

一种采用观测器的机器人 变结构控制算法¹⁾

朱文宏

(上海交通大学自控系, 上海 200030)

陈辉堂

(同济大学电气系, 上海 200092)

摘 要

本文针对仅有关节位置检测的关节型机器人, 提出了一种考虑参数不确定性和状态不确定性的变结构轨线跟踪控制算法。通过对两种不同类型观测器(线性反馈和变结构反馈)的研究, 用定理形式给出了由机器人、观测器和控制器组成的闭环系统渐近稳定的充分条件。非线性滑动域替代线性滑动面取得了控制精度和控制平稳性的折衷。在作者自行研制的直接驱动机器人 DDR-1 的实验中证实了这种算法的有效性。

关键词: 机器人控制, 变结构控制, 观测器, 鲁棒控制。

一、前 言

变结构控制由于其较好的鲁棒性而在机器人的轨迹控制中占有重要的地位。对于具有精确状态测量的机器人, Slotine^[1,2] 等人已经取得了较完美的理论结果。但在实际控制中, 由于受机器人基座振动等因素的影响, 使通过测速机测得的速度受到影响^[3], 从而限制了速度反馈增益的提高^[4], 进而影响到控制精度。另一方面, 用差分方法得到的速度又将受到位置量化误差的影响, 特别是对于没有减速机构的直接驱动机器人, 由于其等效位置分辨率的降低使位置量化误差对速度的影响更加显著。对比之下, 用观测器来获得速度是一种比较有效的方法。

文献[4]给出了一种采用观测器的机器人控制算法及相应的收敛性证明, 但这种算法不能处理参数不确定性。本文提出的采用观测器的机器人变结构控制算法可以同时处理参数不确定性问题。

二、理论结果

机器人的动力方程可以写成

本文于1989年7月14日收到。

1) 本课题的研究得到国家教委博士点基金资助。

$$\begin{cases} M(\theta)\ddot{\theta} + f(\dot{\theta}, \theta) = u, \\ \dot{\theta}(0) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

式中 $M(\theta)$ 为 $n \times n$ 正定对称惯性阵, θ 为 $n \times 1$ 关节位置向量, u 为 $n \times 1$ 控制力矩向量, $f(\dot{\theta}, \theta)$ 为 $n \times 1$ 非线性向量, 包括向心力矩、哥氏力矩、阻尼力矩和重力矩。因为机器人的动力学参数总是有界的, 因此可以得到下列不等式:

$$\begin{cases} \|f(\dot{\theta}, \theta) - f(\dot{\theta}fx + x, \theta)\| \leq f_T \|x\|^2 + (f_p + 2f_T \|\dot{\theta}\|) \cdot \|x\|, \\ \|M^{-1}(\theta)\| \leq k_b. \end{cases} \quad (2)$$

式中 f_T, f_p, k_b 均为正常数, 它们与动力学参数有关。 f_T 反映哥氏力项系数, f_p 反映阻尼力项系数。

本文所用向量范数全部定义为

$$\|x(t)\| = \max_{\substack{i \in \{1, n\} \\ 0 \leq \tau \leq t}} |x_i(\tau)|, \quad x(t) \in R^n.$$

矩阵范数的定义不变。

状态误差变量定义为

$$\begin{cases} e = \theta - \hat{\theta}, \quad e^* = \theta_d - \hat{\theta}, \\ e_d = \dot{\theta} - \hat{\theta}, \quad e_d^* = \dot{\theta}_d - \hat{\theta}. \end{cases} \quad (3)$$

式中 θ_d 为 θ 的期望值; “ \wedge ”是估值符号。

对机器人的动力学参数进行离线估计后, 可以得到下列不等式

$$\begin{cases} \|f(\dot{\theta}, \theta) - \hat{f}(\dot{\theta}, \theta)\| \leq f_T^* \|\dot{\theta}\|^2 + f_p^* \|\dot{\theta}\| + f_0, \\ \|\hat{M}(\theta)\| \leq k_a, \\ \frac{1}{2} \hat{M}(\theta) - k_c \|\dot{\theta}\| \cdot I_{n \times n} \leq 0, \\ \|M^{-1}(\theta) - \hat{M}^{-1}(\theta)\| \leq k_m. \end{cases} \quad (4)$$

式中 $f_T^*, f_p^*, f_0, k_a, k_c, k_m$ 均为正常数, 它们的值与机器人动力学参数的估计精度有关。

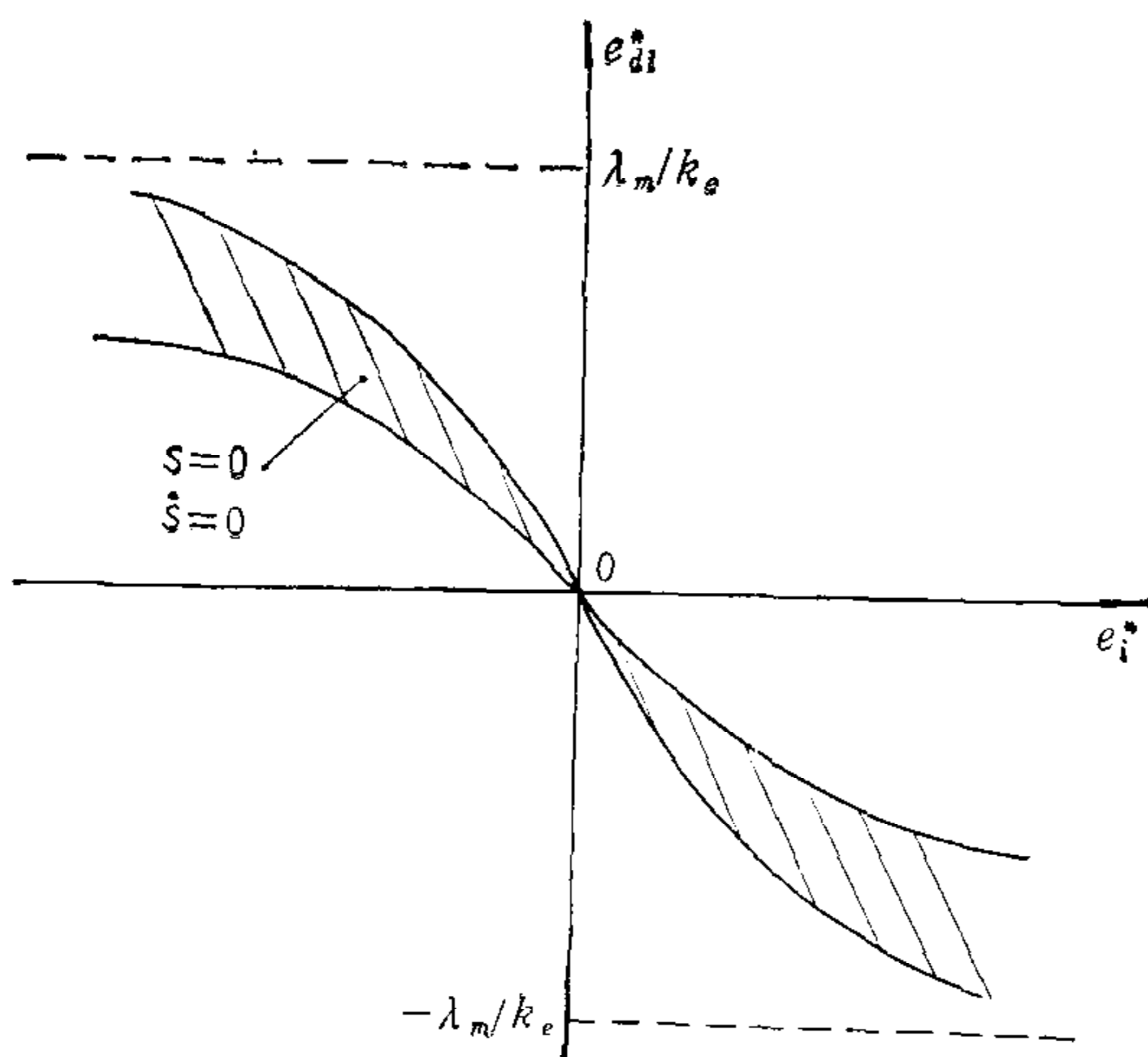


图 1 非线性滑动域

为了使变结构控制在实现中既能保持其控制精度, 又能保持控制的平稳性, 作者设计了如下的非线性滑动域:

$$s = e_i^* + K \cdot \lambda(e^*), \quad (5)$$

式中 $\lambda(\cdot)$ 是一个 $n \times 1$ 非线性向量, 它的元素满足

$$\lambda_i(x_i) = \lambda_m \cdot x_i / (1 + k_e |x_i|), \quad (6-a)$$

式中 λ_m 和 k_e 均为正常数。 (5) 式中的 K 为 $-n \times n$ 对角正定阵, 其元素满足

$$k_i = \begin{cases} 1, & k_i^*(t) \geq 1, \\ k_i^*(t), & 1 > k_i^*(t) > c_i, \\ c_i, & c_i \geq k_i^*(t), i \in \{1, n\}, \end{cases} \quad (6-b)$$

式中 $k_i^*(t)$ 满足 $e_{di}^* + k_i^*(t) \cdot \lambda_i(e_i^*) = 0$, $c_i \in (0, 1)$ 。非线性滑动域如图 1 所示。由于用滑动域代替了滑动面, 因而避免了变结构控制中颤振现象的发生。在 0 点处发生的颤振也是自镇定的。滑动域设计成由 (6-a) 式定义的非线性是为了在位置误差较大时防止控制器饱和而在位置误差较小时提高位置跟踪精度。

从 $k_i^*(t)$ 的定义可知, 在滑动域内部 s 恒为 0, 因此以下只研究在滑动域外的情况。对 (5) 式求导得

$$\dot{s} = \dot{e}_d^* + K \cdot \lambda'(e^*) \cdot \dot{e}^*, \quad (7)$$

式中 $\lambda'(x)$ 为一 $n \times n$ 对角方阵, 定义为 $(\partial/\partial x)[\lambda(x)]^T$ 。其对角元素满足

$$\lambda'_i(x_i) = \lambda_m / (1 + k_c |x_i|)^2, \quad i \in \{1, n\} \quad (8)$$

下面给出两种观测器的方程:

线性观测器的方程为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\hat{\theta}} \\ \dot{\hat{\theta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta} \\ \hat{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_p \cdot I_n \\ k_v \cdot I_n \end{bmatrix} (\theta - \hat{\theta}), \\ \hat{\theta}(0) = 0, \quad \hat{\theta}(0) = \theta(0), \end{cases} \quad (9)$$

式中 $\hat{\theta}$ 为角加速度估值, k_p 和 k_v 均为正常数。 $\hat{\theta}$ 满足

$$\hat{\theta} = \hat{M}^{-1}(\theta) [\mu - \hat{f}(\hat{\theta}, \theta)]. \quad (10)$$

滑动观测器的方程为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\hat{\theta}} \\ \dot{\hat{\theta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta} \\ \hat{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_p^* \cdot I_n \\ k_v^* \cdot I_n \end{bmatrix} \cdot \text{sign}[\theta - \hat{\theta}], \\ \hat{\theta}(0) = 0, \quad \hat{\theta}(0) = \theta(0). \end{cases} \quad (11)$$

式中 k_p^* 和 k_v^* 均为常数, 且大于 0, $\hat{\theta}$ 如 (10) 式所定义。

基于模型的变结构控制律选择为

$$\begin{aligned} \mu = & K_u(t) \cdot s + K_I \cdot I(s, t) + k_r(t) \cdot \text{sign}[s] \\ & + \hat{M}(\theta) [\ddot{\theta}_d + K \lambda'(e^*) \cdot \dot{e}_d^*] + \hat{f}(\hat{\theta}, \theta), \end{aligned} \quad (12)$$

式中 $K_u(t)$ 和 K_I 均为 $n \times n$ 对角正定阵, $k_r(t)$ 为一正变量, 右端第四和第五项为前馈力矩补偿项, $I(s, t)$ 为一 $n \times 1$ 限幅积分器, 定义为

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} I_i(s_i, t) = \begin{cases} s_i & I_i(s_i, 0) < k_{i_i}^*, & s_i \geq 0 \\ 0 & I_i(s_i, 0) = k_{i_i}^*, & s_i \geq 0 \\ s_i & I_i(s_i, 0) > -k_{i_i}^*, & s_i < 0 \\ 0 & I_i(s_i, 0) = -k_{i_i}^*, & s_i < 0 \end{cases} \\ I_i(s_i, 0) = 0, \quad i \in \{1, n\} \end{cases} \quad (13)$$

式中 $k_{i_i}^*$ 是 $n \times 1$ 的积分器限幅向量。设计中只要使 $k_{i_i} \cdot k_{i_i}^*$ 大于 i 维空间中不确定部分的绝对值即可。

定理. 对于由式 (1), (3), (5), (9) 或式 (11), (10), (12) 所描述的系统。选择一个非负函数

$$V = \frac{1}{2} s^T \hat{M}(\theta) s + \int_0^t s^T \cdot K_I \cdot I(s, t) dt, \quad (14)$$

式中 $\hat{M}(\theta)$ 为 $n \times n$ 对称正定估计惯性阵, 其正定性由离线参数估计所保证。

$$\int_0^t \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{K}_I \cdot \mathbf{I}(\mathbf{s}, t) dt \geq 0$$

将在附录的引理 2 中给出。

选定一个 $n \times n$ 对角正定常数阵 \mathbf{K}_u^* 和两个正常数 δ 和 k_c^* , 如果下列条件满足:

1) 定义一个正常数 k_x , 对于观测器式(9)满足

$$\begin{cases} k_p^2 - 4k_v = 0, \\ k_x = k_p/4. \end{cases} \quad (15-a)$$

对于观测器式(11)满足

$$\begin{cases} k_p^* = k_c^*, \\ k_x = k_v^*/k_p^*; \end{cases} \quad (15-b)$$

$$2) k_1 = 1 - k_a \cdot k_m(1 + \delta) > 0; \quad (16)$$

$$3) K_u(t) = K_u^* + k_c(\|\hat{\boldsymbol{\theta}}\| + k_c^*) \cdot I_n; \quad (17)$$

$$4) k_s(t) = k_3 \cdot k_c^{*2} + k_4(t) \cdot k_c^* + k_5(t); \quad (18)$$

$$5) k_x > \max\{k_b(t), k_7(t), \lambda_m/\delta\}. \quad (19)$$

式中

$$k_2(t) = k_a \cdot k_m(\|\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d\| + \lambda_m\|\mathbf{e}_d^*\|) + k_b(f_T^*\|\hat{\boldsymbol{\theta}}\|^2 + f_p^*\|\hat{\boldsymbol{\theta}}\| + f_0), \quad (20-a)$$

$$k_3 = k_a \cdot k_b \cdot f_T(1 + \delta)/k_1, \quad (20-b)$$

$$k_4(t) = k_a(1 + \delta)[k_m \cdot k_c\|\mathbf{s}\| + k_b(f_p + 2f_T\|\hat{\boldsymbol{\theta}}\|)]/k_1, \quad (20-c)$$

$$k_5(t) = k_a(1 + \delta)\{k_m[(\|\mathbf{K}_u^*\| + k_c\|\hat{\boldsymbol{\theta}}\|) \cdot \|\mathbf{s}\| + \|\mathbf{K}_I\| \cdot \|\mathbf{k}_r^*\|] + k_4(t)\}/k_1, \quad (20-d)$$

$$k_6(t) = k_b[f_p + 2f_T(\|\hat{\boldsymbol{\theta}}\| + k_c^*)], \quad (20-e)$$

$$k_7(t) = k_b k_c^* + k_9(t) + k_{10}(t)/k_c^*, \quad (20-f)$$

$$k_8(t) = k_m \cdot k_3 + k_b \cdot f_T, \quad (20-g)$$

$$k_9(t) = k_m \cdot k_c\|\mathbf{s}\| + k_m k_4(t) + k_b(f_p + 2f_T\|\hat{\boldsymbol{\theta}}\|), \quad (20-h)$$

$$k_{10}(t) = k_5(t)\{k_m + k_1/[k_a(1 + \delta)]\}. \quad (20-i)$$

则有如下结果:

$$1) \|\mathbf{e}_d\| < k_c^*, \quad \forall t \geq 0 \quad (21)$$

$$2) \dot{V} \leq -\mathbf{s}^T \mathbf{K}_u^* \mathbf{s}. \quad (22)$$

该定理的条件为充分条件, 式(16)是定理中唯一需检验的条件, $k_1 > 0$ 意味着 $\|\hat{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta}) - \hat{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta})\|$ 需受到限制, 这样就对离线的参数估计精度提出了要求。

式(21)说明了 k_c^* 是速度估计误差的范数上界, 应该使 k_c^* 小一些以提高速度估计精度。但另一方面, 式(19), (20-f) 说明过小的 k_c^* 将增大 k_x , 从而降低系统对外界噪声和不确定未建模部分的鲁棒性。因此 k_c^* 的选择要折衷考虑。

应用定理的设计过程分离线和在线两部分。离线部分为

- 1) 当机器人具体选定后, 确定(2)式中的 f_T, f_p, k_b ;
- 2) 根据控制要求和功率放大器容量, 确定(6)式中的 λ_m, k_c ;
- 3) 根据系统稳态精度要求, 选定(12)式中的 \mathbf{K}_I 和(13)式中的 \mathbf{k}_r^* ;
- 4) 对机器人动力学参数进行离线估计后, 确定(4)式中的 $f_T^*, f_p^*, f_0, k_a, k_m, k_c$;
- 5) 选定定理中的正定常数阵 \mathbf{K}_u^* 和两个正常数 δ, k_c^* ;

6) 根据(16)式计算 k_1 , 若 $k_1 < 0$, 返回第 4 步.

7) 计算 (20-b) 中的 k_3 和 (20-g) 中的 k_8 .

在线部分为

1) 输入 $\theta_d, \dot{\theta}_d, \ddot{\theta}_d$, 计算出 $\hat{\theta}, \hat{\dot{\theta}}, e^*, e_i^*, s, \|\hat{\theta}\|$;

2) 计算出(20)式中的 $k_2(t), k_4(t), k_5(t), k_6(t), k_9(t), k_{10}(t), k_7(t)$;

3) 计算出 (17)–(19) 式中的 $K_u(t), k_r(t), k_x$; 根据 (15-a) 确定 k_p ; 或根据 (15-b) 确定 k_p^*, k_v^* .

4) 完成由(12)式确定的控制律, 返回第一步.

三、实验部分

实验在作者自行研制的两关节平面直接驱动机器人 DDR-1 上进行. 两主臂臂长分别为 72cm 和 62cm, 驱动采用直流电机, 关节位置测量采用 30 对极的多极旋转变压器, 圆周分辨率为 122,880. 机器人动力学方程为

$$\begin{bmatrix} a & b \cos(\theta_2 - \theta_1) \\ b \cos(\theta_2 - \theta_1) & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -b \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_2^2 \\ b \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad (23)$$

式中

$$\begin{cases} a = I_1 + m_1 d_1^2 + m_2 l_1^2, \\ b = m_2 l_1 d_2, \\ c = I_2 + m_2 d_2^2, \end{cases} \quad (24)$$

m_i 为第 i 个臂的质量, l_i 为第 i 个臂的长度, d_i 为第 i 个臂质心到下部关节的距离, I_i 为第 i 个臂绕其质心的转动惯量.

$$i \in \{1, 2\}$$

从(23)式出发可以得到 (2) 式和 (4) 式中的参数形式

$$f_T = b, f_p = 0,$$

$$f_T^* = |b - \hat{b}|, f_p^* = 0, f_0 = 0,$$

$$k_a = \max\{\hat{a}, \hat{c}\} + \hat{b},$$

$$k_b = [\max\{a, c\} + b] / (ac - b^2),$$

$$k_c = \hat{b},$$

$$k_m = [\max(|a - \hat{a}|, |c - \hat{c}|)$$

$$+ |b - \hat{b}|] / \min\{ac - b^2, \hat{a}\hat{c} - \hat{b}^2\}.$$

式中“ $\hat{}$ ”为相应参数的离线估计值. 经离线估计得到 $\hat{a} = 30$, $\hat{b} = 3.0$, $\hat{c} = 5.8$.

实验中选用了线性反馈观测器, 选 $k_p = 714$, $k_v = 127500$. 控制器中参数选为 $\lambda_m = 13.6$, $k_c = 27$, $k_{u1}^* = 205$, $k_{u2}^* = 52$, $k_{l1} = 860$, $k_{l2} = 215$; $k_{i1}^* = 0.002$, $k_{i2}^* = 0.008$.

实验是让机器人跟踪一条长一米的直线. 其中加、减速段各为 0.315 米; 恒速段为 0.37 米, 恒速段速度为 1 米/秒. 两个关节和机器人末端的跟踪误差示于图 3. 图中显示

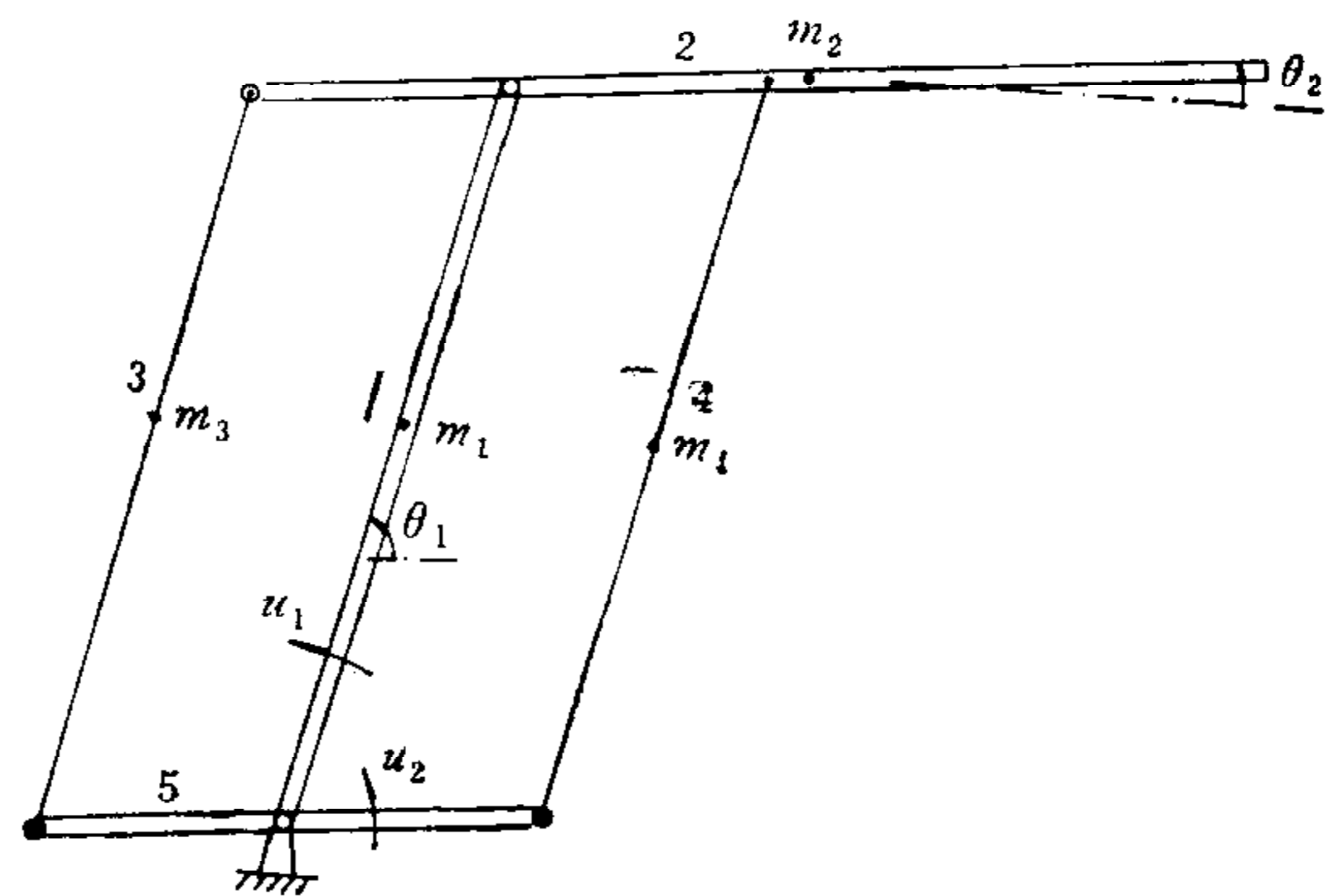


图 2 DDR-1 机器人结构图

了很高的轨线跟踪精度,最大跟踪误差约为 0.5mm,

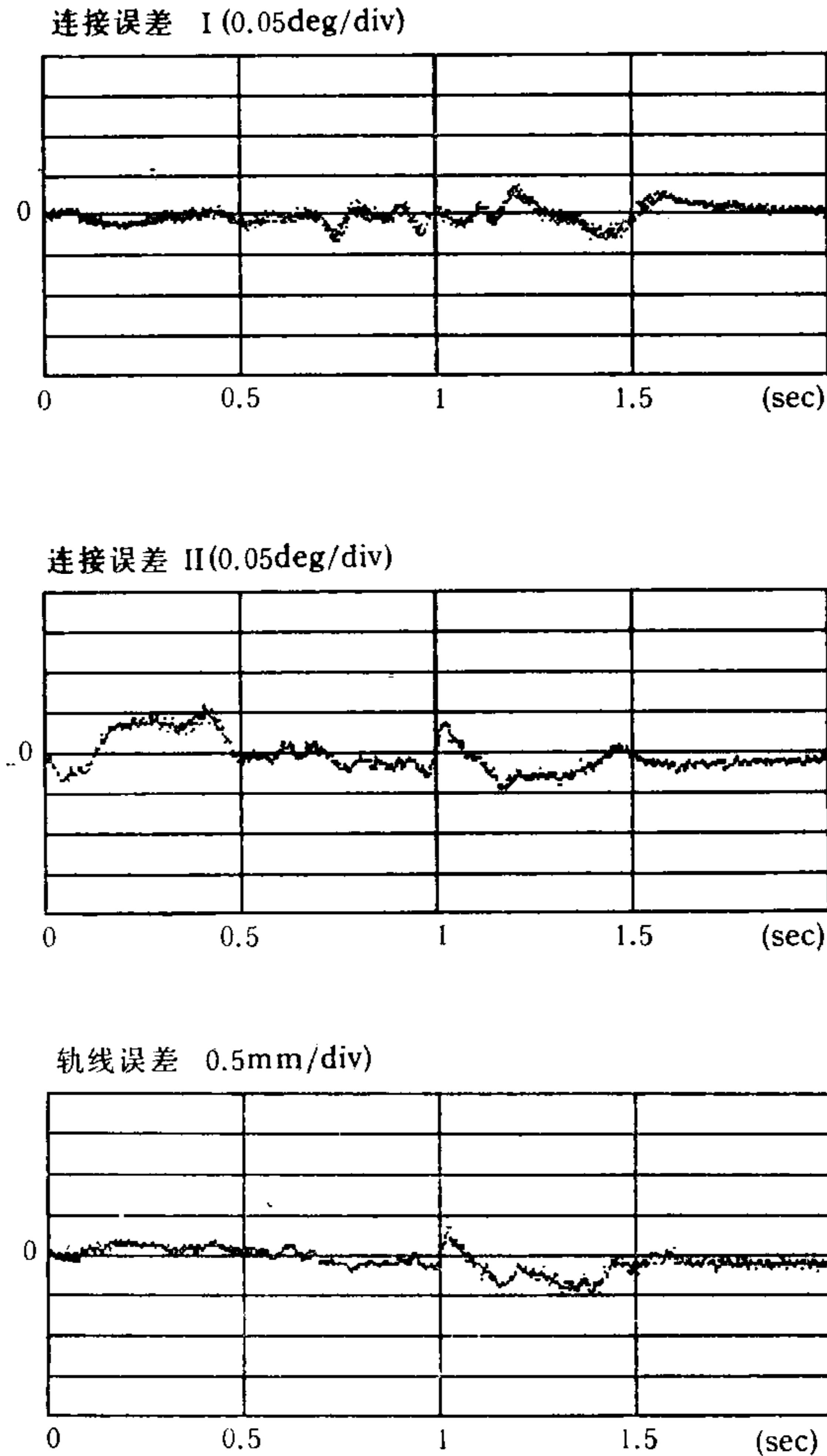


图3 实验结果

参 考 文 献

- [1] Slotine, J.J.E. and W. Li, Adaptive Manipulator Control—a Case Study, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, **AC-33** (1988), (11), 995—1003.
- [2] Slotine, J.J.E., J.K. Hedrick, and E.A. Misawa, On Sliding Observers for Nonlinear Systems, *ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control*, **109** (1987), (3), 245—252.
- [3] Zhu Wen-hong and H.T. Chen, A Global Asymptotic Stable Variable Structure Algorithm Using Sliding Mode Observer, in *Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Automat.*, Cincinnati, **1**, (1990), 130—135.
- [4] Nicosia, S. and P. Tomei, Robot Control by Using only joint Position Measurements, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, **AC-35** (1990), (9), 1058—1061.

附 录

引理 1. 对于变量 x, y , 它们满足

$$\dot{y} + ky = x.$$

(A-1)

如果 $y(0) = 0$, $x \in [-x_0, x_0]$, 其中 k 和 x_0 均为正常数, 则有

$$y \in [-x_0/k, x_0/k]. \quad (\text{A-2})$$

引理 2. 对于由(13)式描述的 $I(s, t)$, 有

$$\int_0^t s^T \cdot K_I \cdot I(s, t) dt \geq 0. \quad (\text{A-3})$$

证明. 因为

$$\int_0^t \left[\frac{d}{dt} I(s, t) \right]^T \cdot K_I \cdot I(s, t) dt = \frac{1}{2} I^T(s, t) K_I \cdot I(s, t) \Big|_0^t \geq 0; \quad (\text{A-4})$$

由(13)式的定义, 有

$$\int_0^t \left[s - \frac{d}{dt} I(s, t) \right]^T K_I \cdot I(s, t) dt \geq 0. \quad (\text{A-5})$$

由 (A-4) 和 (A-5) 可推出 (A-3).

定理的证明

将机器人方程(1)变成状态空间形式后减去(9)式得

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{e}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_p \cdot I_n & I_n \\ -k_v \cdot I_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ e_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} - \hat{\theta} \end{bmatrix}, \\ e(0) = 0, e_d(0) = 0. \end{cases} \quad (\text{A-6})$$

解 (A-6) 得

$$e_i = \frac{\ddot{\theta}_i - \hat{\theta}_i}{p^2 + k_p \cdot p + k_v}, \quad e_{di} = \frac{(p + k_p) \cdot (\ddot{\theta}_i - \hat{\theta}_i)}{p^2 + k_p \cdot p + k_v}, \quad (\text{A-7-a})(\text{A-7-b})$$

式中 p 为拉氏算子. 应用引理1、方程 (15-a) 和范数的定义, 有

$$\|e\| \leq \frac{4}{k_p^2} \|\dot{\theta} - \hat{\theta}\|, \quad \|e_d\| \leq \frac{1}{k_x} \|\dot{\theta} - \hat{\theta}\|. \quad (\text{A-8-a})(\text{A-8-b})$$

将(1)式状态空间形式减去(11)式得

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{e}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e \\ e_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} - \hat{\theta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_p^* \\ k_v^* \end{bmatrix} \cdot \text{sign}[e], \\ e(0) = 0, e_d(0) = 0. \end{cases} \quad (\text{A-9})$$

当 $k_p^* \geq \|e_d\|$ 时, 有 sliding patch 发生^[21], 因此有 $e(t) = 0$ 和 $\dot{e}(t) = 0$, $\forall t \geq 0$. 用线性等效原理可以得到

$$\dot{e}_d = -(k_v^*/k_p^*)e_d + \dot{\theta} - \hat{\theta}. \quad (\text{A-10})$$

应用 (15-6) 式和范数的定义, 有:

$$\|e_d\| \leq \frac{1}{k_x} \|\dot{\theta} - \hat{\theta}\|. \quad (\text{A-11})$$

对(14)式求导得

$$\dot{v} = \frac{1}{2} s^T \dot{\hat{M}}(\theta) s + s^T \hat{M}(\theta) \dot{s} + s^T K_I I(s, t). \quad (\text{A-12})$$

将(7),(9),(10),(12)代入上式得

$$\dot{v} = s^T \left[\frac{1}{2} \dot{\hat{M}}(\theta) - K_v(t) \right] s - s^T \cdot k_s \cdot \text{sign}[s] - s^T \hat{M}(\theta) [k_v \cdot I_n + k_p K \lambda'(e^*)] e. \quad (\text{A-13})$$

将(7),(10),(11),(12)代入 (A-12) 得

$$\dot{v} = s^T \left[\frac{1}{2} \dot{\hat{M}}(\theta) - K_v(t) \right] s - s^T k_s \cdot \text{sign}[s] - s^T \hat{M}(\theta) [k_p^* I_n + k_p^* K \lambda'(e^*)] \cdot \text{sign}[e]. \quad (\text{A-14})$$

从(6), (A-8-a), (15-a) 和(19)式可知 $k_v \delta > k_p \lambda_m$, 因此有

$$\| [k_v I_n + k_p K \cdot \lambda'(e^*)] e \| \leq (1 + \delta) \|\dot{\theta} - \hat{\theta}\|. \quad (\text{A-15})$$

同样由 sliding patch 的发生知 $k_p^* \text{sign}[e] = e_d$, 再考虑式(6), (A-11), (15-b) 和(19)式得

$$\| [k_v^* I_n + k_p^* K \lambda'(e^*)] \text{sign}[e] \| \leq (1 + \delta) \|\dot{\theta} - \hat{\theta}\|. \quad (\text{A-16})$$

从(1),(10),(12),(17),(20-a)可知

$$\begin{aligned} \|\dot{\theta} - \hat{\theta}\| &= \| [M^{-1}(\theta) - \hat{M}^{-1}(\theta)] [u - \hat{f}(\hat{\theta}, \theta)] + M^{-1}(\theta) [\hat{f}(\hat{\theta}, \theta) - f(\hat{\theta}, \theta)] \| \\ &\leq k_m \{ \|K_u^*\| \cdot \|s\| + k_c (\|\hat{\theta}\| + k_\sigma^*) \|s\| + \|K_I\| \cdot \|k_s^*\| + k_s(t) \} \\ &\quad + k_b [f_T \|e_d\|^2 + (f_p + 2f_T \|\hat{\theta}\|) \|e_d\|] + k_2(t). \end{aligned} \quad (\text{A-17})$$

将(16)及 (20-b)–(20-d) 代入(18)式得

$$\begin{aligned} k_s(t) &= k_\sigma (1 + \delta) \{ k_m [\|K_u^*\| \cdot \|s\| + k_c (\|\hat{\theta}\| + k_\sigma^*) \|s\| + \|K_I\| \cdot \|k_s^*\| + k_s(t)] \\ &\quad + k_b [f_T k_\sigma^{*2} + (f_p + 2f_T \|\hat{\theta}\|) k_\sigma^*] + k_2(t) \}. \end{aligned} \quad (\text{A-18})$$

将 k_σ^* 乘以(19)式 $k_x > k_7(t)$ 两端, 再将 (20-g)–(20-i) 代入得

$$\begin{aligned} k_x k_\sigma^* &> k_M \{ \|K_u^*\| \cdot \|s\| + k_c (\|\hat{\theta}\| + k_\sigma^*) \|s\| + \|K_I\| \cdot \|k_s^*\| + [k_3 k_\sigma^{*2} + k_4(t) k_\sigma^* + k_5(t)] \} \\ &\quad + k_6 [f_T k_\sigma^{*2} + (f_p + 2f_T \|\hat{\theta}\|) k_\sigma^*] + k_2(t). \end{aligned} \quad (\text{A-19})$$

将 (A-8-b) 或 (A-11) 变成 $k_x \|e_d\| \leq \|\dot{\theta} - \hat{\theta}\|$ 后, 利用 (A-17) 和(18)式, 再减去 (A-19) 得

$$(\|e_d\| - k_\sigma^*) k_x < k_b [f_T (\|e_d\|^2 - k_\sigma^{*2}) + (f_p + 2f_T \|\hat{\theta}\|) (\|e_d\| - k_\sigma^*)]. \quad (\text{A-20})$$

设 $x = \|e_d\| - k_\sigma^*$, (A-20) 变成

$$k_b f_T x^2 + [2k_b f_T k_\sigma^* + (f_p + 2f_T \|\hat{\theta}\|) k_b - k_x] x > 0. \quad (\text{A-21})$$

因为 $x(0) = -k_\sigma^* < 0$, 所以当(19)式中的 $k_x > k_6(t)$ 时, 为了使 $k_b f_T x^2 - [k_x - k_6(t)] x > 0$, 必有 $x(t) < 0, \forall t > 0$. (21)式得证.

推导 (A-10) 时曾要求 $k_p^* \geq \|e_d\|$, 由 (21) 式可知, 只要 k_p^* 如 (15-b) 式所选则该条件一直是满足的. 由 (A-15), (A-16), (A-17), [(A-18), (21), (17) 可知在 (A-13) 和 (A-14) 中均有 $\dot{v} \leq -s^T K_u^* s$, (22) 式得证.

OBSERVER BASED VARIABLE STRUCTURE CONTROL ALGORITHM FOR ROBOT MANIPULATOR

ZHU WENHONG

(Dept. of Automatic Control, Jiaotong University, Shanghai 200030)

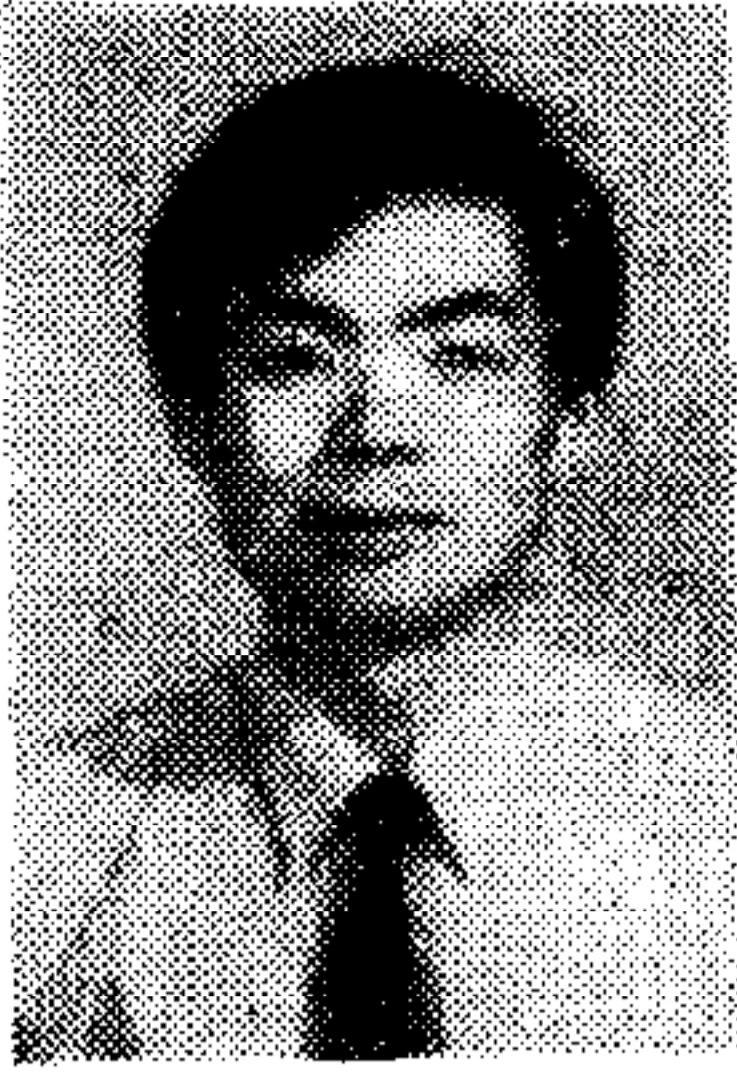
CHEN HUITANG

(Dept. of Electrical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092)

Abstract

This paper proposes a variable structure trajectory tracking control algorithm by using only joint position measurements, which can treat both states and parameter uncertainties. On the basis of investigations on two types of observers (linear feedback type and sliding mode type), the theorem of this paper gives the sufficient conditions to ensure the asymptotic stability of a closed-loop system composed of robot, observer, and controller. Nonlinear sliding area is substituted for linear sliding surface to make the trade-off between control accuracy and control continuity. The experiment results carried out on a direct driven robot DDR-1, which is developed in our laboratory, verify the validity of this algorithm.

Key words Robot control; variable structure control robust control.



朱文宏 生于 1963 年。1984 年和 1987 年分别获西北工业大学航空自控系学士学位和硕士学位，1991 年获西安交通大学信控系工学博士学位。现在上海交通大学自控理论及应用博士后流动站工作。主要研究兴趣是多机器人协调控制、机器人控制和飞行控制等。



陈辉堂 同济大学电气系教授、博士生导师。1953 年 7 月毕业于上海交通大学，1956 年 7 月在该校获硕士学位并留校任教。1958 年随交大西迁至西安交大，直到 1990 年调到同济大学。主要研究兴趣是控制理论及其应用、计算机控制和机器人控制。近年来的科研成果获国家级和省、部级科技进步奖七项，共有著作二本，发表论文三十余篇。