



# 自适应控制系统设计的参数辨识途径

韩志刚

(黑龙江大学应用数学研究所, 哈尔滨 150080)

## 摘要

本文给出了一种关于自适应控制系统设计的方法, 该方法的特点是把自适应控制律的设计问题转化为参数辨识问题, 使非线性系统与多输入系统的处理变得较容易, 而且使算法得到简化。

**关键词:** 自适应控制, 参数估计, 非线性系统。

## 一、引言

本文提出的自适应控制律的设计方法是把控制变量作为一种时变参数, 用一种递推公式来确定, 而这类递推公式中所含的未知参数, 将转换成系统模型中的未知参数, 可用适当的辨识算法来确定。这种方法的优点在于自适应控制算法的形式已固定, 而把控制算法的设计问题转化成了未知参数的辨识问题, 从而简化了设计手续, 并较容易地应用于多输入系统与某些非线性系统。

## 二、系统模型的基本形式与控制准则

文中考虑的系统具有如下形式:

$$y(k) = f[\mathbf{Y}_{k-1}, \mathbf{U}_{k-1}, \theta(k), k], \quad (1)$$

其中  $y(k)$  是一维的输出,  $u(k)$  是输入,  $f[\cdot, \cdot, \cdot, \cdot]$  是已知的函数,  $\theta(k)$  是未知的随机时变参数, 而  $\mathbf{Y}_k = \{y(k), y(k-1), \dots\}$ ,  $\mathbf{U}_k = \{u(k), u(k-1), \dots\}$ 。

这是一类向前一步预报式的模型, 其特点是具有随机时变参数。

可以证明预报误差模型<sup>[4]</sup>

$$y(k) = f[\mathbf{Y}_{k-1}, \mathbf{U}_{k-1}, \eta(k), k] + \varepsilon(k), \quad (2)$$

其中  $\varepsilon(k)$  是新息序列,  $\eta(k)$  是未知参数。在一定条件和一定意义下式(2)可写成

$$y(k) = f[\mathbf{Y}_{k-1}, \mathbf{U}_{k-1}, \theta(k), k], \quad (3)$$

其中  $\theta(k)$  是随机时变参数, 式(2), (3)中的函数  $f[\cdot, \cdot]$  是相同的<sup>[4]</sup>。

为讨论方便, 把(1)式改写成

$$y(k) = f[\mathbf{Y}_{k-1}, u(k-1), \mathbf{U}_{k-2}, \theta(k), k]. \quad (1')$$

本文引入一种新的控制准则, 即所谓控制误差一致小准则. 该准则对非线性系统的控制律的寻求将带来方便, 而线性系统控制律则和应用最小方差准则所得的控制律相同.

**定义.** 设  $u(k-1) = G(\mathbf{Y}_{k-1}, \mathbf{U}_{k-2}, \hat{\theta}(k), y_k^*, \delta_k)$ , 是关于系统  $y(k) = f[\mathbf{Y}_{k-1}, u(k-1), \mathbf{U}_{k-2}, \theta(k), k]$  的一族控制律. 其中  $\delta_k \in \Delta$  是参变量,  $y_k^*$  是  $k$  时刻的输出的希望值. 如果对于任何  $\varepsilon > 0$ , 及任意给定的  $y_k^* \in \mathbf{Y}$  ( $\mathbf{Y}$  是某一集合), 皆有  $\delta_k^0 \in \Delta$  及  $N > 0$ , 使得由控制律  $u(k-1) = G(\mathbf{Y}_{k-1}, \mathbf{U}_{k-2}, \hat{\theta}(k), y_k^*, \delta_k^0)$  给出的  $u(k-1)$  对  $k \geq N$  一致的有  $|y_k^* - f[\mathbf{Y}_{k-1}, u(k-1), \mathbf{U}_{k-2}, \hat{\theta}(k), k]| < \varepsilon$  a.s, 其中  $\hat{\theta}(k)$  是  $\theta(k)$  的某种最佳估值, 故控制律  $u(k-1) = G(\mathbf{Y}_{k-1}, \mathbf{U}_{k-2}, \hat{\theta}(k), y_k^*, \delta_k)$  满足控制误差一致小准则.

本文借助于参数辨识的途径来寻求关于系统(1')的满足控制误差一致小准则的自适应控制律.

### 三、自适应控制律的一种通用格式

假定模型(1')中的未知参数  $\theta(k)$  的估值  $\hat{\theta}(k)$  已得到, 即有

$$y(k) = f[\mathbf{Y}_{k-1}, u(k-1), \mathbf{U}_{k-2}, \hat{\theta}(k), k].$$

则可以把  $u(k-1)$  看成是另一个未知时变参数, 如果  $y(k)$  是已知的, 根据文献[3]的结果, 可得到  $u(k-1)$  的递推形式的估值算法

$$u(k-1) = u(k-2) + \frac{\delta}{\|\nabla_{u(k-2)} f[k, u(k-2)]\|^2} \nabla_{u(k-2)} f[k, u(k-2)] \cdot \{y(k) - f[\mathbf{Y}_{k-1}, u(k-2), \mathbf{U}_{k-2}, \hat{\theta}(k), k]\}. \quad (4)$$

其中  $\delta$  是适当的参数, 而

$$\nabla_{u(k-2)} f[k, u(k-2)] = \frac{\partial}{\partial u} f[\mathbf{Y}_{k-1}, u, \mathbf{U}_{k-2}, \hat{\theta}(k), k] |_{u=u(k-2)}$$

当  $u(k)$  是一维的输入时, 有

$$u(k-1) = u(k-2) + \frac{\delta}{\nabla_{u(k-2)} f[k, u(k-2)]} \cdot \{y(k) - f[\mathbf{Y}_{k-1}, u(k-2), \mathbf{U}_{k-2}, \hat{\theta}(k), k]\}.$$

在算法(4)中, 如果未知参数  $\delta$  被确定了, 则控制律就完全被确定了. 但  $\delta$  可能有两种情形, 即  $\delta$  是时变的 ( $\delta = \delta_k$ ), 或是非时变的 ( $\delta$  为常数). 下述定理给出了  $\delta$  为常数的一个充分条件:

**定理.** 设  $\mathbf{U}, \Theta$  分别为适当维数的有界域, 如果有常数  $c > 0$ , 使得对一切  $k$  皆有

$$|y(k)| < c \text{ a.s}$$

一切  $y(i), u(i) \in \mathbf{U}, (i = 1, 2, \dots, k-1), \beta \in \Theta$  和  $k$  皆有

$$|f[\mathbf{Y}_{k-1}, u(k-1), \mathbf{U}_{k-2}, \beta, k]| < c, \text{ a.s}$$

设  $\{u(k-1)\}$  是由公式(4)所确定的控制变量序列, 并且对  $\delta$  一致地有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\nabla_{u(k-2)} f[k, \overline{u(k-1)}]^T \nabla_{u(k-2)} f[k, u(k-2)]}{\|\nabla_{u(k-2)} f[k, u(k-2)]\|^2} = \mu > 0, \quad a, s \quad (5)$$

其中  $\overline{u(k-1)}$  满足

$$f[k, \overline{u(k-1)}] = f[k, u(k-2)] + \nabla_{u(k-2)} f[k, u(k-2)] \tilde{u}(k-1),$$

而  $\tilde{u}(k-1) = \overline{u(k-1)} - u(k-2)$ ,

$$f[k, u] = f[\mathbf{Y}_{k-1}, u, \mathbf{U}_{k-2}, \hat{\theta}(k), k],$$

则对任何  $\varepsilon > 0$ , 必有  $\delta$  和  $N > 0$  存在, 使得控制律

$$u(k-1) = u(k-2) + \frac{\delta}{\|\nabla_{u(k-2)} f[k, u(k-2)]\|^2} \nabla_{u(k-2)} f[k, u(k-2)] \cdot \{y_k^* - f[\mathbf{Y}_{k-1}, u(k-2), \mathbf{U}_{k-2}, \hat{\theta}(k), k]\}, \quad (6)$$

其中  $y_k^*$  是任意给定的希望输出值, 满足  $|y_k^* - f[\mathbf{Y}_{k-1}, u(k-1), \mathbf{U}_{k-2}, \hat{\theta}(k)]| < \varepsilon, a, s, k \geq N$ . 该定理的证明与文献[3]的主要定理的证明完全一样, 不再赘述.

上述定理说明了, 在一定的条件下控制律(6)中的参数  $\delta$  为常数, 并且控制律将满足控制误差一致小准则. 公式(6)就是寻求的关于控制律的一种通用格式.

以模型(1')的一个重要特殊情形说明控制律(6)的意义, 设系统的模型为

$$A_k(q^{-1})y(k) = B_k(q^{-1})u(k), \quad (7)$$

其中  $A_k(q^{-1}) = 1 + a_1(k)q^{-1} + \dots + a_n(k)q^{-n}$ ,

$$B_k(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + b_2(k)q^{-2} + \dots + b_m(k)q^{-m},$$

$a_1(k), \dots, a_n(k), b_2(k), \dots, b_m(k)$  为随机时变参数,  $b_1$  是不为零的常数, 如果置

$$\varphi(k) = [-y(k-1), \dots, -y(k-n), u(k-2), \dots, u(k-m)]^T,$$

$$\theta(k) = [a_1(k), \dots, a_n(k), b_2(k), \dots, b_m(k)]^T,$$

则模型(7)可写成

$$y(k) = b_1 u(k-1) + \varphi(k)^T \theta(k) = f[\mathbf{Y}_{k-1}, u(k-1), \mathbf{U}_{k-2}, \theta(k), k],$$

而且对一切  $u$  恒有

$$\nabla_{u(k-2)} f[k, u] = b_1, \quad \text{对一切 } k \text{ 恒有}$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\nabla_{u(k-2)} f[k, \overline{u(k-1)}]^T \nabla_{u(k-2)} f[k, u(k-2)]}{\|\nabla_{u(k-2)} f[k, u(k-2)]\|^2} = 1.$$

故对于这样的系统条件(5)恒满足并且此时控制律(6)具有形式

$$u(k-1) = u(k-2) + \frac{\delta}{b_1} \{y_k^* - b_1 u(k-2) - \varphi(k)^T \hat{\theta}(k)\}.$$

从主要定理的证明过程<sup>[3]</sup>可知在上述的控制律中取  $\delta$  的值为 1, 即有

$$\begin{aligned} u(k-1) &= u(k-2) + \frac{1}{b_1} \{y_k^* - b_1 u(k-2) - \varphi(k)^T \hat{\theta}(k)\} \\ &= \frac{1}{b_1} \{y_k^* - \varphi(k)^T \hat{\theta}(k)\}, \end{aligned}$$

其中  $\hat{\theta}(k)$  是  $\theta(k)$  在  $k$  时刻的某种(预报)估值, 如果在上述的控制律中应用的是  $k-1$  时刻的估值  $\hat{\theta}(k-1)$  而不是  $\hat{\theta}(k)$ , 则有

$$u(k-1) = \frac{1}{b_1} \{y_k^* - \varphi(k)^T \hat{\theta}(k-1)\}.$$

这就是熟知的最小方差参数自适应控制律。

综上所述,对具有式(1')的模型的系统自适应控制律的设计问题,已被转化为未知参数  $\delta$  的辨识问题,当  $f[k,u]$  是  $u$  的线性函数时,参数  $\delta$  的最佳值是 1. 而当  $f[k,u]$  是  $u$  的非线性函数时,  $\delta$  的最佳估值必须通过某种辨识手续而确定,详细的可参看文献[8].

### 参 考 文 献

- [1] Goodwin, G. C. and Sin, K. S. Adaptive Filtering, Prediction and Control, Prentice-Hall INC Englewood Cliffs, New Jersey (1984).
- [2] 袁震东,自适应控制理论及其应用,华东师范大学出版社(1988).
- [3] 韩志刚,动态系统时变参数的辨识,自动化学报,10(1984), (4), 330—337.
- [4] 韩志刚,动态系统模型的多层化与多层时间序列分析,黑龙江大学自然科学学报,(1986), (1), 5—10.
- [5] 韩志刚,多层递阶方法及其应用,科学出版社,(1989),北京.
- [6] 韩志刚,动态系统时变参数辨识的一种途径,控制与决策,4(1989), (5), 1—6.
- [7] 韩志刚,动态系统时变参数的辨识与一类最优化问题,黑龙江大学自然科学学报,8(1991), (1), 1—7.
- [8] 韩志刚,非线性系统自适应控制系统设计的一种方法,控制与决策,5(1990), (6), 39—45.

## AN APPROACH FOR PARAMETER IDENTIFICATION OF ADAPTIVE CONTROL SYSTEM DESIGN

HAN ZHIGANG

(The Institute of Applied Mathematics of Heilongjiang University, Harbin 150080)

### ABSTRACT

In this paper, an approach for the design of adaptive control system is given. The characteristic of this approach is that the design problem of adaptive control law is changed into the parameter identification problem, so that it is easier to tackle the nonlinear system and multi-input system, and simplify the algorithm.

**Key words:** Adaptive control; parameter estimation; nonlinear; system.