carlo）运算，对每次运算结果求均值和方差．表 1 和表 2 列出了两个例子，即利用改进前后算法的估计结果．

表 1

真实值＼估计值	GM-RC，AJ-RC 算法	改进算法
$b(1)=0.65$	0.9647 ± 0.0886	0.6549 ± 0.0202
$b(2)=1.25$	2.4137 ± 2.0465	1.1438 ± 0.0978
$b(3)=-0.8$	-0.2907 ± 0.1335	-0.7703 ± 0.0511
$b(4)=-1.56$	-1.5488 ± 0.1067	-1.5488 ± 0.1067

表 2

真实值＼估计值	GM-RC，AJ-RC 算法	改进算法
$b(1)=0.897$	0.9839 ± 0.2188	0.8199 ± 0.1051
$b(2)=-1.345$	-2.0241 ± 1.5490	-1.3604 ± 0.0550
$b(3)=0.789$	1.6842 ± 4.3930	0.7624 ± 0.0760
$b(4)=-0.65$	-0.6649 ± 0.1654	-0.5578 ± 0.0630
$b(5)=0.98$	0.9910 ± 0.0300	0.9910 ± 0.0300

从表中可以看出：改进算法对于 FIR 系统参数的估计,无论是与真值的偏差还是估计方差，通常都明显好于 GM-RC，AJ-RC 算法．特别值得一提的是，对于 GM-RC， AJ-RC 算法估计结果，中间参数估计的偏差与方差明显大于两头参数估计的偏差与方差，这就是该算法存在着传播误差的缘故，而改进算法消除了此现象.

六、结 束 语

GM-RC，AJ-RC 算法利用信息 $R_z(\tau)$ 和 $C_z(\tau)$ 来估计系统参数，而改进算法仅仅利用了信息 $C_z(m, q)$ 估计参数，模拟实验结果表明：改进算法消除了传播误差的影响. 但是，高阶累量中到底蕴含着哪些信号信息，这仍是一个尚待深入研究的课题，可以肯定，它将在今后的系统辨识中起重要作用.

参 考 文 献

[1] Giannakis, G. B. and Mendel, J. M., Identification of Non-minimum Phase Systems Using Higher Order Statistics, *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, **ASSP-37**(1989), 360—377.

[2] Tugnait, J. K., Approaches to FIR System Identification with Noisy Data Using Higher Order Statistics, *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, **ASSP-38**(1990), 1307—1317.

THE MODIFIED APPROACH TO GM-RC, AJ-RC, FIR SYSTEM IDENTIFICATION

WANG SHUXUN LIANG YINGCHANG

(Jilin University of Technology, Changchun 130022)

ABSTRACT

This paper discusses the problem of non-minimum phase FIR system identification by using higher order cumulants. Referring to the GM-RC, AJ-RC algorithm which is presented in literature [1] [2], we propose a modified algorithm. It is shown by simulation examples that the modified algorithm can restrain the propagaton errors and has better performance than GM-RC, AJ-RC algorithm.

Key words: Higher order cumulants; non-minimum phase FIR system; parameter estimation.