第18卷 第6期　自 动 化 学 报　Vol. 18, No. 6
1992年11月　ACTA AUTOMATICA SINICA　Nov., 1992

分散模型参考自适应控制[1)]

刘 玉 生

（成都科技大学计算机及自动控制系，成都 610065）

摘　要

本文针对由参数未知、存在有界扰动和非线性关联的子系统组成的大规模互联系统，提出了一种新的分散模型参考自适应控制法．它适用于孤立子系统传递函数的相对阶次 n_i^* 为任意值的情况．根据李雅普诺夫稳定性理论，文中证明了这种分散自适应控制系统全局稳定的充分条件．与有关文献所介绍的方法相比，本文的方法可用于 $n_i^*>2$ 的场合，因而它更具有一般性和实用性．

关键词：模型参考自适应控制，分散控制，稳定性．

一、引　言

近年来，自适应控制的理论和应用有了很大的进展[1,2]．由于自适应控制法能够处理对象的不确定性，在大系统中具有广阔的应用前景．但是，要将常规的自适应控制法应用到多输入多输出的大系统中去还有一定的困难．为此，有关学者提出了分散自适应控制法．然而，目前有关文献[3-6]介绍的方法只适用于状态变量可测或孤立子系统传递函数的相对阶次 $n_i^*\leqslant 2$ 的情况．文献[4]明确指出，对于 $n_i^*>2$ 的情况，有待进一步研究．

本文利用一种新的分散模型参考自适应控制法，分析和证明了分散自适应控制系统全局稳定的充分条件，并以一个具有三个子系统（$n_1^*=1$，$n_2^*=2$，$n_3^*=3$）的互联系统为例进行了数字仿真，结果表明分散自适应控制系统是全局稳定的且具有很好的跟踪性能．

二、问题的提法

考虑一个由 N 个子系统组成的互联系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{pi}=A_{pi}\boldsymbol{x}_{pi}+\boldsymbol{b}_{pi}u_i+\boldsymbol{c}_{pi}d_{i1}+\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{f}_{ij}(\boldsymbol{x}_{pj},t), \tag{1}$$

$$y_{pi}=\boldsymbol{h}_{pi}^T\boldsymbol{x}_{pi}+d_{i2},\quad i=1,\cdots\cdots,N;$$

式中，$\boldsymbol{x}_{pi}\in R^{n_i}$，$u_i\in R^1$，$y_{pi}\in R^1$；$d_{i1},d_{i2}\in R^1$ 为有界扰动，d_{i2} 是可微的；A_{pi}，$\boldsymbol{b}_{pi}$，

本文于1991年2月19日收到．

1）国家自然科学基金资助课题．

$\boldsymbol{c}_{pi}$ 和 $\boldsymbol{h}_{pi}$ 为适当维的未知常矩阵; $\boldsymbol{f}_{ij}(\boldsymbol{x}_{pj},t)\in R^{n_i}$ 为第 i 和第 j 个子系统之间的非线性关联,它满足

$$\|\boldsymbol{f}_{ij}(\boldsymbol{x}_{pj},t)\| \leqslant a_{ij}\|\boldsymbol{x}_{pj}\|, \tag{2}$$

式中 $a_{ij}>0$ 为未知常数.

设第 i 个孤立子系统的传递函数为

$$W_{pi}(s)=\boldsymbol{h}_{pi}^T(sI-A_{pi})^{-1}\boldsymbol{b}_{pi}=k_iZ_i(s)/R_i(s), \tag{3}$$

式中, $Z_i(s)$ 和 $R_i(s)$ 为互质多项式, 其阶次分别为 m_i 和 $n_i(>m_i)$, 相对阶次为 $n_i^*=n_i-m_i$; $Z_i(s)$ 为胡尔维茨多项式; m_i, n_i 的大小以及 k_i 的符号为已知, 但 $Z_i(s)$ 和 $R_i(s)$ 的系数未知.

假定每一子系统只有局部输出 y_{pi} 是可测的,各子系统的局部控制器之间无信息交换. 分散模型参考自适应控制问题就是只使用各子系统的局部可获信息来形成局部自适应控制信号 u_i, 使各子系统的输出 y_{pi} 跟踪一给定的参考模型的输出且整个系统为全局稳定.

选择第 i 个子系统参考模型的传递函数为

$$W_{mi}(s)=k_{mi}/R_{mi}(s), \tag{4}$$

式中, $R_{mi}(s)$ 为 n_i^* 阶首-胡尔维茨多项式. 为简便起见, 假定 $k_{mi}=k_i=1$. 设参考模型的状态方程为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_{mi}&=A_{mi}\boldsymbol{x}_{mi}+\boldsymbol{b}_{mi}r_i,\\ y_{mi}&=\boldsymbol{h}_{mi}^T\boldsymbol{x}_{mi}.\quad i=1,\cdots\cdots,N\end{aligned} \tag{5}$$

式中, $\boldsymbol{x}_{mi}\in R^{n_i^*}$, $y_{mi}\in R^1$, $r_i\in R^1$ 为分段连续的有界输入, A_{mi} 为渐近稳定. A_{mi}, $\boldsymbol{b}_{mi}$, $\boldsymbol{h}_{mi}$ 满足

$$\boldsymbol{h}_{mi}^T(sI-A_{mi})^{-1}\boldsymbol{b}_{mi}=W_{mi}(s). \tag{6}$$

记 $e_{i1}=y_{pi}-y_{mi}$. 要求所确定的 u_i, 在 $t\to\infty$ 时,使 $|e_{i1}|\to 0$ 或尽可能小,且整个系统应为稳定. 实际上,由于存在扰动以及子系统之间的关联,一般来说不可能找到这样的 u_i, 使 $|e_{i1}|\to 0$, $i=1,\cdots\cdots,N$. 因此, 分散模型参考自适应控制问题也可叙述成,只用局部信息来形成 u_i,使系统在存在扰动和非线性关联情况下,各子系统的局部跟踪误差以及整个系统的所有信号均为有界.

三、分散自适应控制器的结构及分散自适应控制律

鉴于孤立子系统传递函数的相对阶次 n_i^* 可能为任意的大于或等于 1 的整数, 这里确定分散自适应控制器的结构如下:

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i1}&=F_i\boldsymbol{\omega}_{i1}+\boldsymbol{g}_iu_i,\\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i2}&=F_i\boldsymbol{\omega}_{i2}+\boldsymbol{g}_iy_{pi},\end{aligned} \tag{7}$$

$$u_i=\boldsymbol{\theta}_i^T\boldsymbol{\omega}_i+\rho_i(\varepsilon_i-\boldsymbol{\theta}_i^T\boldsymbol{\xi}_i)+r_i. \tag{8}$$

式中

$$\varepsilon_i=e_{i1}+e_{i2}, \tag{9}$$

$$e_{i2}=[\boldsymbol{\theta}_i^TW_{mi}(s)I-W_{mi}(s)\boldsymbol{\theta}_i^T]\boldsymbol{\omega}_i \tag{10}$$

$$\xi_i = W_{mi}(s) I \boldsymbol{\omega}_i,\quad i = 1,\cdots\cdots,N, \tag{11}$$

其中 $\boldsymbol{\omega}_{i1} \in R^{n_i}$，$\boldsymbol{\omega}_{i2} \in R^{n_i}$，$\boldsymbol{\omega}_i = [\boldsymbol{\omega}_{i1}^T, \boldsymbol{\omega}_{i2}^T]^T$，$F_i$ 为渐近稳定，$(F_i, \boldsymbol{g}_i)$ 是可控的；$\rho_i \in R^1$ 和 $\boldsymbol{\theta}_i = [\boldsymbol{\theta}_{i1}^T, \boldsymbol{\theta}_{i2}^T]^T \in R^{2n_i}$ 为分散自适应控制器的参数向量.

容易看出，当扰动以及子系统间的关联不存在且 $\rho_i=0$ 时，每一局部自适应控制器的结构完全等同文献[7,8]中控制器的结构. 因此，存在一常数向量 $\boldsymbol{\theta}_i^*$，$i = 1,\cdots\cdots,N$，使得当 $\boldsymbol{\theta}_i = \boldsymbol{\theta}_i^*$ 时，第 i 孤立子系统连同其局部自适应控制器一起的传递函数和 $W_{mi}(s)$ 完全匹配. 以下，$\boldsymbol{\theta}_i^*$ 即表示 $\boldsymbol{\theta}_i$ 在这一理想情况下的取值.

本文提出以下分散自适应控制律

$$\dot{\phi}_i = \dot{\theta}_i = \boldsymbol{e}_{i1}\xi_i - \alpha_i \boldsymbol{e}_{i1}^2(\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i)\xi_i - \beta_i(\boldsymbol{\theta}_i^T\boldsymbol{\omega}_i)\boldsymbol{\omega}_i - \gamma_i\boldsymbol{\theta}_i, \tag{12}$$

$$\dot{\rho}_i = -\varepsilon_i(\varepsilon_i - \boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i) - \delta_i\varepsilon_i^2(\varepsilon_i - \boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i)^2\rho_i - \sigma_i(\varepsilon_i - \boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i)^2\rho_i - \eta_i\rho_i, \tag{13}$$
$$i = 1,\cdots\cdots,N;$$

式中，$\phi_i = \boldsymbol{\theta}_i - \boldsymbol{\theta}_i^*$；$\alpha_i$，$\beta_i$，$\gamma_i$，$\delta_i$，$\sigma_i$ 和 η_i 均为正的设计常数.

记 $\boldsymbol{x}_i = [\boldsymbol{x}_{pi}^T, \boldsymbol{\omega}_{i1}^T, \boldsymbol{\omega}_{i2}^T, \xi_i^T]^T$.

由式(1),(7)和(11)得

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i = A_i\boldsymbol{x}_i + \boldsymbol{b}_i[\phi_i^T\boldsymbol{\omega}_i + \rho_i(\varepsilon_i - \boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i) + \boldsymbol{r}_i + \boldsymbol{d}_i] + \bar{\boldsymbol{F}}_i, \tag{14}$$
$$\boldsymbol{y}_{pi} = \boldsymbol{h}_i^T\boldsymbol{x}_i,\quad i = 1,\cdots\cdots,N$$

式中，$\boldsymbol{d}_i$ 为由 $\boldsymbol{d}_{i1}$ 和 $\boldsymbol{d}_{i2}$ 引起的等价的输入扰动[8]，且 $|\boldsymbol{d}_i| \leqslant d_{i0}$，$d_{i0}$ 为一常数，

$$A_i = \left[\begin{array}{ccc|ccc} A_{pi} & \boldsymbol{b}_{pi}\boldsymbol{\theta}_{i1}^{*T} & \boldsymbol{b}_{pi}\boldsymbol{\theta}_{i2}^{*T} & & & \\ 0 & F_i + \boldsymbol{g}_i\boldsymbol{\theta}_{i1}^{*T} & \boldsymbol{g}_i\boldsymbol{\theta}_{i2}^{*T} & & 0 & \\ \boldsymbol{g}_i\boldsymbol{h}_{pi}^T & 0 & F_i & & & \\ \hline & \boldsymbol{h}_{mi}^T\boldsymbol{b}_{mi} & & \boldsymbol{h}_{mi}^T A_{mi} & & \\ 0 & & \ddots & & \ddots & \\ & & \boldsymbol{h}_{mi}^T\boldsymbol{b}_{mi} & & & \boldsymbol{h}_{mi}^T A_{mi} \end{array}\right],$$

$$\boldsymbol{b}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_{pi} \\ \boldsymbol{g}_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\quad \bar{\boldsymbol{F}}_i = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N} \boldsymbol{f}_{ij}(\boldsymbol{x}_{pj}, t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\quad h_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{h}_{pi} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

显然，A_i 为渐近稳定的. 于是，存在 P_i、$Q_i > 0$ 使

$$A_i^T P_i + P_i A_i = -Q_i. \tag{15}$$

参考模型的非极小实现可表示为

$$\dot{\bar{\boldsymbol{x}}}_{mi} = A_i\bar{\boldsymbol{x}}_{mi} + \boldsymbol{b}_i\boldsymbol{r}_i, \tag{16}$$
$$\boldsymbol{y}_{mi} = \boldsymbol{h}_i^T\bar{\boldsymbol{x}}_{mi},\quad i = 1,\cdots\cdots,N.$$

记 $\boldsymbol{e}_i = \boldsymbol{x}_i - \bar{\boldsymbol{x}}_{mi}$，则

$$\dot{\boldsymbol{e}}_i = A_i\boldsymbol{e}_i + \boldsymbol{b}_i[\phi_i^T\boldsymbol{\omega}_i + \rho_i(\varepsilon_i - \boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i) + \boldsymbol{d}_i] + \bar{\boldsymbol{F}}_i, \tag{17}$$
$$\boldsymbol{e}_{i1} = \boldsymbol{h}_i^T\boldsymbol{e}_i,\quad i = 1,\cdots\cdots,N.$$

四、系统全局稳定的充分条件

当子系统之间的关联满足一定条件时，由式(12)，(13)和(17)所描述的整个分散自适应控制系统是全局稳定的。

引理 1. $|\rho_i|$ 和 $|\rho_i(\varepsilon_i-\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i)|$，$i=1,\cdots\cdots,N$，均为有界的。

证明. 取

$$V_{i1}=\frac{1}{2}\rho_i^2+s_{i1}\int_0^t[(\varepsilon_i-\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i)\rho_i]^2\mathrm{d}\tau+s_{i2}\int_0^t[\varepsilon_i(\varepsilon_i-\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i)\rho_i]^2\mathrm{d}\tau,$$

式中，s_{i1}、s_{i2} 为常数且 $0<s_{i1}<\sigma_i$，$0<s_{i2}<\delta_i$。这里(以及在下面考虑 $\dot{V}_{i1}$ 时)把 ρ_i，$(\varepsilon_i-\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i)\rho_i$ 和 $\varepsilon_i(\varepsilon_i-\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i)\rho_i$ 各看作单个的整体变量，故 V_{i1} 为正定的。而 V_{i1} 沿着式(13)的解的导数

$$\dot{V}_{i1}\leqslant|\varepsilon_i(\varepsilon_i-\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i)\rho_i|-(\delta_i-s_{i2})[\varepsilon_i(\varepsilon_i-\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i)\rho_i]^2 -(\sigma_i-s_{i1})[(\varepsilon_i-\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i)\rho_i]^2-\eta_i\rho_i^2.$$

显然，当 $\dot{V}_{i1}\geqslant 0$ 时，总有 $|\varepsilon_i(\varepsilon_i-\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i)\rho_i|\leqslant 1/(\delta_i-s_{i2})$；而当 $|\varepsilon_i(\varepsilon_i-\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i)\rho_i|>1/(\delta_i-s_{i2})$ 时，总有 $\dot{V}_{i1}<0$。因此，存在一常数 M_1，使 $|\varepsilon_i(\varepsilon_i-\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i)\rho_i|\leqslant M_1$。于是

$$\dot{V}_{i1}\leqslant M_1-(\sigma_i-s_{i1})[(\varepsilon_i-\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i)\rho_i]^2-\eta_i\rho_i^2.$$

同理，$|\rho_i|$ 和 $|\rho_i(\varepsilon_i-\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i)|$ 均为有界的。

引理 2. $\|\boldsymbol{\theta}_i\|$，$|\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i|$ 以及 $\|\xi_i\|$，$i=1,\cdots\cdots,N$，均为有界的。

证明. 记 $\bar{\xi}_i=\boldsymbol{e}_{i1}\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i$，$\bar{\boldsymbol{\omega}}_i=\boldsymbol{\theta}_i^T\boldsymbol{\omega}_i$。取

$$V_{i2}=\frac{1}{2}\boldsymbol{\theta}_i^T\boldsymbol{\theta}_i+s_{i3}\int_0^t\bar{\xi}_i^2\mathrm{d}\tau+s_{i4}\int_0^t\bar{\boldsymbol{\omega}}_i^2\mathrm{d}\tau,$$

其中，s_{i3}、s_{i4} 为常数且 $0<s_{i3}<\alpha_i$，$0<s_{i4}<\beta_i$。则 V_{i2} 沿着式(12)的解的导数

$$\dot{V}_{i2}\leqslant|\bar{\xi}_i|-(\alpha_i-s_{i3})\bar{\xi}_i^2-(\beta_i-s_{i4})\bar{\boldsymbol{\omega}}_i^2-\boldsymbol{r}_i\boldsymbol{\theta}_i^T\boldsymbol{\theta}_i.$$

沿用引理 1 中所使用的推理方法，显然 $|\bar{\xi}_i|$，$|\bar{\boldsymbol{\omega}}_i|$ 和 $\|\boldsymbol{\theta}_i\|$ 有界，即 $|\boldsymbol{e}_{i1}\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i|$、$|\boldsymbol{\theta}_i^T\boldsymbol{\omega}_i|$和 $\|\boldsymbol{\theta}_i\|$ 有界。

因为 $|\boldsymbol{e}_{i1}\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i|$ 有界，所以若 $|\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i|$ 无界，则 $|\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i|\to\infty$ 仅可能发生在 $|\boldsymbol{e}_{i1}|\to 0$ 的时区里。假定 $|\boldsymbol{e}_{i1}|\to 0$，则 $|\boldsymbol{y}_{pi}|\to|\boldsymbol{y}_{mi}|$，此时 $|\boldsymbol{y}_{pi}|$ 有界。又因为 $|\boldsymbol{\theta}_i^T\boldsymbol{\omega}_i|$ 和 $|\rho_i(\varepsilon_i-\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i)|$ 有界，故 $|\boldsymbol{u}_i|$ 有界。由于 F_i 和 $W_{mi}(s)$ 为渐近稳定的，由式(7)知 $\|\boldsymbol{\omega}_i\|$ 有界，进而由式(11)知 $\|\xi_i\|$ 有界。因为 $\|\boldsymbol{\theta}_i\|$ 总是有界，故当 $|\boldsymbol{e}_{i1}|\to 0$ 时，$|\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i|$ 有界。于是 $\forall t\in[0,\infty)$，$|\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i|$ 总是有界。

证明 $\|\xi_i\|$ 有界，由式(12)知，$\|\boldsymbol{\theta}_i\|\to 0$ 只能发生在 $|\boldsymbol{e}_{i1}|\to 0$ 或 $\|\xi_i\|\to 0$ 时。当 $|\boldsymbol{e}_{i1}|\to 0$ 时，$\|\xi_i\|$ 有界。这说明 $\|\boldsymbol{\theta}_i\|\to 0$ 仅可能发生在 $\|\xi_i\|$ 有界的时区里。因此由 $|\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i|$ 的有界性就可推得 $\|\xi_i\|$ 的有界性。

引理 3. $|\boldsymbol{e}_{i1}|$，$|\boldsymbol{e}_{i2}|$ 和 $|\varepsilon_i|$，$i=1,\cdots\cdots,N$，均为有界的。

证明. 由式(10)和(11)可得

$$\boldsymbol{e}_{i2}=\boldsymbol{\theta}_i^T\xi_i-W_{mi}(s)(\boldsymbol{\theta}_i^T\boldsymbol{\omega}_i),$$

故 $|e_{i2}|$ 有界. 由引理 1 和 2 知，$|\rho_i|$、$|\rho_i(\varepsilon_i-\theta_i^T\xi_i)|$ 和 $|\theta_i^T\xi_i|$ 均有界，所以 $|\rho_i\varepsilon_i|$ 有界. 由式(13)知，$|\rho_i|\to 0$ 只可能发生在 $|\varepsilon_i|\to 0$ 或者 $|\varepsilon_i|\to|\theta_i^T\xi_i|$时. 而$|\theta_i^T\xi_i|$又是有界的，故 $|\rho_i|\to 0$ 只可能发生在 $|\varepsilon_i|$ 为有界的时区里. 这样，由 $|\rho_i|$ 和 $|\rho_i\varepsilon_i|$ 的有界性就可推得 $|\varepsilon_i|$ 的有界性，从而 $|e_{i1}|$ 也是有界的.

引理 4. $\|\omega_i\|$, $i=1,\cdots\cdots,N$ 是有界的.

证明. 根据引理 1 和 2，$|\rho_i(\varepsilon_i-\theta_i^T\xi_i)|$ 和 $|\theta_i^T\omega_i|$ 有界，所以 $|u_i|$ 有界. 由引理 3 知 $|e_{i1}|$ 有界，故 $|y_{pi}|$ 有界. 因为 F_i 是渐近稳定的，所以由式(7)知 $\|\omega_{i1}\|$ 和 $\|\omega_{i2}\|$ 均为有界，即 $\|\omega_i\|$ 有界.

定理. 如果存在向量 $\bar{a}=[\bar{a}_1,\cdots\cdots,\bar{a}_N]^T$, $\bar{a}_i>0$, $i=1,\cdots\cdots,N$, 使得以

$$m_{ij}=\begin{cases}\bar{a}_i(\lambda_i-2g_{ii}), & i=j\\ -(\bar{a}_ig_{ij}+\bar{a}_jg_{ji}), & i\neq j\end{cases}\tag{18}$$

为元素的$N\times N$矩阵M为正定的，则由式(12),(13)和(17)所描述的整个分散自适应控制系统是全局稳定的. 其中，λ_i 为 Q_i 的最小特征值，而

$$g_{ij}=\|P_i\|a_{ij},\quad i=1,\cdots\cdots,N;\ j=1,\cdots\cdots,N.$$

证明. 由引理 1 和 2 知 $|\rho_i|$ 和 $\|\theta_i\|$ 均为有界，故这里仅需证明 $\|e_i\|$ 是有界的. 取

$$V=\sum_{i=1}^N\bar{a}_ie_i^TP_ie_i,$$

其中，$\bar{a}_i>0$. 则

$$\dot{V}\leqslant\sum_{i=1}^N-\bar{a}_i\lambda_i\|e_i\|^2+2\bar{a}_i\|e_i\|\|P_ib_i\||\phi_i^T\omega_i+\rho_i(\varepsilon_i-\theta_i^T\xi_i)+d_i|$$

$$+2\bar{a}_i\|e_i\|\|P_i\|\sum_{j=1}^Na_{ij}(\|e_j\|+\|\bar{x}_{mj}\|).$$

由引理 1 知 $|\rho_i(\varepsilon_i-\theta_i^T\xi_i)|$ 有界，由引理 2 知 $\|\theta_i\|$ 有界，故 $\|\phi_i\|$ 也是有界. 根据引理 4，$\|\omega_i\|$ 有界，所以 $|\phi_i^T\omega_i|$ 有界. 由于$|d_i|$也为有界，故存在常数

$$\pi_{i1}=\sup(|\phi_i^T\omega_i|+|\rho_i(\varepsilon_i-\theta_i^T\xi_i)|+|d_i|).$$

记 $\pi_{i2}=\sup\left(\sum_{j=1}^Na_{ij}\|\bar{x}_{mj}\|\right)$，则

$$\dot{V}\leqslant\sum_{i=1}^N-\bar{a}_i\lambda_i\|e_i\|^2+2\bar{a}_i\bar{\pi}_i\|e_i\|+2\bar{a}_i\|e_i\|\sum_{j=1}^Ng_{ij}\|e_j\|,$$

式中 $\bar{\pi}_i=(\|P_ib_i\|\pi_{i1}+\|P_i\|\pi_{i2})$, $g_{ij}=\|P_i\|a_{ij}$. 记 $\bar{e}=[\|e_1\|,\cdots\cdots,\|e_N\|]^T$, $\bar{\pi}=[\bar{a}_1\bar{\pi}_1,\cdots\cdots,\bar{a}_N\bar{\pi}_N]^T$. 则

$$\dot{V}\leqslant-\bar{e}^TM\bar{e}+2\bar{\pi}^T\bar{e}\leqslant-\lambda_m\|\bar{e}\|^2+2\|\bar{\pi}\|\|\bar{e}\|,$$

式中，M为由式(18)所确定的矩阵，λ_m 为M的最小特征值. 显然，当 $\dot{V}\geqslant 0$ 时，总有 $\|\bar{e}\|\leqslant 2\|\bar{\pi}\|/\lambda_m$；而当 $\|\bar{e}\|>2\|\bar{\pi}\|/\lambda_m$ 时，总有 $\dot{V}<0$，因此 $\|\bar{e}\|$ 有界，即 $\|e_i\|$ 有界，$i=1,\cdots\cdots,N$. 定理得证.

注 1. 本文的结果非常类似其它只适用于 $n_i^*\leqslant 2$ 的方法[4,6]. 正如文献[4]所指出的那样，定理中M为正定的条件并不是由于自适应控制问题而出现的，它是所有用于互联系统的稳定的分散控制法所

要满足的一个充分条件. 换句话说,即使 θ_i^* 已知且取 $\theta_i = \theta_i^*$,系统全局稳定的充分条件也包含有M为正定的要求.

注 2. 由于系统的参数假定为未知,M的正定性不容易得到检查. 然而,正如文献[4,6]所指出的,要去掉M为正定的这一条件是不现实的,故对上述定理只能定性地来理解. 实际上,若选择 $\bar{\alpha}_i = 1$,则对角主导条件

$$\lambda_i > 2g_{ii} + \sum_{i \neq j}^{N} (g_{ij} + g_{ji}),\quad i = 1,\ldots\ldots,N$$

如能满足上式要求,M必为正定的. 即只要子系统之间的关联是弱的,则所提出的分散自适应控制法可以保证所得到的系统是全局稳定的. 当然,正如文献[9]所解释的那样,在强耦合的情况下,所得到的系统也有可能是全局稳定的.

五、仿 真 结 果

考虑一个由三个子系统组成的互联系统

$$\dot{x}_{11} = -x_{11} + u_1 + 0.15x_{22}\cos(x_{21}) + 0.1x_{31}\sin(x_{32}^2),$$

$$y_{p1} = x_{11};\quad \dot{x}_{21} = x_{22},$$

$$\dot{x}_{22} = 2x_{21} - x_{22} + u_2 + 0.1x_{11}\sin(x_{11}^2) + 0.15x_{31},$$

$$y_{p2} = x_{21};\quad \dot{x}_{31} = x_{32},\quad \dot{x}_{32} = x_{33},$$

$$\dot{x}_{33} = -20x_{31} - 24x_{32} - 9x_{33} + u_3 + 0.2x_{11}\cos(x_{21}^2) + 0.3\sin(5t),$$

$$y_{p3} = x_{31}.$$

仿真中,假定系统参数未知,可获信息只有三个子系统的输出 y_{p1}, y_{p2} 和 y_{p3}. 显然

$$W_{p1}(s) = 1/(s+1),$$

$$W_{p2}(s) = 1/(s-1)(s+2),$$

$$W_{p3}(s) = 1/(s^3 + 9s^2 + 24s + 20).$$

其中,第 2 个孤立子系统是不稳定的. 各子系统传递函数的相对阶次为 $n_1^* = 1, n_2^* = 2, n_3^* = 3$.

选择各子系统的局部参考模型如下:

$$\dot{x}_{m11} = -4x_{m11} + 6\cos(t),$$

$$y_{m1} = x_{m11};\quad \dot{x}_{m21} = x_{m22},$$

$$\dot{x}_{m22} = -12x_{m21} - 7x_{m22} + 5\sin(t),$$

$$y_{m2} = x_{m21};\quad \dot{x}_{m31} = x_{m32},\quad \dot{x}_{m32} = x_{m33},$$

$$\dot{x}_{m33} = -6x_{m31} - 11x_{m32} - 6x_{m33} + 10\sin(t),$$

$$y_{m3} = x_{m31}.$$

分散自适应控制器的结构由式(7),(8)所确定,其中 $F_1 = -2,\ g_1 = 1$;

$$F_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix},\quad g_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$F_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & -6.5 & -4.5 \end{bmatrix},\quad g_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

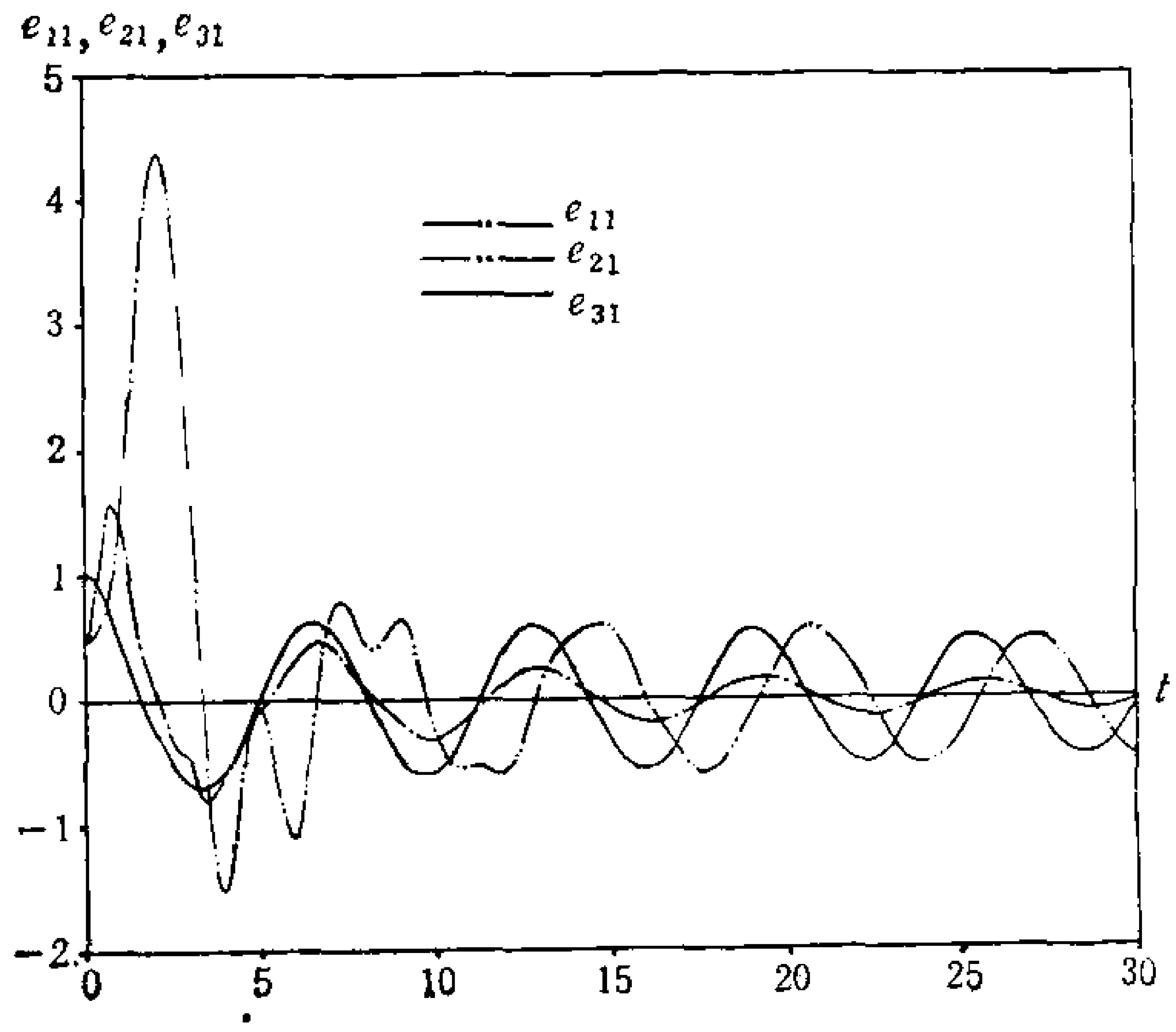

图 1　跟踪误差曲线

采用本文提出的分散自适应控制律(12)、(13)，其中设计常数选为

$$\alpha_i = \delta_i = 0.01,$$

$$\beta_i = \gamma_i = \sigma_i = \eta_i = 0.001, \quad i = 1,2,3.$$

设系统的初态，除 $x_{11}(0) = 0.5$，$x_{21}(0) = 0.5$，$x_{31}(0) = 1$ 以外，其余均为零值。应用本文的方法对上述系统进行了仿真，结果表明，系统的所有信号均为有界。图 1 给出了各子系统跟踪误差曲线。其中，$e_{11} = y_{p1} - y_{m1}$，$e_{21} = y_{p2} - y_{m2}$，$e_{31} = y_{p3} - y_{m3}$。尽管系统受有扰动，子系统之间还存在非线性关联，但由图可知，在分散自适应控制下，各子系统均有很好的跟踪性能。

参 考 文 献

[1] Astrom, K. J., Adaptive Feedback Control, Proc. of the IEEE, **75**(1987), (2), 185—217.

[2] 冯纯伯，自适应控制的理论及应用，控制理论与应用，**5**(1988)，(3)，1—12.

[3] Ioannou, P. A. and Kokotovic, P. V., Adaptive Systems with Reduced Models, Spring-Verlag, New York, 1983.

[4] Ioannou, P. A., Decentralized Adaptive Control of Interconnected Systems, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, **AC-31**(1986), 291—298.

[5] Gavel, D. T. and Siljak, D. D., Decentralized Adaptive Control: Structural Conditions for Stability, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, **AC-34**(1989), 413—426.

[6] Yousef, H. and Simaan, M., Design of Stable Decentralized Adaptive Model-following Controllers for Large Scale Systems, *Int. J. Control*, **49**(1989), 1111—1125.

[7] Narendra, K. S., Lin, Y.-H. and Valavani, L. S., Stable Adaptive Controller Design, Part II: Proof of Stability, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, **AC-25**(1980), 440—448.

[8] Narendra, K. S. and Annaswamy, A. M., A New Adaptive Law for Robust Adaptation without Persistent Excitation, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, **AC-32**(1987), 134—145.

[9] Michel, A. N. and Miller, R. K., Qualitative Analysis of Large Scale Dynamical Systems, Academic, New York, 1977.

DECENTRALIZED MODEL REFERENCE ADAPTIVE CONTROL

Liu Yusheng
(Dept. of Computer and Control Engineering Chengdu University of Science and Technology, 610065)

Abstract

In this paper, a new decentralized model reference adaptive control scheme is presented for large scale interconnected systems consisting of subsystems with unknown parameters, bounded disturbances, and nonlinear interconnections. The scheme is applicable to the case where the relative degree n_i^* of the transfer function of the isolated subsystem can be any value. Based on Lyapunov stability theory, the sufficient condition for the global stability of the decentralized adaptive control system is proved. Compared with other decentralized adaptive control schemes, the scheme presented in this paper is more general and practical because it can be used in the case of $n_i^* > 2$.

Key words: Model reference adaptive control; decentralized control; stability.

刘玉生 1982 年毕业于华中工学院自动控制系系统工程专业，获工学硕士学位. 1986 至 1987 年在美国太平洋路德大学进修. 现任成都科技大学计算机及自动控制系副教授. 目前主要感兴趣的研究领域为：自适应控制、分散控制、稳定性分析、专家系统等.