

单输入单输出线性系统的自适应 控制器的设计*

冯 纯 伯

(南京工学院)

摘 要

状态变量过滤器被应用于模型参考自适应控制系统中。从状态变量过滤器中取得其输出的高阶微分算子,将它和自适应动态补偿器结合,从而得到稳定的自适应控制器。文中并对提出的控制方案作了进一步的简化。

一、引 言

多年来自适应控制系统的设计方法一直是文献中讨论比较多的一个问题。关于模型参考自适应系统的设计近年来有新的进展。早期设计模型参考自适应系统时大都要用到被控对象的各状态变量^[1,2],这就很难实现。为了避免这种困难,Monopoli^[3]首先提出采用扩展了的误差信号和辅助信号,思想新颖,使研究工作有所推进。但他对全局稳定问题考虑不周,有漏洞^[4],因此所得结论不可全信。为企图回避 Monopoli 碰到的问题,Narendra 和 Valavani^[5,6],Feuer 和 Morse^[7],最近分别提出了新的设计方案,这些方案都将自适应回路和动态补偿器结合在一起,但设计方法各有不同。

在对象的极点和零点数之差不大于2时,文献[5,6]提供了保证全局稳定的设计方案。为保证全局稳定的判据是作者们提出的引理1,这条引理其实很容易用超稳定判据来证明(见附录)。因此文献[5,6]实质上是根据超稳定判据来进行设计的。关于应用超稳定判据设计模型参考自适应控制系统的讨论可参看文献[1,8]等。在极点和零点数之差大于2时,作者们引用了一个复合算子 $L(s)\theta(t)L^{-1}(s)$,借此求得需要输给参考模型的附加信号,以便保证输入和输出误差之间的传递函数为严格正实,但这样却使控制结构大为复杂,同时无法证明这个输给参考模型的附加信号为有界,关于这个附加信号的有界性只是作为一个猜想提出,而根据超稳定判据要求输入信号为有界^[8],因此在这种情况下全局稳定问题并未肯定。

文献[7]是迄今提出的对单输入单输出自适应控制系统最一般化的设计方法,作者们采用了 Monopoli 所引用的辅助过滤器,控制器的设计是相当复杂的。

文献[5]中引入算子 $L(s)\theta(t)L^{-1}(s)$ 的意图是在于要使输入和输出误差之间的传递

* 本文修改稿于1980年6月20日收到。

函数的分子部分增加一个微分算子 $L(s)$ ，这样在对象的零、极点数之差大于 2 时均能保证上述传递函数的分子部分比分母部分只低一阶，从而可以是严格正实函数。为达到相同的目的本文提出一种比较简单的办法，将输入信号经状态变量过滤器后再分别输给参考模型和对象，从状态变量过滤器容易得到其输出信号的各阶导数，将它输入被控对象的动态补偿器中，即可在其传递函数的分子部分引入新的微分算子。采用这种方案控制系统结构简单，控制器参数选择的自由度很大，根据超稳定判据（见附录的引理），全局稳定得以保证。在这种设计方案中参考模型的传递函数选为严格正实函数，分子部分比分母部分只低一阶，同时不需要输入附加信号，避免了文献[5]中碰到的问题。在上述方案的基础上从结构图的简化出发，还可进一步简化控制方案，不再采用状态变量过滤器，此时参考模型迴路的传递函数不是严格正实函数，其零、极点数之差大于 1。后一种设计方案中，控制器参数选择的自由度不及前一种方案大。

下面介绍上述设计方案。

二、控制方案

控制系统的结构图如图 1 所示。图中凡是变化的或需自适应调整的参数或算子均用

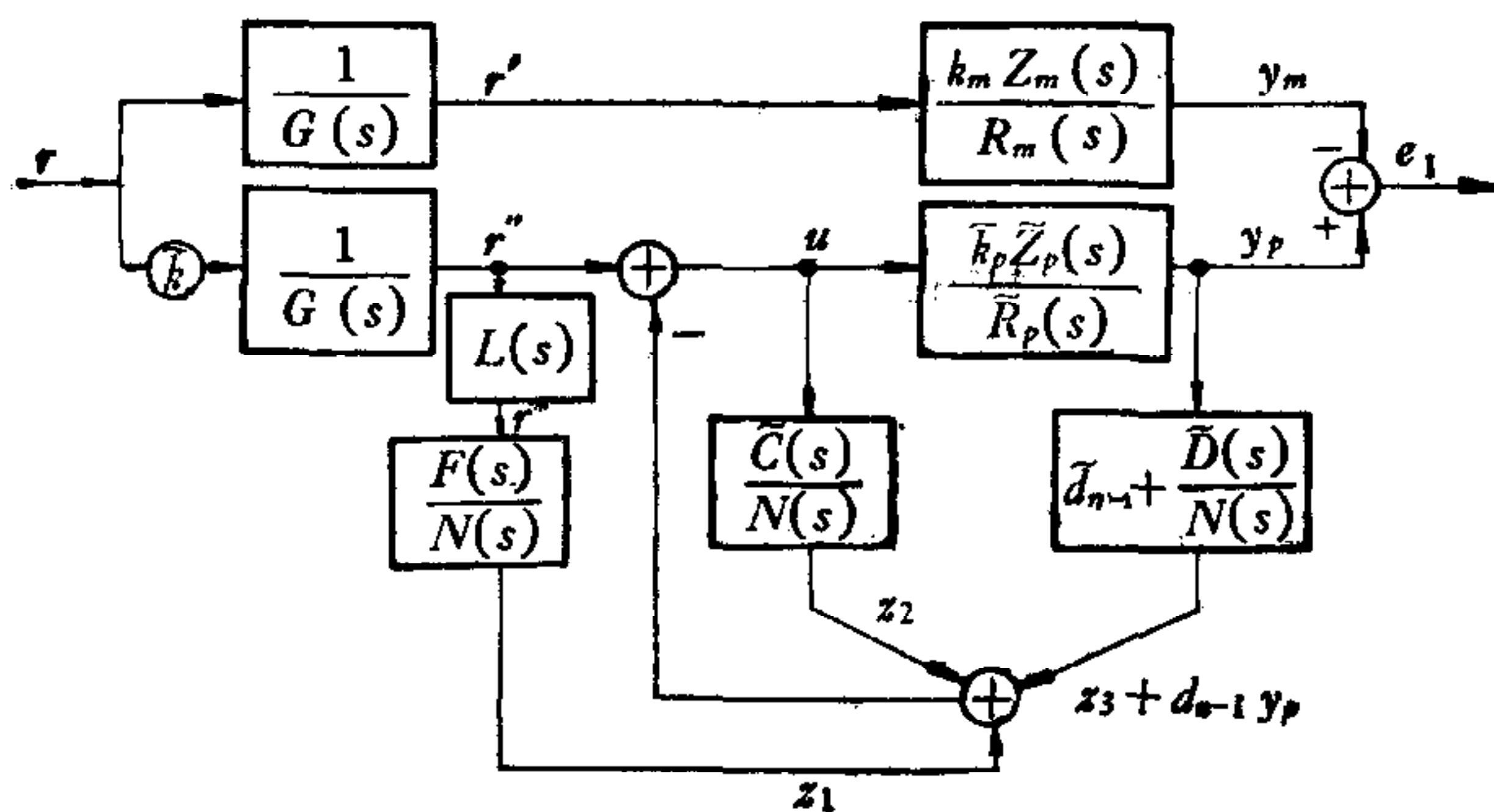


图 1 自适应控制系统结构图

符号“~”标明，以示区别，例如对象特性是随环境或工作状况而变的，其传递函数表为 $\frac{\tilde{k}_p \tilde{z}_p(s)}{\tilde{R}_p(s)}$ 。

图 1 中的输入部分是按照实际实现时各环节连接的情况绘出的，图中有些参数和算子是可调整的，但一般自适应控制所讨论的并非时变系统，因此图中 \tilde{k} 和 $\frac{1}{G(s)}$ 互易

位置并不影响以后的分析。在以后的分析中我们将输入部分改成图 2 所示形式，以便于分析。

对图 1 中各环节的传递函数作以下说明：

对象的传递函数为

$$W_p(s) = \frac{y_p(s)}{u(s)} = \frac{\tilde{k}_p \tilde{z}_p(s)}{\tilde{R}_p(s)} \quad (1)$$

设 $\tilde{z}_p(s)$ 为 $m (\leq n - 1)$ 阶的稳定多项式，最高阶次项的系数为 1， $\tilde{R}_p(s)$ 为 n 阶多项式，最高阶次项的系数也是 1， n 和 m 均已知。

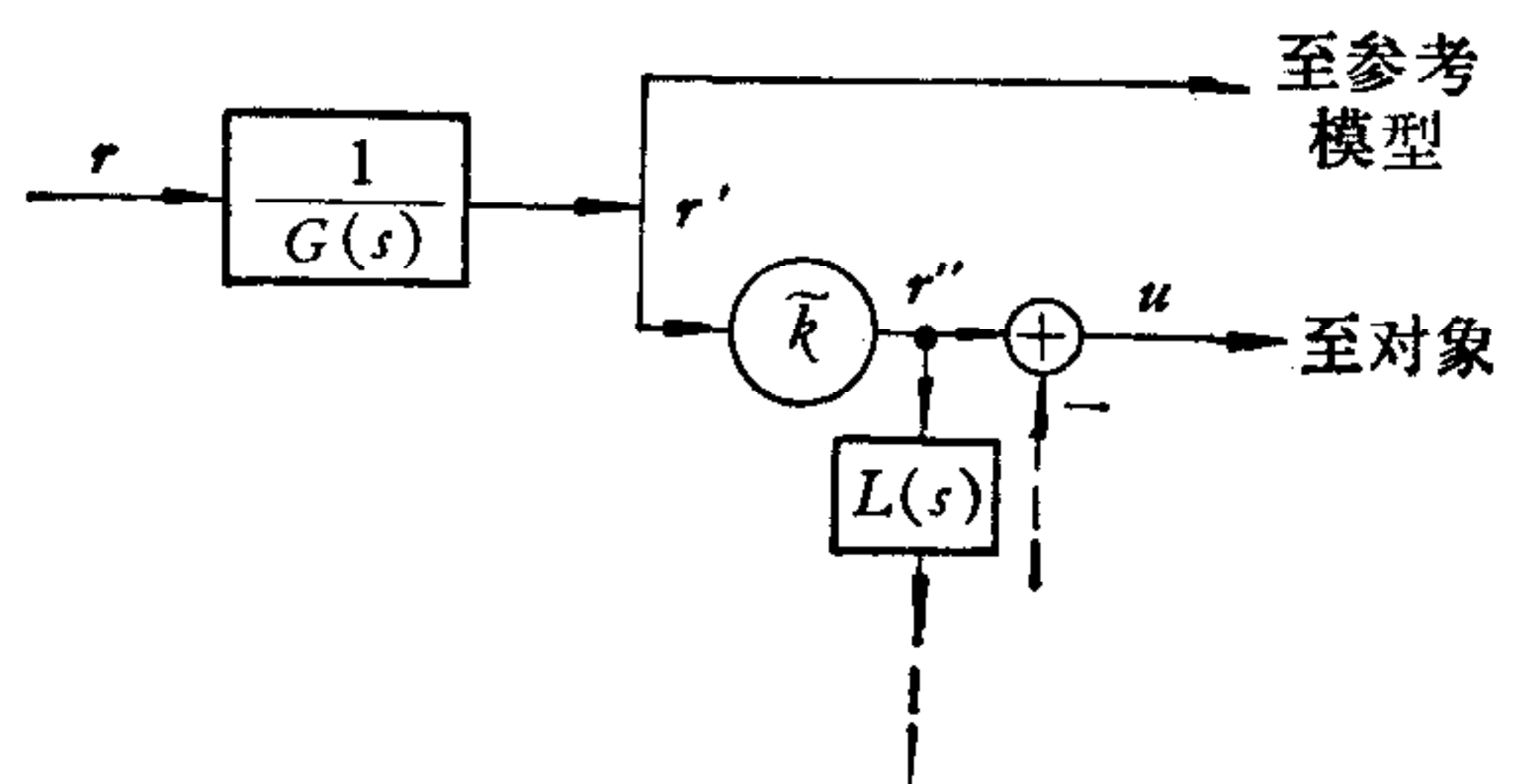


图 2 输入部分结构图

参考模型的传递函数为

$$W_m(s) = \frac{y_m(s)}{r'(s)} = \frac{k_m Z_m(s)}{R_m(s)} \quad (2)$$

其中 $Z_m(s)$ 和 $R_m(s)$ 均为稳定多项式，其最高阶次项的系数均为 1， $Z_m(s)$ 为 $n - 1$ 阶， $R_m(s)$ 为 n 阶， $W_m(s)$ 为不变的严格正实函数。

动态补偿器的特性如下：

$$\frac{z_1(s)}{r''(s)} = \frac{L(s) F(s)}{N(s)} \quad (3)$$

$$\frac{z_2(s)}{u(s)} = \frac{\tilde{C}(s)}{N(s)} \quad (4)$$

$$\frac{z_3(s)}{y_p(s)} = \frac{\tilde{D}(s)}{N(s)} \quad (5)$$

以上各式中 $L(s)$ ， $F(s)$ ， $N(s)$ 均为不变多项式，其中 $N(s)$ 为 $n - 1$ 阶稳定多项式，其最高阶次项的系数为 1。 $\tilde{C}(s)$ 和 $\tilde{D}(s)$ 均可调， $F(s)$ ， $\tilde{C}(s)$ ， $\tilde{D}(s)$ 的阶次不得高于 $n - 2$ 阶。

设：

$$N(s) = s^{n-1} + n_{n-2}s^{n-2} + \dots + n_1s + n_0 \quad (6)$$

$$F(s) = f_{n-2}s^{n-2} + f_{n-3}s^{n-3} + \dots + f_1s + f_0 \quad (7)$$

$$\tilde{C}(s) = \tilde{c}_{n-2}s^{n-2} + \tilde{c}_{n-3}s^{n-3} + \dots + \tilde{c}_1s + \tilde{c}_0 \quad (8)$$

$$\tilde{D}(s) = \tilde{d}_{n-2}s^{n-2} + \tilde{d}_{n-3}s^{n-3} + \dots + \tilde{d}_1s + \tilde{d}_0 \quad (9)$$

则动态补偿器各支路的结构图如图 3 所示。

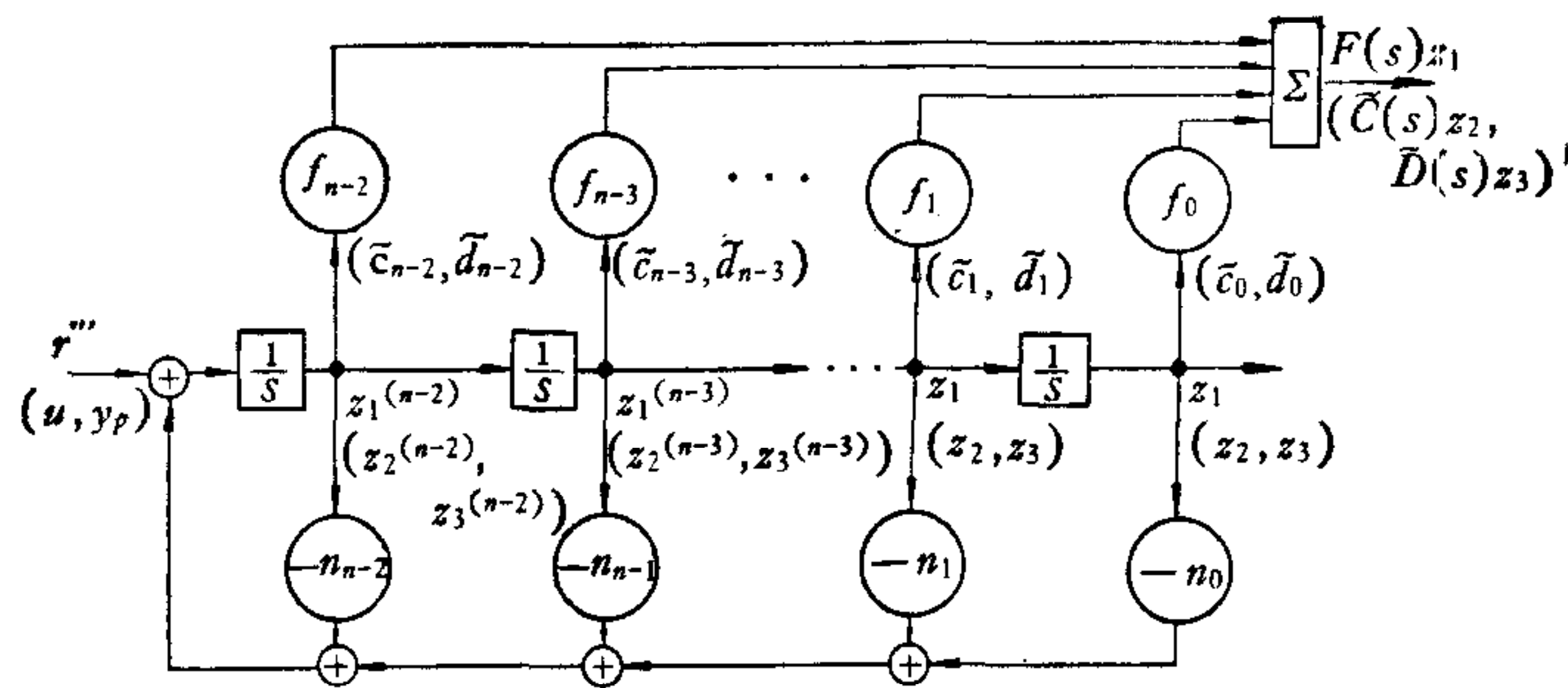


图 3 动态补偿器结构图

$L(s)$ 的阶次不得高于 $G(s)$ 的阶次。 $G(s)$ 为稳定多项式，其最高阶次项的系数为 1。

设：

$$G(s) = s^l + g_{l-1}s^{l-1} + \dots + g_1s + g_0 \quad (10)$$

$$L(s) = s^l + l_{l-1}s^{l-1} + \dots + l_1s + l_0 \quad (11)$$

则状态变量过滤器的结构图如图 4 所示。至于 $L(s)$ 的阶次如何确定将在以后说明。

根据图 2 可得经校正后的对象的传递函数为：

$$W(s) = \frac{y_p(s)}{r'(s)} = \frac{\tilde{k}\tilde{k}_p [N(s) - F(s)L(s)] \tilde{Z}_p(s)}{[N(s) + \tilde{C}(s)] \tilde{R}_p(s) + \tilde{k}_p \tilde{Z}_p(s) [\tilde{D}(s) + \tilde{d}_{n-1}N(s)]} \quad (12)$$

当 $m = n - 1$ 时, 动态补偿器中不必引入 r'' 信号, 可取 $L(s) \equiv 0$, 则得

$$W'(s) = \frac{\tilde{k}\tilde{k}_p N(s) \tilde{Z}_p(s)}{[N(s) + \tilde{C}(s)] \tilde{R}_p(s) + \tilde{k}_p \tilde{Z}_p(s) [\tilde{D}(s) + \tilde{d}_{n-1} N(s)]} \quad (13)$$

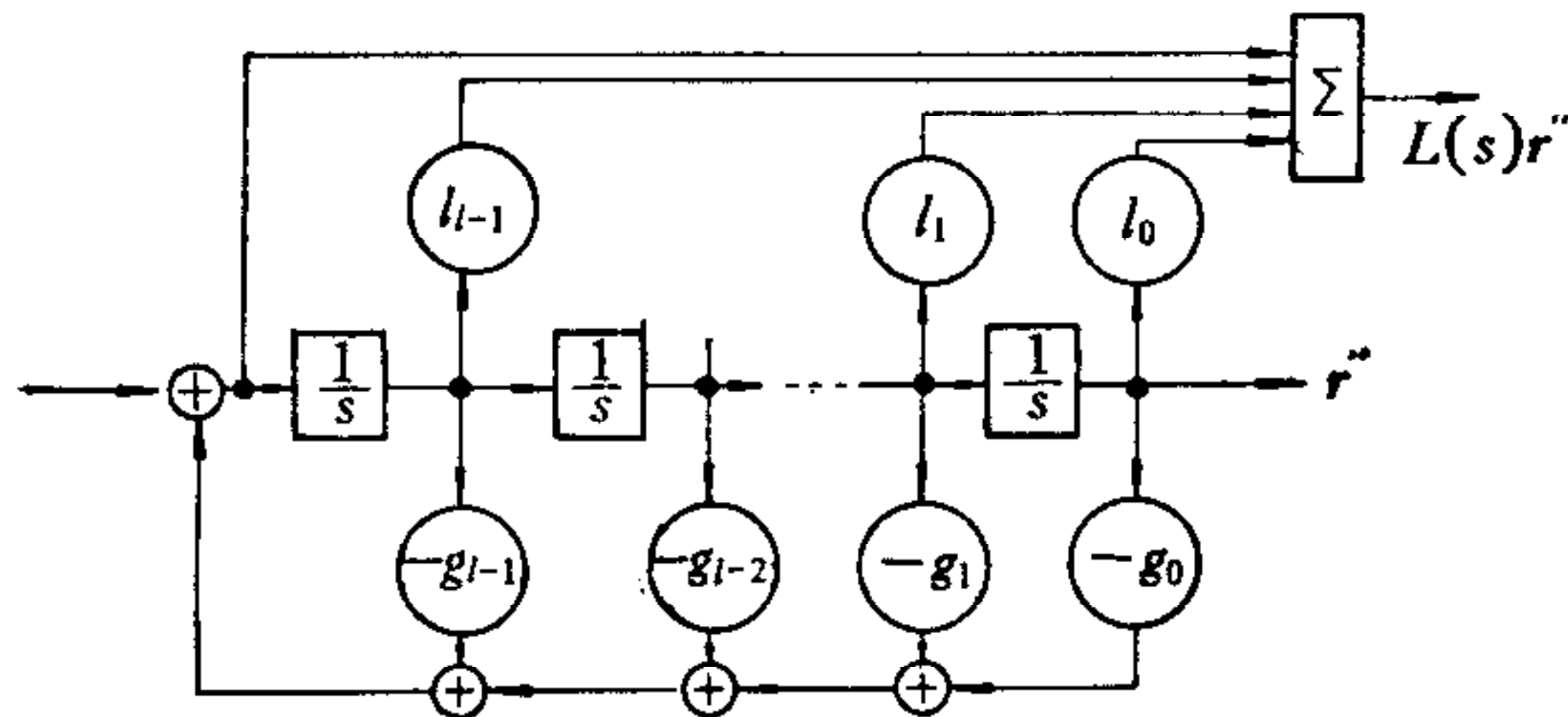


图 4 状态变量过滤器结构图

(13)式即文献[5]在 $m = n - 1$ 时所采用的方案, 比较(12)和(13)式可以看出两者只有分子部分不同, 原来的不变多项式 $N(s)$ 被不变多项式 $[N(s) - F(s)L(s)]$ 所代替, 而后者的阶次可比前者高, 在 $\tilde{Z}_p(s)$ 的阶次 $m < n - 1$ 时, $W(s)$ 分子的阶次仍可和 $W'(s)$ 分子的阶次相同. 已知 $n - 1$ 阶的动态补偿器可以任意调整 n 阶系统的

全部极点^[9], 或根据文献[5]中的引理 2, 调整 $\tilde{C}(s)$ 和 $\tilde{d}_{n-1}, \tilde{D}(s)$, 可使 $W(s)$ 的分母部分为任意的 $2n - 1$ 阶多项式. 在 $m = n - 1$ 时, (13)式的 $W'(s)$ 的分子为 $2(n - 1)$ 阶, 分母为 $2n - 1$ 阶. 调整 $\tilde{C}(s)$ 和 $\tilde{d}_{n-1}, \tilde{D}(s)$ 的结果使 $\tilde{Z}_p(s)$ 和分母的一部分相对消, 从而使 $W'(s)$ 和分子为 $n - 1$ 阶分母为 n 阶的严格正实的 $W_m(s)$ 等同. 这就是文献[5]所采用的方案. 在 $m < n - 1$ 时, 由于引入算子 $L(s)$, 总可使 $[N(s) - F(s)L(s)]$ 的阶次为 $2n - 2 - m$, 这样 $W(s)$ 的分子仍为 $2(n - 1)$ 阶. 调整 $\tilde{C}(s)$ 和 $\tilde{d}_{n-1}, \tilde{D}(s)$ 后, $W(s)$ 的分子分母相对消掉一个包含 $\tilde{Z}_p(s)$ 在内的 $n - 1$ 阶算子, 这样仍可与 $W_m(s)$ 等同, 不过在此情况下 $[N(s) - F(s)L(s)]$ 中应包含 $Z_m(s)$ 在内. 因 $F(s)$ 和 $L(s)$ 可以任选, 且固定不变, 这点一定可以做到, 而且选择参数的自由度是很大的.

设 $L(s)$ 的阶次为 l , 已知 $F(s)$ 的阶次为 $n - 2$, 因此根据以上论述在 $m < n - 1$ 时, 得:

$$l = n - m \quad (14)$$

$L(s)$ 的阶次确定后, 即可根据已经选定的 $Z_m(s)$ 和 $N(s)$ 来选取 $F(s)$ 和 $L(s)$.

综上所述可以看出, 引入状态变量过滤器的结果, 是使校正后对象的传递函数的分子部分阶次增加, 以便和分子为 $n - 1$ 阶的严格正实的 $W_m(s)$ 等同, 这样根据附录中证明的引理和文献[5]中对 $m = n - 1$ 情况的相同的论证, 全局稳定总是可以得到保证.

各可调参数的自适应调节的规律和文献[5]中 $m = n - 1$ 的情况相同, 它们是:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\tilde{k}} &= -\alpha r(t) e_1(t), & \alpha > 0 \\ -\dot{\tilde{c}}_i &= -\beta_i z_2^{(i)}(t) e_1(t), & \beta_i > 0, i = 0, 1, \dots, n - 2 \\ -\dot{\tilde{d}}_{n-1} &= -\gamma y_p(t) e_1(t), & \gamma > 0 \\ -\dot{\tilde{d}}_i &= -\delta_i z_3^{(i)}(t) e_1(t), & \delta_i > 0, i = 0, 1, \dots, n - 2 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

或按附录中引理的表达式, 写成矩阵方程, 则有

$$\dot{\phi} = -\Gamma e_1(t) \mathbf{Z}(t) \quad (16)$$

其中

$$\phi = [\tilde{k}, -\tilde{c}_0, -\tilde{c}_1, \dots, -\tilde{c}_{n-2}, -\tilde{d}_{n-1}, -\tilde{d}_0, -\tilde{d}_1, \dots, -\tilde{d}_{n-2}]^T \quad (17)$$

$$\mathbf{Z} = [r, z_2, \dot{z}_2, \dots, z_2^{(n-2)}, y_p, z_3, \dot{z}_3, \dots, z_3^{(n-2)}]^T \quad (18)$$

渐近超稳定性判据: 系统(24)渐近超稳定的充要条件是其传递函数阵 $W(s)$ 为严格正实。

下面证明引理: 为证明引理, 只要对系统(22)的输入输出验算(25)式是否成立。系统(22)的输入为 $\phi^T z$, 记为 u , 输出为 e_1 , 因此有

$$\begin{aligned} \int_0^T u^T e_1 dt &= \int_0^T e_1 z^T \phi dt = \int_0^T e_1 z^T \left[-\int_0^T \Gamma z e_1 dt - \phi(0) \right] dt \\ &= -\left[\int_0^T e_1 z^T dt + \frac{1}{2} \phi'^T(0) \right] \Gamma \left[\int_0^T e_1 z dt + \frac{1}{2} \phi'(0) \right] \\ &\quad + \frac{1}{4} \phi'^T(0) \Gamma \phi'(0) \\ &\leq \frac{1}{4} \phi'^T(0) \Gamma \phi'(0) \leq \delta^2, \text{ 其中 } \phi'(0) = \Gamma^{-1} \phi(0) \end{aligned}$$

因 Γ 为正定方阵, 上式对任意 T 均成立, 引理得证。

参 考 文 献

- [1] I. D. Landau, A Hyperstability Criterion for Model Reference Adaptive Control Systems, *IEEE Tr. AC-14* (1969), 552—555.
- [2] R. L. Carroll and D. P. Lindorff, Survey of Adaptive Control Using Liapunov Design, *Int. J. Contr.* 18(1973), 897—917.
- [3] R. V. Monopoli, Model Reference Adaptive Control with an Augmented Error Signal, *IEEE Tr. AC-19*, (1974), 474—484.
- [4] A. Feuer and A. S. Morse, An Unstable Dynamical System Associated with Model Reference Adaptive Control, *IEEE Tr. AC-23* (1978), 499—500.
- [5] K. S. Narendra and L. S. Valavani, Stable Adaptive Controller Design, *IEEE Tr. AC-23*(1978), 570—583.
- [6] K. S. Narendra and L. S. Valavani, Direct and Indirect Model Reference Adaptive Control, *Automatica* 15(1979), 653—664.
- [7] A. Feuer and A. S. Morse, Adaptive Control of Single-Input Single-Output Linear Systems, *IEEE Tr. AC-23*(1978), 557—569.
- [8] В. М. Попов, Гиперустойчивость Автоматических Систем, *Наука*, 1970.
- [9] W. A. Wolovich, *Linear Multivariable Systems*, Springer-Verlag, (1974).

ADAPTIVE CONTROLLER DESIGN FOR SINGLE-INPUT, SINGLE-OUTPUT LINEAR SYSTEMS

FENG CHUN-BO

(Nanjing Institute of Technology)

ABSTRACT

A state variable filter (SVF) is introduced to the model reference adaptive control system. From the SVF a differential operator is obtained and is combined with an adaptive dynamic compensator, so that a stable adaptive controller is obtained. The suggested controller is then further simplified.