

一种辨识 Hammerstein 模型的新方法¹⁾

郎自強

(东北工学院自动控制系, 沈阳 110006)

摘 要

本文结合参数估计理论和函数逼近论中的一些理论结果, 提出了一种开环辨识 Hammerstein 模型的新方法。这种方法能够克服目前广泛采用的辨识 Hammerstein 模型的方法中的缺点, 获得模型线性动态部分参数的渐近无偏估计及无记忆非线性特性, 具有接近最佳逼近效果和较好收敛性的逼近多项式。

关键词: Hammerstein 模型, 开环辨识, 参数估计, 最佳切比雪夫逼近多项式。

一、前 言

广泛的一类具有执行机构非线性的受控对象可以用 Hammerstein 模型描述。这种模型由相互联接的无记忆非线性环节和线性动态环节组成^[1]。

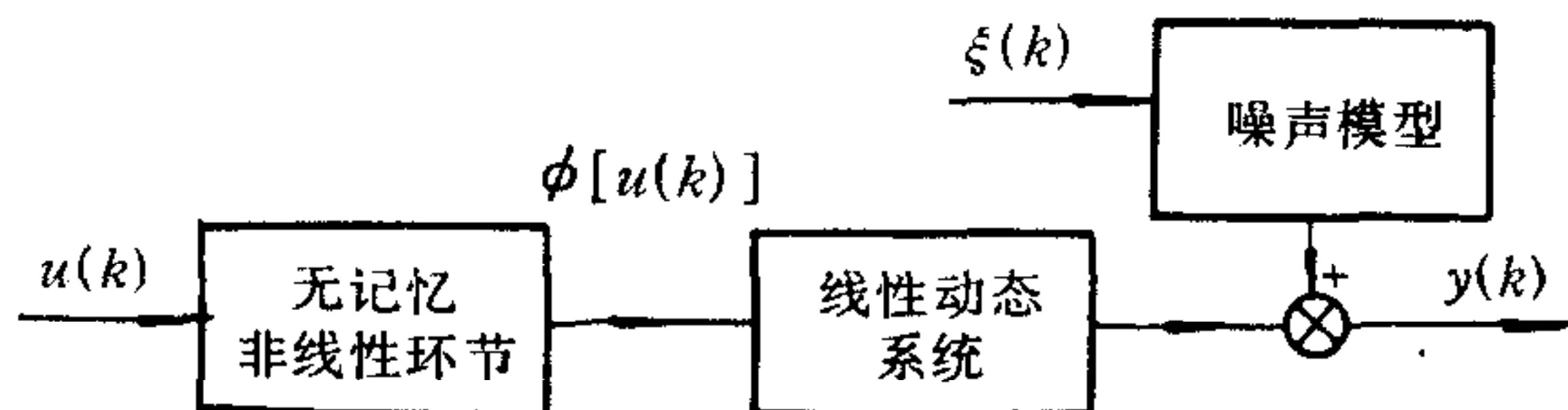


图1 Hammerstein 模型

离散时间参数 Hammerstein 模型的差分方程描述为

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})\phi[u(k)] + \xi(k), \quad (1)$$

其中 $A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}$, $B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m}$ 分别为 n, m 阶后移算子 q^{-1} 的多项式, d 为受控对象的时延, $\phi[u(k)]$ 为对象中执行机构的非线性特性, $\xi(k)$ 为噪声干扰, $y(k)$, $u(k)$ 分别为离散时刻 k 对象的输出和输入。

目前广泛采用的 Hammerstein 模型的辨识方法^[2,3,4,5]都是针对无记忆非线性特性具有多项式描述形式的 Hammerstein 模型的辨识问题。这些方法实际上是认为 $\phi[u(k)]$ 满足连续性条件, 根据 Weistarrass 第一定理^[6]将其描述成一定阶次 L 的代数多项式

本文于1991年7月15日收到。

1) 本项研究得到国家自然科学基金的资助。

$P_L[u(k)]$ 。进而将(1)式表示成

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})P_L[u(k)] + \xi'(k), \quad (2)$$

其中 $\xi'(k) = q^{-d}B(q^{-1})\{\Phi[u(k)] - P_L[u(k)]\} + \xi(k)$ 。以(2)式为辨识模型,采用离散时间线性动态系统的辨识方法,解决一带有多项式非线性输入的线性动态系统的辨识问题。

在以(2)式做为辨识模型,对其中的参数进行最小二乘参数估计时,仅在 $\xi'(k)$ 为零均值白噪声的条件下才能得到渐近无偏估计^[8]。然而除非事先对 $\Phi[u(k)]$ 的结构特点有足够的了解,否则描述 $\Phi[u(k)]$ 的多项式 $P_L[u(k)]$ 的阶次 L 不可能设置得当。最常见的情况是 L 的选择相对于理想值过小。这时式(2)中未建模动态 $q^{-d}B(q^{-1})\{\Phi[u(k)] - P_L[u(k)]\}$ 对 $\xi'(k)$ 的影响不能忽略, $\xi'(k)$ 不仅不具备白噪声性质而且还与 $u(k)$ 紧密相关。显然在这种情况下,面对较严重的未建模动态的影响,无论采用最小二乘算法还是由其衍生出的其它算法,模型参数的估计值与真值的偏差都会较大。要克服这一缺点,选择充分大的 L 减小未建模动态的影响,看起来似乎可行,但却存在着一个严重的问题,即 L 过大,一次辨识计算中估计的参数过多,则辨识结果会变坏^[9]。

本文针对上述问题,提出了辨识 Hammerstein 模型的一种新方法。它适用于 Hammerstein 模型的开环辨识。

二、 辨 识 算 法

2.1 引入折线逼近函数 $I[u(k)]$

在(1)式中引入 $\Phi[u(k)]$ 的折线逼近函数 $I[u(k)]$ 有

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})I[u(k)] + \xi''(k), \quad (3)$$

其中 $\xi''(k) = q^{-d}B(q^{-1})\{\Phi[u(k)] - I[u(k)]\} + \xi(k)$ 。 $I[u(k)]$ 与 $\Phi[u(k)]$ 的关系见图 2, 即

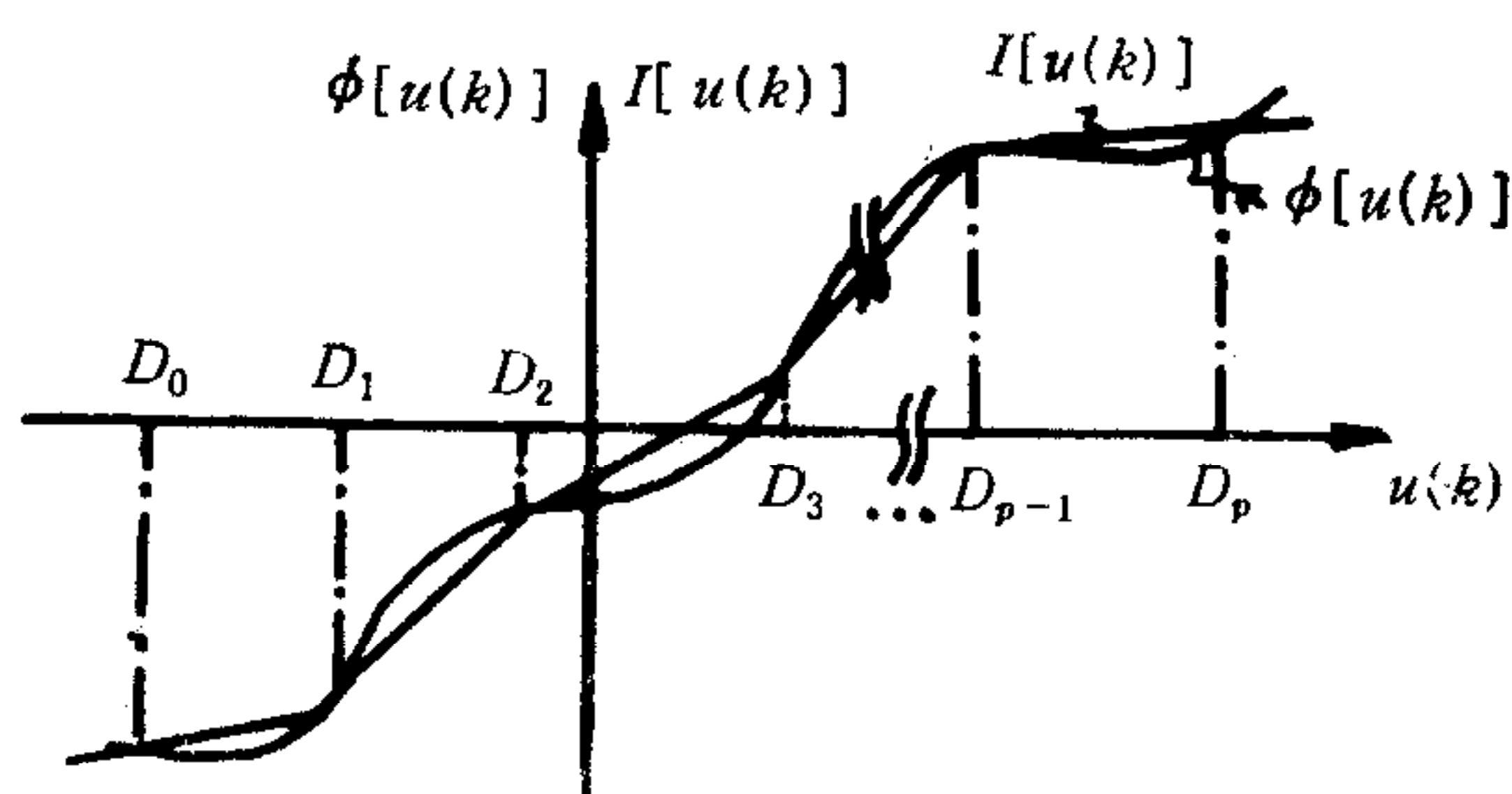


图 2 $\Phi[u(k)]$ 与其折线逼近函数 $I[u(k)]$ 的关系

$$\Phi[u(k)] = I[u(k)], \quad u(k) = D_i, i = 0, \dots, p, \quad (4)$$

$p \geq 1$ 与后面算法中每次辨识计算涉及的参数个数有关, $D_i (0 \leq i \leq p)$ 在系统(1)输入量 $u(k)$ 的实际变化范围——某一区间 $[a, b]$ 之内。

容易证明, $I[u(k)]$ 可以表示成

$$I[u(k)] = \Phi(D_0) + \sum_{i=1}^p (k_i - k_{i-1})u_{i-1}(k)s_{i-1}[u(k)], \quad (5)$$

其中

$$u_{i-1}(k) = u(k) - D_{i-1}, i = 1, \dots, p,$$

$$k_i = [\Phi(D_i) - \Phi(D_{i-1})]/(D_i - D_{i-1}), i = 1, \dots, p, k_0 = 0,$$

$$s_i[u(k)] = \begin{cases} 1, & u(k) > D_i, \\ 0, & u(k) \leq D_i, \end{cases} \quad i = 1, \dots, p-1, \quad s_0[u(k)] = 1.$$

如果系统(1)的输入 $u(k)$ 的变化仅在离散点集 $U_0 = \{D_0, D_1, \dots, D_p\}$ 的范围内, 根据(4)式有

$$\xi''(k) = q^{-d}B(q^{-1})\{\Phi[u(k)] - I[u(k)]\} + \xi(k) = \xi(k). \quad (6)$$

因此,

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})I[u(k)] + \xi(k). \quad (7)$$

这种情况反映了系统(1)的输入输出关系. 这时, 以(7)式为辨识模型, 采用一般的参数估计算法, 能够获得 $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ 和 $I[u(k)]$ 中参数的渐近无偏估计.

2.2 辨识算法

本辨识算法由参数估计计算和确定非线性特性 $\Phi[u(k)]$ 的逼近多项式两个步骤构成. 算法要求系统(1)满足下列假定条件:

1) 结构参数 m, n, d 已知. $\xi(k)$ 为零均值白噪声;

2) $\Phi[u(k)]$ 为关于 $u(k)$ 的连续函数;

3) $A(q^{-1})$ 为渐近稳定的多项式. $A(q^{-1}), B(q^{-1})$ 互质, $B(1) \neq 0$, 且 $b_0 = 1$ (若实际上 $b_0 \neq 1$, 采用下述算法得到的 $\hat{b}_j, j = 1, \dots, m$ 和 $\hat{\Phi}(D_i), i = 0, \dots, p$ 将分别是 b_j/b_0 和 $b_0\Phi(D_i)$ 的估计值).

(1) 参数估计计算

将(5)式代入(7)式得

$$A(q^{-1})y(k) = B(1)\Phi(D_0) + \sum_{i=1}^p (k_i - k_{i-1})B(q^{-1})u_{i-1}(k-d) \times s_{i-1}[u(k-d)] + \xi(k). \quad (8)$$

取输入序列 $u(k)$ 为仅有 D_0, D_1, \dots, D_p 共 $p+1$ 个变化水平的随机白噪声信号, 则(8)式完全反映了这种情况下系统(1)的输入输出关系.

定义数据向量

$$x^T(k) = [Y^T(k-1), 1, US^T(k-d), US^T(k-d-1), \dots, US^T(k-d-m)], \quad (9)$$

其中

$$Y^T(k-1) = [-y(k-1), \dots, -y(k-n)],$$

$$US^T(k-d-j) = \{u_0(k-d-j)s_0[u(k-d-j)], \dots, u_{p-1}(k-d-j)s_{p-1}[u(k-d-j)]\}, \quad j = 0, \dots, m.$$

参数向量

$$\theta^T = [a^T, B(1)\Phi(D_0), b_0K^T, \dots, b_mK^T], \quad (10)$$

其中 $a^T = [a_1, \dots, a_n]$, $K^T = [k_1, (k_2 - k_1), \dots, (k_p - k_{p-1})]$.

将(8)式表示成

$$y(k) = x^T(k)\theta + \xi(k). \quad (11)$$

根据(11)式,采用最小二乘法得参数估计

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(T) &= [\hat{a}^T, (B(1)\Phi(D_0))^\wedge, \hat{K}^T, (b_1K^T)^\wedge, \dots, (b_mK^T)^\wedge]^T \\ &= [X^T(T)X(T)]^{-1}X^T(T)Y(T), \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $\hat{a}^T = [\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n]$, $\hat{K}^T = [\hat{k}_1, (k_2 - k_1)^\wedge, \dots, (k_p - k_{p-1})^\wedge]$,

$$(b_jK^T)^\wedge = \{(k_1b_j)^\wedge, [(k_2 - k_1)b_j]^\wedge, \dots, [(k_p - k_{p-1})b_j]^\wedge\}, j = 1, \dots, m,$$

$$X(T) = [x(1), \dots, x(T)]^T, Y(T) = [y(1), \dots, y(T)]^T,$$

T 为观测数据长度. 这样就直接得到了 $a_i, i = 1, \dots, n, k_i, i = 1, \dots, p$ 和 $B(1)\Phi(D_0)$ 的估计值. 进而, $b_j, j = 1, \dots, m$, 的估计由下式确定:

$$\hat{b}_j = \sum_{i=1}^p [b_j(k_i - k_{i-1})]^\wedge (k_i - k_{i-1})^\wedge / \sum_{i=1}^p (k_i - k_{i-1})^\wedge{}^2, j = 1, \dots, m; \quad (13)$$

$\Phi(D_0)$ 的估计由

$$\hat{\Phi}(D_0) = [B(1)\Phi(D_0)]^\wedge / \left(\sum_{j=1}^m \hat{b}_j + 1 \right) \quad (14)$$

求得; 而由

$$\hat{\Phi}(D_i) = \hat{\Phi}(D_{i-1}) + \hat{k}_i(D_i - D_{i-1}), i = 1, \dots, p, \quad (15)$$

计算出 $\Phi(D_i), i = 1, \dots, p$ 的估计值.

(12)–(15)式给出了系统(1)中 $A(q^{-1}), B(q^{-1})$ 的参数及 $I[u(k)]$ 中参数 $\Phi(D_i), i = 0, \dots, p$ 的辨识计算过程.

本算法共需进行 q 次辨识实验, $q \geq 1$ 根据需要获得的逼近多项式的阶次选取. 每次实验采用的输入序列 $u(k)$ 均为仅具有 $p + 1$ 个变化水平的随机白噪声信号. 但在不同次实验中 $p + 1$ 个变化水平不相同, 分别属于集合 $U_{0l} = \{D_0^l, \dots, D_p^l\}, l = 1, 2, \dots, q$. 算法规定, 需通过在每次辨识实验中适当地选择 $D_i^l, i = 0, \dots, p, 1 \leq l \leq q$, 使由 $D_i^l, i = 0, \dots, p, l = 1, \dots, q$ 的降值排列 $D_1^l, \dots, D_{(p+1)q}^l$ 构成的集合 $U = \{D_1^l, \dots, D_{(p+1)q}^l\}$ 中的 $D_h^l, h = 1, \dots, (p+1)q$ 取值为

$$\begin{aligned} D_h^l &= \left\{ \cos[(2h-1)\pi/2(p+1)q] - \frac{a+b}{a-b} \right\} \frac{(b-a)}{2}, \\ &h = 1, \dots, (p+1)q. \end{aligned} \quad (16)$$

利用每次辨识实验数据, 进行一次(12)–(15)式的辨识计算过程, 相应的辨识模型为

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})I_l[u(k)] + \xi(k), 1 \leq l \leq q, \quad (17)$$

其中 $I_l[u(k)]$ 是 $\Phi[u(k)]$ 节点在 $D_i^l, i = 0, \dots, p$, 处的图 2 形式的折线逼近函数. 这样一共可以得到 q 组系统(1)线性动态部分参数的估计值 $\hat{a}_i^l, i = 1, \dots, n, \hat{b}_j^l, j = 1, \dots, m, l = 1, \dots, q$, 和 $\Phi[u(k)]$ 上 $(p+1)q$ 个点的估计值 $\hat{\Phi}(D_i^l), i = 0, \dots, p, l = 1, \dots, q$, 即 $\hat{\Phi}(D_h^l), h = 1, \dots, (p+1)q$. 最终 $a_i, i = 1, \dots, n, b_j, j = 1, \dots, m$ 的估计结果分别确定为

$$\sum_{l=1}^q \beta_l \hat{a}_i^l, i = 1, \dots, n \text{ 和 } \sum_{l=1}^q \beta_l \hat{b}_j^l, j = 1, \dots, m,$$

其中 $0 \leq \beta_l \leq 1, \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_q = 1$.

(2) 确定 $\Phi[u(k)]$ 的逼近多项式

为了求得 $\Phi[u(k)]$ 的估计, 利用参数估计过程中求出的 $\hat{\Phi}(D'_h)$, $h = 1, \dots, (p+1)q$, 通过解优化问题

$$\min_{\{r_i\}} \max_{u(k) \in U} \left| \hat{\Phi}[u(k)] - \sum_{i=0}^H r_i u^i(k) \right|, \quad (18)$$

其中

$$H = \text{INT}[(2\lambda(p+1)q/\pi)^{1/V}], \quad (19)$$

$\text{INT}[\cdot]$ 意为取小于等于 $[\cdot]$ 的整数, $0 < \lambda < \sqrt{2}$, $V \geq 1$, 计算出 $\Phi[u(k)]$ 在离散点集 U 上的 H 阶最佳切比雪夫逼近多项式^[6]的估计

$$P_H^*[u(k)] = r_0^* + r_1^* u(k) + \dots + r_H^* u^H(k).$$

$P_H^*[u(k)]$ 即为本辨识算法中 $\Phi[u(k)]$ 的估计. 求解 (18) 式可以通过求解下面具有 $2(p+1)q$ 个约束、 $H+2$ 个变量的线性规划问题来实现^[6]:

$$\min e_{H+2}^T \begin{bmatrix} r \\ r_{H+1} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} A & e \\ -A & e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ r_{H+1} \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} \hat{\Phi} \\ -\hat{\Phi} \end{bmatrix}, \quad r_{H+1} \geq 0, \quad (21)$$

其中 $r_{H+1} = \max_{u(k) \in U} \left| \hat{\Phi}[u(k)] - \sum_{i=0}^H r_i u^i(k) \right|$, $r = (r_0, \dots, r_H)$, $e = \underbrace{(1, \dots, 1)}_{(p+1)q}^T$, $e_{H+2} = \underbrace{(0, \dots, 0, 1)}_{H+1}^T$, $\hat{\Phi} = [\hat{\Phi}(D'_1), \dots, \hat{\Phi}(D'_{(p+1)q})]^T$,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & D'_1 & D_1'^2 & \dots & D_1'^H \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & D'_{(p+1)q} & D_{(p+1)q}'^2 & \dots & D_{(p+1)q}'^H \end{bmatrix}.$$

三、理论分析

定理 1. 若假定条件 1)–3) 成立, 且辨识实验中 $u(k)$ 为具有 D_0, \dots, D_p , 共 $p+1$ 个变化水平的随机白噪声信号. 则根据 (11) 式, 采用最小二乘算法得到的参数估计结果具有渐近无偏性, 即

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \hat{\theta}(T) = \theta, \quad \text{in Prob.} \quad (22)$$

证明. 见附录 A.

定理 1 意味着上节辨识算法中的所有参数估计值都具有渐近无偏性. 即当辨识计算利用的数据长度趋于无穷时, 参数估计值趋于真值. 因而采用该算法能够得到系统 (1) 线性动态部分参数的渐近无偏估计.

定理 2. 设系统 (1) 满足假定条件 1)–3), 则利用上节中的辨识算法求得的 $\Phi[u(k)]$ 的估计 $P_H^*[u(k)]$ 与 $\Phi[u(k)]$ 有如下关系

$$\lim_{T \rightarrow \infty} |P_H^*[u(k)] - \Phi[u(k)]| \leq \max_{u(k) \in [a, b]} |P_H'[u(k)] - \Phi[u(k)]|,$$

$$u(k) \in [a, b], \text{ in Prob.}, \quad (23)$$

其中 $Q = \{2[1 - (1/2)(\lambda/H^{V-1})^2]^{-1} + 1\}$, $P_H^0[u(k)] = \sum_{i=0}^H r_i u^i(k)$ 是 $\Phi[u(k)]$ 在区间 $[a, b]$ 上的 H 阶最佳切比雪夫逼近多项式^[6], 即

$$\inf_{\{r_i\}} \max_{u(k) \in [a, b]} \left| \sum_{i=0}^H r_i u^i(k) - \Phi[u(k)] \right| = \max_{u(k) \in [a, b]} \left| \sum_{i=0}^H r_i u^i(k) - \Phi[u(k)] \right|.$$

证明. 见附录 B.

由(23)式不难得出定理 2 的两个推论如下.

推论 1. 若 $\Phi[u(k)]$ 是阶次为 H^* 关于 $u(k)$ 的代数多项式, 则当 $H = \text{INT}[(2\lambda \times (p+1)q/\pi)^{1/V}] \rightarrow H^*$ 时,

$$\lim_{T \rightarrow \infty} |P_H^*[u(k)] - \Phi[u(k)]| = 0, \quad u(k) \in [a, b], \text{ in Prob.}$$

推论 2. 若 $H = \text{INT}[(2\lambda(p+1)q/\pi)^{1/V}] \rightarrow \infty$,

$$\lim_{T \rightarrow \infty} |P_H^*[u(k)] - \Phi[u(k)]| = 0, \quad u(k) \in [a, b], \text{ in Prob.}$$

定理 2 及其两个推论说明: 1) 在区间 $[a, b]$ 范围内, $P_H^*[u(k)]$ 对于 $\Phi[u(k)]$ 的逼近效果接近于 $[a, b]$ 上 $\Phi[u(k)]$ 的 H 阶最佳切比雪夫逼近多项式 $P_H^0[u(k)]$ 对 $\Phi[u(k)]$ 的逼近效果; 2) 在理论上, $P_H^*[u(k)]$ 具有较好的收敛性.

上述理论分析结果表明: 新的辨识方法与旧方法相比具有优越性. 首先, 它能够获得模型线性动态部分参数的渐近无偏估计, 这是一般情况下旧方法做不到的. 其次, 在新方法中若要利用 $P_H^*[u(k)]$ 的收敛性质, 通过增大 H 得到 $\Phi[u(k)]$ 更加精确的逼近结果, 可以增大 q 值, 即增加辨识实验次数. 这种方式不增加每次辨识计算中需估计参数的个数, 故能够得到实现. 这就克服了旧方法难以选择充分大的逼近多项式的阶次的困难. 另外, 若给定逼近多项式的阶次, 用新方法获得的 $P_H^*[u(k)]$ 具有接近于 $\Phi[u(k)]$ H 阶最佳逼近多项式 $P_H^0[u(k)]$ 的逼近效果, 即具有最佳逼近特性. 这是新方法的一个突出优点. 而用旧方法只能得到 $\Phi[u(k)]$ 在理论上不具备任何优良性质的一个逼近结果.

四、仿真举例

考虑 Hammerstein 模型系统(1), 其中

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.5q^{-1} + 0.7q^{-2}, \quad B(q^{-1}) = 1 + 0.5q^{-1}, \quad d = 1,$$

$$\Phi[u(k)] = \begin{cases} (u(k) + 0.5)^{1/2} - 0.5^{1/2}, & u(k) \geq -0.5, \\ -|u(k) + 0.5|^{1/2} - 0.5^{1/2}, & u(k) < -0.5, \end{cases}$$

$\xi(k)$ 为标准差为 0.2 的零均值白噪声序列.

取 $p = 3$, $q = 3$, $a = -2$, $b = 2$. 由(16)式求出的 D'_h , $h = 1, \dots, 12$ 和从中选定的各次辨识实验中 $u(k)$ 的变化水平 D'_i , $i = 1, 2, 3$, $l = 1, 2, 3$, 见表 1.

利用辨识实验数据(每次实验的数据长度 T 为 400), 应用 2.2 节中的算法, 其中 β_l , $l = 1, 2, 3$, λ 和 V 分别取为 $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 1/3$, $\lambda = \pi/3$, $V = 1$, 首先求出系统线性动态部分参数和离散点集合 $U = \{D'_1, \dots, D'_{12}\}$ 上 $\Phi[u(k)]$ 函数值的渐近无偏估计.

表 1 $D'_h, h = 1, \dots, (p+1)q$ 和 $D'_i, i = 0, \dots, p, l = 1, \dots, q$.

$D'_1(D'_1)$	$D'_2(D'_2)$	$D'_3(D'_3)$	$D'_4(D'_4)$	$D'_5(D'_5)$	$D'_6(D'_6)$
1.98289	1.847759	1.586707	1.217523	0.7653666	0.2610523
$D'_7(D'_7)$	$D'_8(D'_8)$	$D'_9(D'_9)$	$D'_{10}(D'_{10})$	$D'_{11}(D'_{11})$	$D'_{12}(D'_{12})$
-0.2610524	-0.7653673	-1.217523	-1.586707	-1.847759	-1.98289

表 2 参数估计结果

参数	a_1	a_2	b_1	$\Phi(D'_1)$	$\Phi(D'_2)$	$\Phi(D'_3)$	$\Phi(D'_4)$
真值	-1.5	0.7	0.5	0.868612	0.8251331	0.737437	0.6034362
估计值	-1.501729	0.6991334	0.494326	0.8793429	0.8359181	0.7315005	0.6249955
$\Phi(D'_5)$	$\Phi(D'_6)$	$\Phi(D'_7)$	$\Phi(D'_8)$	$\Phi(D'_9)$	$\Phi(D'_{10})$	$\Phi(D'_{11})$	$\Phi(D'_{12})$
0.4177783	0.1652763	-0.2182841	-1.222245	-1.554174	-1.749559	-1.868037	-1.924846
0.4457914	0.1668471	-0.2300791	-1.215928	-1.544142	-1.725391	-1.811967	-1.883731

结果见表 2。进而，利用求出的 $\Phi(D'_h), h = 1, \dots, 12$ ，的估计值，计算出 $\Phi[u(k)]$ 的估计，一个 8 阶 ($H = [2\lambda(p+1)q/\pi]^{1/v} = 8$) 逼近多项式

$$P_8^*[u(k)] = 0.04455 + 0.97674u(k) - 1.17871u^2(k) + 0.13201u^3(k) + 0.91609u^4(k) - 0.14601u^5(k) - 0.28368u^6(k) + 0.02448u^7(k) + 0.03u^8(k).$$

$P_8^*[u(k)]$ 对 $\Phi[u(k)]$ 的逼近效果见图 3。

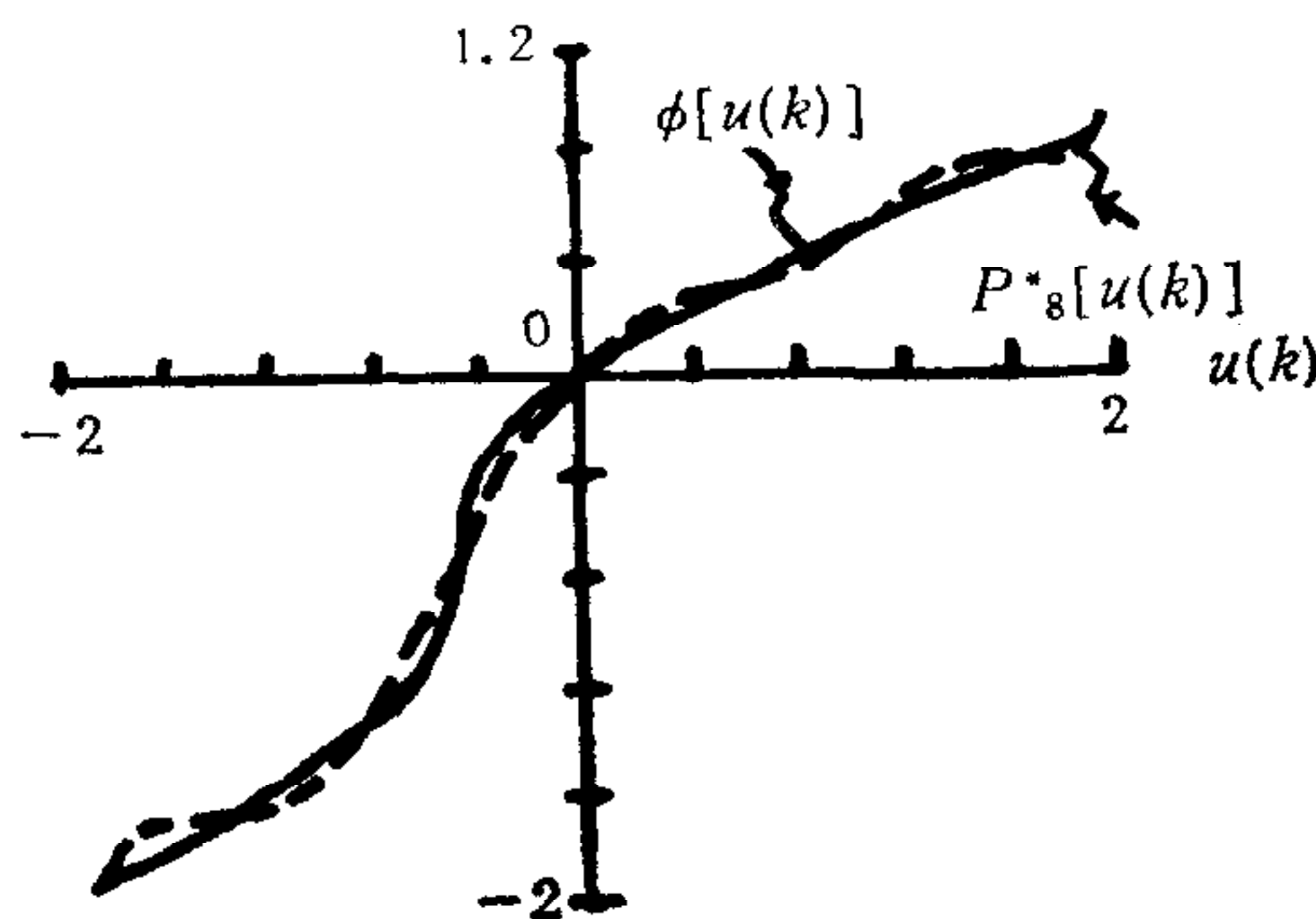


图 3 $P_8^*[u(k)]$ 对 $\Phi[u(k)]$ 的逼近效果

附录 A (定理 1 的证明)。易知，当且仅当 $E[x(k)x^T(k)]$ 为正定矩阵时有定理结论成立。由 $x(k)$ 的定义和(8)式可推知：

$$E[x(k)x^T(k)] = E1 + E2, \tag{A1}$$

其中 $E2$ 是一个非负定矩阵，

$$E1 = RE \left\{ \frac{1}{A(q^{-1})} \begin{bmatrix} 1 \\ US(k-d) \\ \vdots \\ US(k-d-m-n) \end{bmatrix} \frac{1}{A(q^{-1})} \begin{bmatrix} 1 \\ US(k-d) \\ \vdots \\ US(k-d-m-n) \end{bmatrix}^T \right\} R^T, \tag{A2}$$

R 为由(8)式中模型参数构成的 $[n + 1 + (m + 1)p] \cdot [(m + n + 1)p + 1]$ 维行满秩常数矩阵。

参考文献[4]中引理 3.2 和 3.1 的证明过程,并注意到 $u(k)$ 为具有 D_0, \dots, D_p 共 $p + 1$ 个变化水平的随机白噪声信号及矩阵 R 的行满秩性质,可得出结论: E_1 为正定矩阵。从而 $E[x(k)x^T(k)]$ 正定,定理得证。

附录 B (定理 2 的证明)。设 $P_H''[u(k)] = \sum_{i=0}^H r_i' u'(k)$ 为 $\Phi[u(k)]$ 在离散点集合 U 上的最佳切比雪夫逼近多项式,

$$W[u(k)] = P_H^*[u(k)] - P_H''[u(k)]. \quad (B1)$$

显然

$$\begin{aligned} \max_{u(k) \in [a,b]} |P_H^*[u(k)] - \Phi[u(k)]| &\leq \max_{u(k) \in [a,b]} |P_H''[u(k)] - P_H'[u(k)]| \\ &+ \max_{u(k) \in [a,b]} |P_H'[u(k)] - \Phi[u(k)]| + \max_{u(k) \in [a,b]} |W[u(k)]|. \end{aligned} \quad (B2)$$

根据文献[7]中第三章七节引理 3 和(16)式有

$$\frac{\max_{u(k) \in U} |P_H''[u(k)] - P_H'[u(k)]|}{\max_{u(k) \in [a,b]} |P_H''[u(k)] - P_H'[u(k)]|} \geq 1 - (1/2)H^2 \left(\frac{\pi}{2(P+1)q} \right)^2. \quad (B3)$$

将(19)式代入 (B3) 式,并经过一些简单的推证过程可得

$$\max_{u(k) \in [a,b]} |P_H''[u(k)] - P_H'[u(k)]| \leq (Q-1) \max_{u(k) \in [a,b]} |P_H'[u(k)] - \Phi[u(k)]|, \quad (B4)$$

故

$$\begin{aligned} \max_{u(k) \in [a,b]} |P_H^*[u(k)] - \Phi[u(k)]| &\leq Q \max_{u(k) \in [a,b]} |P_H'[u(k)] - \Phi[u(k)]| \\ &+ \max_{u(k) \in [a,b]} |W[u(k)]|. \end{aligned} \quad (B5)$$

由于 $\hat{\Phi}(D_h')$, $h = 1, \dots, (p+1)q$ 为渐近无偏估计,并且由文献[6]中第一章定理 11 的证明思路可得

$$\max_{u(k) \in [a,b]} |W[u(k)]| \leq C \max_{u(k) \in U} |\Phi[u(k)] - \hat{\Phi}[u(k)]|, \quad (B6)$$

其中 C 为一常数,所以

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \max_{u(k) \in [a,b]} |W[u(k)]| = 0, \quad \text{in Prob.} \quad (B7)$$

这样由 (B5) 式和 (B7) 式可知定理结论成立。

参 考 文 献

- [1] Narendra, K. S. and Gallman, P. G., An Iterative Method for the Identification of Nonlinear System Using a Hammerstein Model, *IEEE Trans.*, AC-14(1966), 546—550.
- [2] Billings, S. A. and Fakhouri, S. Y., Nonlinear System Identification Using the Hammerstein Model, *INT. J. System SCI.*, 10(1979), 567—578.
- [3] Hsia, T. C., System Identification—Least Squares Methods, Lexington Books, Toronto (1977), Chapter 8.
- [4] Stoica, P. and Soderstrom, T., Instrumental Variable Methods for Identification of Hammerstein System, *INT. J. Control*, 35(1982), 459—476.
- [5] 余鹤龄、顾仲文、周春辉, Hammerstein 模型的模型参考自适应参数估计方法及其应用, 控制理论与应用, (1989), 增刊 2, 45—52.
- [6] 沈燮昌, 多项式最佳逼近的实现, 上海科学技术出版社, (1984).
- [7] Cheney, E. W., Introduction to Approximation Theory, McGraw-hill Book Co., New York (1966).
- [8] Goodwin Graham, C. and Payne Robert, L., Dynamic System Identification—Experiment Design and Data Analysis, New York, Academic Press (1977), 84.
- [9] Elliot, H. and Wolovich, W. A., Parameterization Issues in Multivariable Adaptive Control, *Automatica*, 20(1984), 533—545.

A NEW METHOD FOR THE IDENTIFICATION OF HAMMERSTEIN MODEL

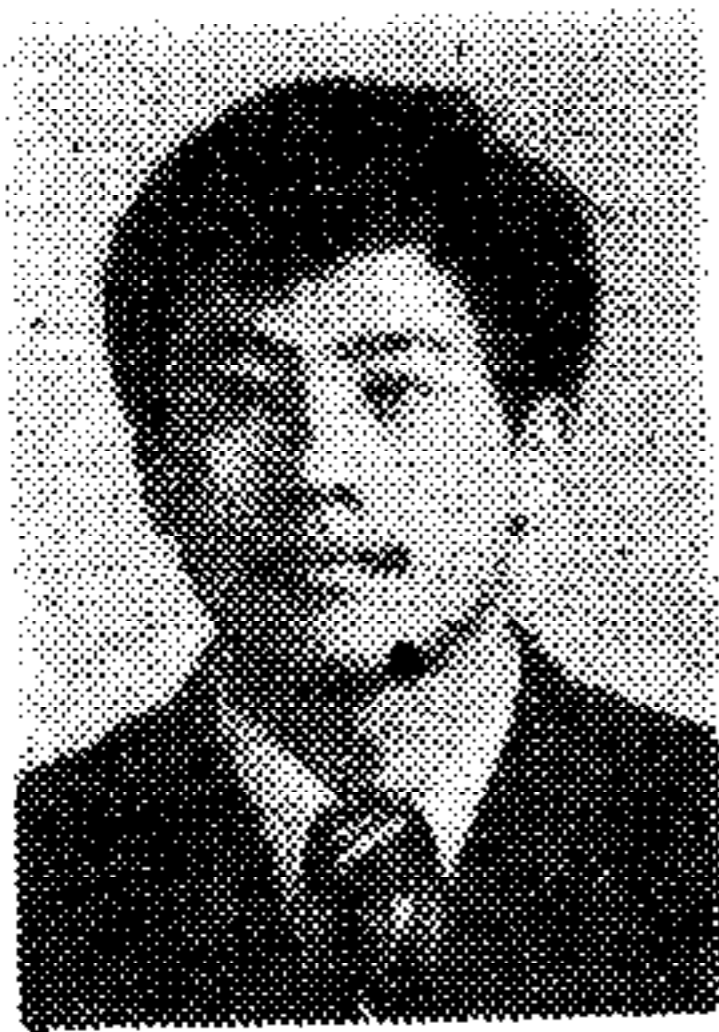
LANG ZIJIANG

(Dept. of Automatic Control, Northeast University of Technology, Shenyang 110006, Liaoning, P. R. China)

ABSTRACT

In this paper, a new method for open-loop identification of Hammerstein model is proposed by combining parameter estimation theory with some results in function approximation theory. The new method circumvents the defects of the currently widespread methods for Hammerstein model identification. Using the method, asymptotically unbiased parameter estimates of the model's linear dynamics and the memoryless nonlinearity's approximation polynomial of near the best approximation effect and good convergency can be obtained.

Key words: Hammerstein model, open-loop identification; parameter estimation, Best Chebychev Approximation Polynomial.



郎自强 1962 年生于沈阳。1984 年毕业于沈阳大学自动控制系。1987 年在东北工学院工业自动化专业获工学硕士学位。现在东北工学院自动控制系任讲师。主要研究领域为系统辨识和自适应控制理论及其在工业过程控制中的应用。已发表学术论文十余篇。目前正在承担国家自然科学基金课题“非线性控制系统辨识”的研究工作。