第18卷 第6期　　自 动 化 学 报　　Vol. 18, No. 6
1992 年 11 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Nov., 1992

广义系统的两类广义能检测性[1)]

邹 云　　杨成梧
（华东工学院八系，南京 210014）

摘　　要

本文讨论了广义系统无穷模态的能检测性，并在 Cobb[1]等人工作的基础上提出了两类广义能检测性概念和相应的充要判据．这些概念在广义系统的观测器设计理论中已被证明有着很好的应用价值[5]．

关键词：广义系统，能检测性，线性系统．

一、引　　言

目前，广义系统有关无穷模态的能控性与能观性理论[1]已非常成熟．如最有代表性的强能控(观)性[3]和 C-能控(观)性[2]，都是在广义系统的慢子系统的能控(观)性(即 $\mathscr{R}$-能控(观)性)[2] 的基础上对系统的脉冲模态作进一步的规范而定义的，然而除了类似于 $\mathscr{R}$-能检测性一类的定义[4]外，广义系统理论中尚缺乏与之匹配的能检性概念．本文则在时域上利用 Cobb[1] 奠定的基础为广义系统建立了两类广义能检测性．

二、预 备 知 识

本文所引用的几个主要符号如 $\boldsymbol{x}_+$, $\boldsymbol{x}[\tau]$ 等均与文献[5]中 §2 一致．考察广义系统

$$\theta:\begin{cases}E\dot{\boldsymbol{x}}_+ = A\boldsymbol{x}_+ + B\boldsymbol{u}_+ + E\boldsymbol{x}(0^-)\delta, & (1.1)\\ \boldsymbol{y}_+ = D\boldsymbol{x}_+, & (1.2)\end{cases}$$

这里 $E,A:\boldsymbol{R}^n\to R^n$, $B:R^m\to R^n$, $D:R^n\to R^l$，为线性算子[2)]，E 奇异，但 E,A 满足通常所述的正则束条件[1]，从而存在子空间 $S\oplus F = R^n$，使 θ 分解为如下形式的子系统[1] θ_s 和 θ_f．以下将 $\boldsymbol{x}_+,\boldsymbol{y}_+$ 及 $\boldsymbol{u}_+$ 均简记为 $\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{u}$

$$\theta_s:\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}_s = A_s\boldsymbol{x}_s + B_s\boldsymbol{u} + \boldsymbol{x}_s(0^-)\delta, & (2.1)\\ \boldsymbol{y}_s = D_s\boldsymbol{x}_s; & (2.2)\end{cases}\quad \boldsymbol{x}_s\in S$$

$$\theta_f:\begin{cases}A_f\dot{\boldsymbol{x}}_f = \boldsymbol{x}_f + B_f\boldsymbol{u} + \boldsymbol{x}_f(0^-)\delta, & (3.1)\\ \boldsymbol{y}_f = D_f\boldsymbol{x}_f; & (3.2)\end{cases}\quad \boldsymbol{x}_f\in F$$

本文于 1991 年 4 月 24 日收到．
1) 国家自然科学基金青年基金资助项目．
2) 出于与文献[1]同样理由，本文将使用线性算子表示形式，在以后讨论中，一般不受具体坐标基的影响．

$$y = y_s + y_f. \tag{4}$$

令* $\Delta_\tau u^i \triangleq u^i(\tau^+) - u^i(\tau^-)$，$\Delta_\tau x \triangleq \sum_{j=0}^{q-1} A_f^j B_f \Delta_\tau u^j$，$\delta_\tau \triangleq \delta(t-\tau)$，则若 $x_f(0^-) = 0$，那么[1]

$$x[\tau] = x_f[\tau] = -\sum_{i=1}^{q-1} A_f^i \Delta_\tau x \delta_\tau^{i-1}, \tag{5}$$

这里 δ^i 和 u^i 分别表示单位脉冲函数 δ 和输出 u 的 i 阶广义导数．广义系统的所有脉冲模定义为

$$x[0] = x_f[0] = \sum_{i=1}^{q-1} x_f(0^-)\delta^{i-1}, \ \forall x_f(0^-) \in F. \tag{6}$$

定义 1.[4] 称广义系统 θ 是$\mathscr{R}$-能检测的，系指子系统 θ_s 是能检测的，即对右半闭平面上的所有 s，$Ker(sE - A) \cap KerD = 0$.

三、广义能检测性

由式(5)，(6)知，所有脉冲模可分为两类，(i)对应于 $x_f(0^-) \in R_f \triangleq \sum_{j=0}^{q-1} A_f^j ImB_f$，这类脉冲模体现为 $x(0^-) = 0$ 时的 $x[\tau]$，它可对系统的行为产生持久而不衰的影响．(ii)对应于 $x_f(0^-) \bar{\in} R_f$，这类脉冲模对系统的行为仅在 $\tau = 0^+$ 处有瞬时影响．由此不难给出如下定义：

定义 2. 称广义系统 θ 为 u-脉冲能检的，系指若 $x(0^-) = 0$，则对 $\forall \tau > 0$，$x[\tau]$ 可由 $y[\tau]$ 唯一确定．而称 θ 为广义强能检的系指 θ 既 u-脉冲能检又 $\mathscr{R}$-能检．

定理 1. 如下命题是等价的

1° θu-脉冲能检；

2° $\theta_f u$-脉冲能检；

3° $\mathscr{T}_n \cap \mathscr{R}_f = Ker A_f \cap \mathscr{R}_f$; (7)

4° $\bar{\mathscr{T}}_n = Ker \bar{A}_f$; (8)

5° $\bar{\mathscr{N}}_f \cap Im\bar{A}_f = 0$; (9)

6° $Ker\bar{A}_f \cap Ker\bar{D}_f \cap Im\bar{A}_f = 0$; (10)

7° $(\bar{D}_f, \bar{A}_f)$ 为脉冲能观[1]对．

其中，$\mathscr{R}_f \triangleq \langle A_f | B_f \rangle$，$\bar{A}_f \triangleq A_f | \mathscr{R}_f$，$\bar{D}_f \triangleq D_f | \mathscr{R}_f$，$\bar{\mathscr{T}}_n$ 与 $\bar{\mathscr{N}}_f$ 分别表示由 $\bar{A}_f$ 和 $\bar{D}_f$ 定义的 $\mathscr{T}_n$ 与 $\mathscr{N}_f$，而

$$\mathscr{T}_n \triangleq \bigcap_{i=1}^{q-1} KerD_f A_f^i, \mathscr{N}_f \triangleq \bigcap_{i=0}^{q-1} KerD_f A_f^i.$$

证．由(5)式与定义 2 知 1° $\Longleftrightarrow$ 2° 显然成立．下证 2° $\Longleftrightarrow$ 3°．由(5)式知：$y[\tau] = 0$，当且仅当

---

* 下面的 q 系指 A_f 的幂零指数(详见文献[1]).

$$\Delta_\tau x \in \bigcap_{i=1}^{q-1} Ker D_f A_f^i \text{ 或等价地,}$$

$$\Delta x_\tau \in \bigcap_{i=1}^{q-1} Ker D_f A_f^i \cap \mathscr{R}_f. \tag{11}$$

另一方面，$x[\tau]=0$,当且仅当

$$\Delta x_\tau \in Ker A_f \cap \mathscr{R}_f. \tag{12}$$

综合式(11)，(12)可知 3° 成立。从而由 $Ker A_f \cap \mathscr{R}_f = Ker\bar{A}_f$，$\mathscr{T}_n \cap \mathscr{R}_f = \bar{\mathscr{T}}_n$，知 4°成立.综上所述得 $1° \Longleftrightarrow 2° \Longleftrightarrow 3° \Longleftrightarrow 4°$。又由文献[1]知,$4° \Longleftrightarrow 7°$,从而由文献[1]中定理 9 可知本定理得证。

推论 1. 若 θ_f 能控[1]或 θ 脉冲能控(即 $\mathscr{R}_f = F$ 或 $\mathscr{R}_f + Ker A_f = F$),则 $\theta \boldsymbol{u}$-脉冲能检的充要条件为 θ 脉冲能观。

定理 2. $\theta \boldsymbol{u}$-脉冲能检的充要条件为

$$\mathscr{T}_n \cap \mathscr{R}_f + Ker A_f = Ker A_f \tag{13}$$

成立，即 $(\bar{\bar{D}}_f, \bar{\bar{A}}_f)$ 脉冲能观。 这里 $\bar{\bar{D}}_f$，$\bar{\bar{A}}_f$ 分别为 D_f 和 A_f 在 $\mathscr{R}_f + Ker A_f$ 上的限制。

证．注意到 $Ker A_f \subset \mathscr{T}_n$,即得 $\mathscr{T}_n \cap (\mathscr{R}_f + Ker A_f) = \mathscr{T}_n \cap \mathscr{R}_f + Ker A_f$,从而由定理 1 中 3° 即知本定理得证。

定理 3. 设 $\hat{A}_f$ 与 $\hat{D}_f$ 分别为 A_f 与 D_f 在 $\mathscr{T}_r \triangleq \sum_{i=1}^{q-1} Im A_f^i B_f$ 上的限制，则 $\theta \boldsymbol{u}$-脉冲能检的充要条件为 $\bigcap_{i=0}^{q-1} Ker \hat{D}_f \hat{A}_f^i = 0$,亦即 $(\hat{D}_f, \hat{A}_f)$ 完全能观。

证． 只需注意到 $Im\bar{A}_f = \mathscr{T}_r$ 且 $\mathscr{T}_r$ 为 $\bar{A}_f$ 不变子空间即可由定理 1 中 5° 推得本定理。

定义 3. 称广义系统 θ 是 $\boldsymbol{u}$-无穷能检的,系指：若 $x(0^-)=0$，则对 $\forall \tau \geqslant 0$，$\Delta_\tau x$ 与 $x[\tau]$ 均可由 $\Delta_\tau y$ 与 $y[\tau]$ 唯一确定。若 θ 既 $\boldsymbol{u}$-无穷能检又 $\mathscr{R}$-能检，则称 θ 为广义完全能检的。

定理 4. 设 $\mathscr{N}_f, \bar{\mathscr{N}}_f$ 等如定理 1 所示，则系统 $\theta \boldsymbol{u}$-无穷能检的充要条件为：$\mathscr{N}_f \cap \mathscr{R}_f = 0$ 或等价地：$\bigcap_{i=0}^{q-1} Ker \bar{D}_f \bar{A}_f = 0$,即 $(\bar{A}_f, \bar{D}_f)$ 完全能观。

证．令 $x(0^-)=0$,则由式(5)及文献[1]知：

$$\Delta_\tau y = \Delta_\tau y_f = D_f \Delta_\tau x_f = \bar{D}_f \Delta_\tau x_f \tag{14}$$

这里 $\Delta_\tau x_f \in \mathscr{R}_f$ 由(5)式定义。故 $y[\tau]=0$，$\Delta_\tau y = 0$,当且仅当 $\Delta_\tau x_f \in \bar{\mathscr{T}}_n$ 和 $\Delta_\tau x_f \in Ker \hat{D}_f = Ker D_f \cap \mathscr{R}_f$ 同时成立。而 $\Delta_\tau x_f = 0$，$x[\tau]=0$,当且仅当 $\Delta_\tau x_f = 0$,故按定义 3 知本定理得证。

推论 2. 若 θ_f 能控,则 $\theta \boldsymbol{u}$-无穷能检当且仅当 θ_f 能观[1].

定理 5. 广义完全能检 $\Longrightarrow$ 广义强能检 $\Longrightarrow$ $\mathscr{R}$-能检，而脉冲能观 $\Longrightarrow$ $\boldsymbol{u}$-脉冲能检，无穷能观(定义为 θ_f 是能观的) $\Longrightarrow$ $\boldsymbol{u}$-无穷能检.

参 考 文 献

[1] Cobb, D., Controllability, Observability and Duality in Singular Systems, *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, **29**(1984), 1076—1082.
[2] Yip, E. L., and R. F. Sincovec, Solvability, Controllability and Observability of Continuous Desriptor Systems, *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, **26**(1981), 702—707.
[3] 许可康,奇异系统的强能控性与强能观性,控制理论与应用,**2**(1985),(2),82—90.
[4] 王朝珠,戴立意,广义系统的正常状态观测器,系统科学与数学,6(1986),(4),307—313.
[5] 杨成梧,邹云,广义系统正则状态观测器的存在和设计,中国科学,(1991),(9),982—991.

THE GENERALIZED DETECTABILITIES OF SINGULAR SYSTEMS

ZOU YUN YANG CHENGWU
(*Ballistic Research Lab., East China Institute of Technology Nanjing,* 210014)

ABSTRACT

In this paper we discuss the detectability for the infinite modes of singular systems. Based on the work of Cobb[1] two generalized de ectabilities for singular systems are proposed, and a number of corresponding criteria are also presented. It has been shown in [5] that the above works have very important applications in the problem of the existence and design of regular observers for singular systems.

Key words: Singular systems; detecta ility; linear systems.