

力学与控制科学

黄琳

(北京大学力学与工程科学系系统与控制研究中心 北京 100871)

(E-mail: hl35hj75@pku.edu.cn)

摘 要 基于对力学与控制科学的相似性的分析,阐述了 4 个有意义的力学系统控制问题:①具非完整约束的非线性动力学系统的控制;②具非单一平衡位置的力学系统及其总体性质;③多体动力学与控制;④具分布参数的力学系统.最后给出了一个具启示性的看法.

关键词 力学控制系统,非完整约束,非单一平衡位置,多体,分布参数力学系统

中图分类号 TP242

MECHANICS AND CONTROL SCIENCE

HUANG Lin

(Department of Mechanics and Engineering Science, Peking University, Beijing 100871)

(E-mail: hl35hj75@pku.edu.cn)

Abstract Based on the analysis of the similarity between two important technical sciences: mechanics and control science, the following interesting mechanical system control problems are expounded in this paper: ① control in nonlinear dynamical system with nonholonomic constraints, ② mechanical control system with nonunique equilibrium state and its global properties, ③ multibody dynamics and control, and ④ mechanical system with distributed parameters. Finally, an inspired viewpoint is given.

Key words Mechanical control system, nonholonomic constraints, nonunique equilibrium state, multibody dynamics, mechanical system with distributed parameters

1 引言

在技术科学领域内,有两个学科十分相近且相互渗透,这就是力学与控制科学.20 世纪是这两个学科同时获得大发展的百年,有意思的是在经过百年发展以后,力学界从只崇尚物理与工程而变为强调控制在力学研究中的作用.在世纪交替时,国际理论与应用力学联合会(IUTAM)主席 W. Schiehle 教授就指出^[1],近 10 年来,动力学与控制已经成为力学讨论会的四个重要课题之一.出现这个局面的原因在于以下两个事实:1) 现今的力学(或机械)系统几乎都是受控制的系统,这刚好反应出现代力学系统在性能、精度一系列问题上与古代机械的区别;2) 力学家与控制学家的相互渗透.事实上,控制科学发展里程中有相当一批工作

是原来从事力学的人所作出的. 这方面杰出的代表如钱学森教授, 而控制中一些带原发性的成果, 例如最优控制中的最大值原理, 本质上是分析动力学中最小作用原理的扩展, 而在当今控制理论中有重要作用的 Hamilton 函数与 Hamilton 矩阵也都是先在分析动力学中提出与研究的, 更不必说 Lyapunov 稳定性今天在控制中的应用了. 这样一个局面也体现出这两个学科的惊人相似之处, 这表现在:

- 1) 同属技术科学, 都带有明确的改造世界的目的;
- 2) 同样具极广泛的应用领域, 而均不可能归于某个特定的工程领域;
- 3) 都要用到各种近代的数学与应用数学工具, 但又不同于纯粹数学的寻求应用, 两者均要依靠计算机来实现自己的目的, 最后也都要通过一定的实验验证.

20 世纪后半叶, 随着力学界对控制作用的认识, 受控力学系统和受控机械运动的研究日益引起力学及控制两方面人们的注意, 并且为力学系统性能的提高, 应用范围的扩大创造了条件. 力学界看到了控制给其带来的益处而重视控制, 力学系统中的控制问题是有其特色的, 这为控制理论的发展提供了活力, 这种活力不是纯数学兴趣的, 而是有实际背景, 有应用前景, 并且一般也是十分困难的问题.

2 非完整约束的非线性控制问题

20 世纪 80 年代是用微分流形方法研究非线性控制的一段相对辉煌的时间, 随后又出现了微分代数的方法. 这种理论的特点是比较一般化或数学化的. 由于各方面的努力, 也在不少实际问题中发挥了作用. 这种反馈线性化的理论, 一方面在相当广泛的系统类中并不总是成立的, 虽然力学系统从结构特征上看满足这种精确线性化的要求. 反馈线性化首先是寻求反馈镇定, 但当力学系统一旦具有非完整约束就常不能满足, 这是由于这类系统并不满足 Brockett^[2]指出过可用反馈线性化镇定系统所应满足的必要条件. 也正由于此就使得具非完整约束的系统一方面具有很大的应用背景, 它涉及到行走机器人, 几乎一切有滚动的运动体, 汽车乃至微机械加工等的控制, 同时研究它又十分困难.

非完整约束的力学系统可以用下述方程描述

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + K(q)q = L^T(q)\lambda + B(q)\tau \quad (1)$$

$$L(q)\dot{q} = 0 \quad (2)$$

其中 $M(q)$ 与 $K(q)$ 是质量矩阵与刚度矩阵, $C(q, \dot{q})\dot{q}$ 代表阻尼力、向心力与哥氏力. $L(q)$ 不是方阵, 但满行秩, 由它决定的约束(2)是不可解的. λ 是由于约束方程而加上的 Lagrange 乘子. 若以 $g_1(q), \dots, g_m(q)$ 表 $L(q)$ 的零空间的基, 则系统的广义速度向量 \dot{q} 可写成

$$\dot{q} = \sum_{i=1}^m g_i(q)v_i = g^T(q) \cdot v \quad (3)$$

其中 v 为控制力, 将此式微分再带入式(1), 则有

$$g^T(q)M(q)g(q)\dot{v} + g^T(q)[M(q)\dot{g}(q) + C(q, \dot{q})]\dot{v} + g^T(q)K(q)q = g^T(q)B(q)\tau \quad (4)$$

一般研究式(3)的控制问题称为运动学控制问题, 即保证非完整约束(2)成立的控制. 如果进而考虑动力学方程(4), 则成为动力学控制问题. 目前研究得较多的仍是前者, 就运动学控制而言, 控制量是广义速度用 $L(q)$ 零空间中基表示的系数, 在一定程度上反映了受约束的广义速度中独立的部分, 但物理含义已不如广义速度, 且由于其与速度相当(不是力), 因

而在实现上存在困难,因此用何种技术手段来保证非完整约束有效是很难把握的,这正如滑冰时所受到的非完整约束,如何保证一些复杂的滑行而不会摔倒,其控制力怎样施加一样.但滑冰对人而言可以通过学习、实践来学会用它,尽管并不知道这种控制的表达方式.在受控机械运作的过程中,其所受到的非完整约束是机械结构与物理规律决定的,不论如何控制,这一基本规律即一种非完整约束的形式首先不能破坏,要求受控机械与人滑冰一样可以通过学习并允许失败再积累经验来实施控制是不现实的,但这种机理却又十分复杂,什么样的控制比较合适至今没有定论.在保证非完整约束得到保持的情况下进一步要求其能有其它动态性能就涉及到非完整约束的动力学控制问题,目前这还基本上是空白.

非完整约束系统的另一个问题就是平衡位置一般不可能是单一的.这时平衡位置可能是一个区间或一个流形,怎么样研究用什么观念去研究均有一定困难.

非完整约束系统的控制是一个典型的非线性控制系统,目前研究的途径很多,如时变方式、不连续方式、模糊控制、智能控制、微分平坦理论、非正则反馈,但很难说出哪一个方法是有效的.出现方法多的一个重要原因就是问题突出,迫切要求解决而苦于无法解决.

3 多平衡位置系统与总体性质^[3]

迄今对系统中动力学过程研究得比较多的主要是平衡点及某个特定运动的稳定性、自振和混沌.一方面,系统的动态性能特别是总体性质远不止于此;另一方面,无论是自振还是混沌,对于复杂的高维系统说来进展也并不理想.单平衡点的稳定性、自振和混沌大都还是着眼于系统中个别过程及其临近过程的性质,并没有真正去讨论作为系统的总体性质.而从系统的运转来说,有时感兴趣的是整个系统的性能,例如现今电力系统,其感兴趣的已不仅是工作点在 Lyapunov 意义下的稳定性,而是整个电网工作的稳定性.

系统的多平衡位置是系统非线性的一个重要特征,一个有趣的事实是当系统中所有解均收敛时,只要平衡位置不是一个而且互相隔离(如果平衡位置只有一个那就是已研究很多的全局渐近稳定),就能证明一定存在不稳定的平衡位置.这个事实说明多平衡位置系统总体性质本身的复杂性.

系统的总体性质系指发生在系统中解的总体所具有的性质,因此这类性质不可能细致地刻划解之间的区别,而是一种共性,并能从这种共性中看出系统动态过程的全体解具有的概括性图像,目前已有研究的总体性质有:Lagrange 稳定,系统中一切解均有界,即不存在发散运动;类梯度性,系统中一切解均收敛,一般此时系统中平衡点不仅不单一而且可能无穷多或不可数;双态性,有界的解均收敛,以保证不发生自振的性质.

对于线性系统来说,其整个相空间的性质均可以通过其在平衡点的邻域的研究得到,因此对线性系统实际上不存在总体性质与局部性质的区别.线性系统由于具有线性迭加原理,这样就可以充分利用线性代数作为工具进行研究,而研究非线性系统却缺乏这一方法论上的优点,因此必须针对具一定特征的非线性系统而不是针对最一般的非线性系统.目前研究得比较多而又有很强工程背景的是类摆系统(pendulum-like),这类系统的动态模型的特点是存在 $a \in R^n$ 有

$$\dot{x} = f(t, x), f(t, x + a) = f(t, x), \quad \forall t \in R,$$

这种周期性是以状态空间中向量为周期的.这类系统由于其反映出摆、同步电机、旋转机

械……的一些特殊性质而受到研究者的重视. 对这类系统中的一类可以写成下述 Lure 系统

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu, u = -\varphi(\sigma), \sigma = c^T x \\ \varphi(\sigma + \Delta) = \varphi(\sigma), \det A = 0 \end{cases} \quad (5)$$

而可以将在 Lure 系统中已用得很多的频率域方法作适当改造后应用过来. 这方面已经得到一些可用的充分性条件. 由于充分性条件主要是用由系统传递函数描述的频域不等式进行刻划的, 这种频域不等式的成立将标志系统中不产生谐波过程, 这是由于刻划频域不等式的方式刚好与系统中实际存在的非线性约束相反. 这种频域不等式配合以改造后的 Lyapunov 方法就可以对系统的 Lagrange 稳定性、双态性乃至类梯度性有清楚的了解. 在这一思想指导下人们就开始用低阶非线性系统与高阶非线性系统在频域不等式上的类似作为过渡, 建立了一种称之为非局部化简的方法, 这样在总体性质的研究上就可以利用低阶非线性系统来讨论高阶非线性系统. 这不同于过去的比较原理, 一方面, 这里是依据频域而不是时域的微分不等式, 另一方面, 这里不仅可以研究单平衡点的稳定性而且也能研究系统的总体性质.

这种非局部化简方法可以对一些控制系统指出正不变集的位置和利用它寻求产生吸引子的条件, 同样也可以用来讨论产生周期解、旋转解乃至估计吸引子的 Hausdorff 维数等总体性质的问题, 从而为参数分岔、混沌等的研究提供新的途径.

除了上述研究的这些性质外, 系统还应有哪些总体性质. 除了类摆系统特别是可以化成 Lure 系统的类摆系统外, 其它比较一般的非线性系统可否用频域不等式或其它方法进行研究, 或者又有哪一类既能反映实际需求又可便于进行研究的系统类可以对其进行总体性质的讨论, 目前都并不清楚. 就目前研究的现状看, 上述研究仍然是以确定性分析为主, 即一方面没有考虑系统的不确定因素, 特别是系统基本的线性部分存在不确定性的情形, 另一方面对系统的综合的研究, 即设计控制器以保证或避免这些性质的产生, 工作也少见.

4 多体控制^[4]

三体问题是经典分析力学的难题, 当前航天以及战争的需求, 我们常不得不面临受控的多体问题. 一方面由于引进了控制而使问题的解决开阔了视野, 同时也是由于引进了控制又增加了难度.

卫星群的布局, 成形轨道控制是一个典型的力学系统的控制问题, 它涉及到卫星个体姿态控制与轨道控制的协调、卫星定位、追踪, 而这又与姿态控制相关. 在航天飞行中, 由于飞行的距离是与地球半径等量级的, 如何选择坐标系就成为飞行运动学与飞行动力学的关键. 一般说来, 常被选用的坐标系是惯性坐标系和卫星体的连体坐标系. 在研究一个运动体控制问题时, 讨论清楚这两个坐标系之间的关系是必要的, 这是因为力学的基本定律是以惯性坐标系为基础的, 而系统的一些姿态偏差测量却常常是通过连体坐标系进行的, 并且在连体坐标系下由于坐标系本身是在做加速运动或转动, 于是在这样的坐标系下就派生出一些其它的作用力, 这种复杂性在单卫星体轨道与姿态控制中必须周密地加以考虑. 当涉及到卫星排队时问题就复杂得多, 因为这时除了本身的控制问题以外, 还需要了解其它卫星的位置与姿态, 而这这就要求获取其它卫星连体坐标系的信息来决定自己的姿态以及轨道的控制策略. 坐标系的转换从数学上看仅仅是一个变换, 似乎没有什么复杂可言, 但由于涉及到基本力学规

律只对惯性坐标系成立(当然在地球上研究很小范围内的运动体运动与动力学时可以认为力学规律对局部的坐标系也近似成立),因而在有了坐标系转换以后,考虑到运动体的控制又是以力与力矩的形式出现的,这样控制律的确定就相应地复杂起来.即使这样,我们所碰到的仍然是一种完全了解并可相互配合的多体之间的控制问题.

另一类多体问题在本质上是一种受控体互相对抗的问题.巡航导弹打击的目标一般是固定的,如果我们考虑无人作战飞机,即从无人侦察而转变为作战,或从巡航导弹而考虑动目标及导弹的回收,这样,我们就必须面对受控体之间的对抗问题.卫星对接问题是一个典型的非线性控制问题但并不存在对抗,而空间拦截就存在捕获与反捕获问题,此时研究动态对抗的微分博弈必然起到作用.微分博弈在现代控制的一类极大极小问题中有众多应用,例如用微分博弈作为基础而建立的 H_∞ 控制理论及其在各种飞行器中的应用,此时必须针对航空工程的要求来考虑系统的模型.鲁棒控制器设计的成功自然是飞行动力学与 H_∞ 控制的结合,而当考虑无人作战飞机时,由于目标本身可能具有的机动性,这样对无人作战飞机的要求就是用控制系统来代替驾驶员的职能,自然它应该处理在敌我双方信息提供的前提下命中敌靶的误差为极小,而敌靶本身机动性则要求使这种误差变为极大,这也是一个典型的极大极小问题.最简单的情形是将敌我双方均看成质点,用受控制的质点动力学结合微分对策论进行研究,而真正有效的基础性研究就必须结合飞行动力学、姿态动力学与控制,然后用微分博弈的方法给出合适的理论、方法及合适的软件平台,以便使控制系统代替驾驶员以实现无人作战.其中所要解决的理论问题的复杂是显见的,若不结合力学分析而作一般数学的研究肯定是不能奏效的.

无论是合作的多体控制还是对抗的多体控制,它们都是高度非线性的,如同其它受控力学系统一样,在这类控制问题中既存在奇异性问题也存在冗余或非唯一性问题.

5 分布参数力学系统

分布参数的力学系统常指受控的连续介质力学系统,由于控制的介入在这个领域引起了巨大的变化,使得人们从一开始控制刚体的运动进入到控制变形、控制流动并由此而产生由材料本身的变化(智能化)进入到结构的智能化.与这种变化的同时,数学家由于自己的兴趣把分布参数系统看成是整个控制数学中最有兴趣的领域,可惜的是高深的数学与应用领域的巨大进展并不是处于合作而是明显的分离.

以前的弹性体控制的一个基本特征,就是弹性体与用来控制它的敏感元件与执行元件是分离的,这样测量与控制在一般情况下是点控制与点测量,问题就变为如何在什么地方安装这些元件和在这种点控制点测量下去控制分布参数系统.例如一根梁将怎样进行这种方式的控制,在有些人看来,分布式的测量与控制甚至是不现实的.应该说在这种分离方式下的弹性体控制理论虽然还有不少问题需要解决,但却已形成了一整套的理论.

技术的进步常常会出乎人们的意料.测量、数据处理以及材料科学的进步在十几年前开始出现了智能材料.这种材料既可以将敏感材料铺设在一个弹性体的表面,让它能感受分布在弹性体各处的应变或应力,这样的方式所得的信息自然要比点测量丰富得多.同样也可以反过来,把能产生力的作为驱动的材料集成在弹性体上,这样可以根据信号施加具分布式特点的力,这样控制的效果显然要比点控制为好.无论是这种分布式的测量还是分布式的加

力,由于信息量的增加,在提高性能的同时也带来了研究的困难,而且这种集成了敏感或加力的复合材料比起各向同性的弹性体或均匀的弹性梁来自自然要复杂许多.材料的复合结构决定了模型的复杂,而分布式测量与加力,使数学研究以及数据处理都产生了新的困难,且这类智能材料一般也都是非线性的.

在受控的固体力学范围内另一个巨大的变化是智能结构的出现.传统的结构是根据事先所作的载荷分布的力学分析和需求来决定一个不变的结构,这是常见的,大致也可以做到优化,使承力大的地方具更大的刚度.这种设计思想对于很多活动对象或一些对象突然受到与预期载荷大相径庭的受力状况时就会出现一种不适应,即使一个结构中出现受力的不协调或出现薄弱环节而导致破坏.采用主动控制技术到建筑结构中抗震,是智能结构思想的最初萌芽.现今智能结构已经可以在刚架,此时将其中一些杆设计成具智能特点的,它既可以承力又可以感知,甚至可以产生力与力矩,也可以在板、壳等上面实现主动控制,即用智能材料集成在板与壳中,使这种结构具自适应性.事实上由于航天等工程的需求,有时我们需要一个结构具有可靠的外部形状,这种形状控制单纯依靠传统的非智能的方式来实现比起用带智能特点的控制自然要差得多.在新的智能结构中,不仅可以感知而且可以作力,甚至可以探伤与修复^[5].

一方面是新的智能材料与智能结构的出现,但其理论研究又很不充分,另一方面是高深数学引入到分布参数系统的讨论中,这两者并没有真正结合,其原因是实际的需要(从控制的角度而不是数学的兴趣)要求解决问题,而此时运用数学、力学思维再加上计算机作为研究工具比单纯地从一般数学理论出发更能奏效.

在分布参数的力学系统的控制中另一个大的方向是流体的控制,这既有反映冲压发动机、涡轮机等内流动控制,也有改善机翼…力学性能的外流动控制.下面以国内控制界很少涉及的内流动控制为例来说明.飞机发动机本身是一个很复杂而又要求高品质的力学系统,在接近发动机功率输出最大的工作条件下,出现了失速旋转和涌浪这种气体动力学不稳定的现象.涌浪是一种轴向流量和压力的震动,而失速旋转是一种非轴对称流动.这两种扰动的产生引起空气动力学不稳定而最终导致发动机的破坏,这是典型的从气体力学分析的结果.为了保证发动机的运行,人们采用主动控制的手段,这里涉及到关于分叉发生的机理、减压阀、内喷管的设置,但这些首先必须有一个总体上合适的控制方案以便设计方便的控制器,同时还要考虑到实际存在的饱和等因素.就这样一个控制方案的研究,所涉及的控制理论就包括线性与非线性耦合、反馈镇定、分叉控制中饱和的影响等一系列问题.研究这些问题单纯依靠数学是不现实的,而是要求将控制与力学的方法思想、数学工具、计算机结合在一起,最后能否奏效则还应通过实验.这样的研究呈现的丰富多彩是控制研究的最好体现^[6].

对于流体控制的另一个具挑战性的是微型飞机出现的拍翼式飞行(例如捕食者或其它侦察用的小飞机),无论从空气动力学本身还是控制都是崭新的.

6 一些启示

力学的发展,在一开始人们也曾追求过一般规律及对一般力学模式的纯数学的研究.20世纪力学的发展实际上摆脱了这种一般化而针对各种问题,如空气动力、流体、海洋、弹性、

燃烧、多体……研究方法虽然依然有纯数学的但却主要已经是力学理论、数学与计算机的结合. 由于技术与实际的需求使得力学获得了长久的发展. 今天, 有人认为控制科学或控制理论正面临危机. 实际上, 反映物质世界需求的控制理论并未面临危机, 恰恰相反, 以力学系统为例, 它给我们就提出了大量困难而又有意义的问题, 但我们的研究却相对苍白无力. 力学的发展给我们的启示应该是控制理论的主要发展应结合实际需求而不是控制数学的兴趣.

世界是物质的, 信息科学的发展也是物质世界的一部分, 要实现生产的发展, 科技的进步, 只有信息是不可能的. 一个飞机的飞行, 并不是信息在飞行, 而是一个物质的实体在飞行, 要控制它的飞行, 没有信息是不行的, 但只有信息也是不行的, 这是因为飞机的运动必须通过发动机的推进, 而控制必须通过其方向舵、水平尾翼、副翼的动作, 通过空气动力的作用才能实现. 有这些物质的东西和要求它们变动, 就必须有控制理论, 因此紧密结合实际需求的控制理论是不可能被代替的, 它自身必定有很大的发展空间.

结合实际是困难的, 这不是那种有一整套数学支持在一个框架下演绎出的理论那样纯化. 它有不少新的问题, 有时错综复杂, 其中一些在数学上也是十分困难的. 要解决这些问题, 应该有综合手段, 即工程背景和它所提供的知识、计算机和数学的结合. 单纯依靠数学所作的工作主要只是控制数学的范畴. 以现今大家普遍感兴趣的线性矩阵不等式为例, 其研究已经从将问题转化为 LMI, 或寻求 LMI 在简单情况下的可解性条件转变为以发展算法解决控制问题为主, 这表明研究控制问题在思想上的深化^[7].

总之, 从力学系统中控制作用的日益增大可以看出, 一个以实际工程问题为背景, 并结合该问题的学科特点与知识, 用多种学科综合(其中应用数学与计算机科学占主要地位)方法来研究控制理论, 前景是十分光明的.

参 考 文 献

- 1 Schiehlen W. Future trends in solid mechanics. In: Mechanics at the Turn of the Century, IUTAM, 2000, Aachen, Shaker Verlag(黄克智译. 力学进展, 31(1))
- 2 Brockett R W. Asymptotic stability and feedback stabilization, differential geometric, control theory. *Birkhauser*, 1983, 38(5): 700~716
- 3 Leonov G A, Ponomarenko D V, Smirnova V B. Frequency-Domain Methods for Nonlinear Analysis. World Scientific, 1996
- 4 Xing G Q, Parvez S A, Flota D. Design and implementation of synchronous autonomous orbit and attitude control for multiple spacecraft formation using GPS measurement feedback. In: AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. Clearwater, Florida; 2000. 23~26
- 5 陶宝祺. 智能材料结构. 北京: 国防工业出版社, 1997
- 6 Wang Y. Effects of actuator limits in bifurcation control with applications to active control of fluid instabilities in turbomachinery[Ph D Thesis]. California Institute of Technology. Pasadena, California: 2000
- 7 Ghaoui L El, Niculescu S Edited. Advanced in Linear Matrix Inequality Method in Control. Philadelphia: SIAM, 2000

黄琳 北京大学力学与工程科学系系统与控制研究中心教授、博士生导师. 研究方向为稳定性理论与应用、鲁棒控制、复杂控制系统理论和相关的应用数学问题.