



# 灰度图象的二维 Otsu 自动阈值分割法

刘健庄 栗文青

(西安电子科技大学, 西安 710071)

## 摘 要

Otsu 法是最常用的利用图象一维灰度直方图的阈值化方法之一, 本文的目的是将它推广到二维直方图。二维 Otsu 法除了考虑象素点的灰度信息外还考虑了象素点与其邻域的空间相关信息。通过与一维的 Otsu 法比较表明, 在有噪声的图象中, 本文提出的方法性能好得多。

**关键词:** 直方图, 阈值化, Otsu 法。

## 一、前 言

在图象分割中, 阈值化是一个广泛使用的工具<sup>[1,2]</sup>。Otsu 阈值化方法是一种自动的非参数非监督的阈值选择法, 它基于一种判别式测度准则, 最佳的阈值在该测度函数取最大时得到<sup>[3]</sup>。该方法计算简单, 仅需要计算灰度直方图的零阶和一阶累积矩, 并且 Sahoo 等人通过实验比较证明, Otsu 法是一种很好的阈值化方法<sup>[2]</sup>。

然而, 在实际图象中, 由于噪声干扰等因素的影响, 使得图象的灰度直方图分布不一定出现明显的峰和谷, 此时仅利用灰度直方图得到的阈值并不能使图象分割得到满意的结果, 往往还产生严重的分割错误。本文将 Otsu 法推广到适合二维直方图的情况。在本文的方法中, 同时考虑了象素的灰度值分布和它们邻域象素的平均灰度值分布, 因此, 形成的阈值是一个二维矢量, 最佳的阈值在一个二维的测度准则取最大值时得到。

## 二、一维 Otsu 阈值选择法

设一幅图象的灰度级数为  $L(1, 2, \dots, L)$ ,  $f_i$  表示灰度级为  $i$  的象素点数, 总的象素点数为  $N = \sum_{i=1}^L f_i$ , 直方图表示为概率密度分布

$$p_i = f_i/N, \quad \sum_{i=1}^L p_i = 1, \quad p_i \geq 0 \quad (1)$$

假设阈值  $t$  将图象分成两类(物体和背景), 即  $C_0 = \{1, 2, \dots, t\}$  和  $C_1 = \{t+1, t+2, \dots, L\}$ , 设  $\sigma_B^2$  表示类间方差, 那么最佳的阈值  $t'$  满足下式<sup>[3]</sup>:

$$\sigma_B^2(t') = \max_{1 \leq t < L} \{\sigma_B^2(t)\}. \quad (2)$$

### 三、二维 Otsu 阈值选择法

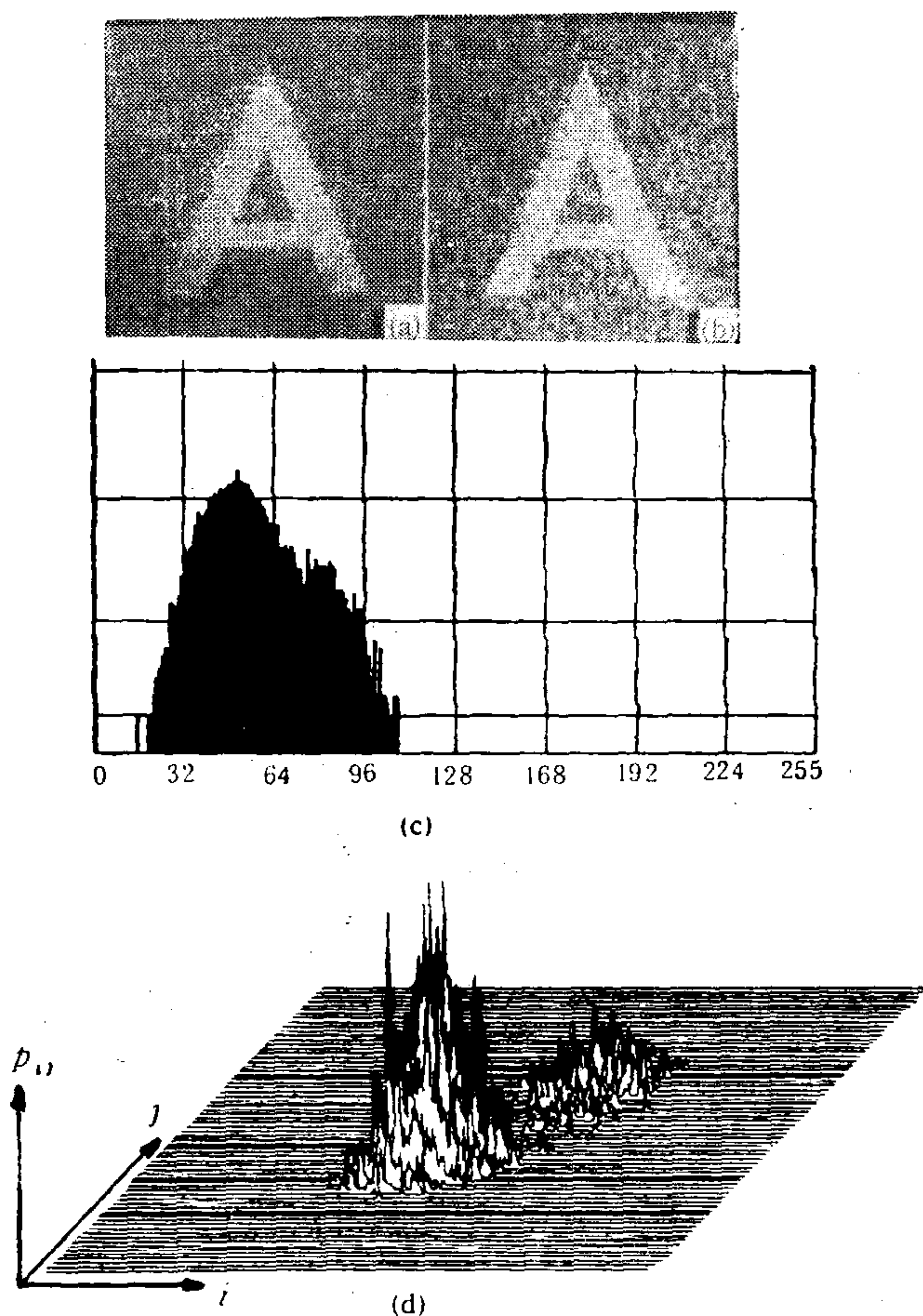
设图象的灰度分为  $L$  级, 那么象素的邻域平均灰度也分为  $L$  级. 在每个象素点处计算其邻域平均灰度, 由此形成一个二元组: 象素点的灰度值和它的邻域平均灰度值. 设二元组  $(i, j)$  出现的频数为  $f_{ij}$ , 可以定义相应的联合概率密度  $p_{ij}$  为

$$p_{ij} = f_{ij}/N, \quad i, j = 1, 2, \dots, L, \quad (3)$$

式中  $N$  为图象的象素点数, 并且

$$\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L p_{ij} = 1.$$

图 1(a) 是一个  $128 \times 128$  大小的图象, 由物体 “A” 和背景两部分组成, 物体的灰度级为 80, 背景的灰度级为 50. 图 1(b) 是在图 1(a) 上叠加了一个独立高斯噪声  $N(0, \sigma^2)$



(a) 原图 (b) 原图 +  $N(0, 100)$  (c) (b) 的一维直方图 (d) (b) 的二维直方图



( $\sigma^2 = 100$ ) 后得到的图象, 图 1 的 (c) 和 (d) 分别为 (b) 的一维和二维直方图。可以看出, 在噪声干扰下, 图 1(b) 的一维直方图已经不能呈现峰和谷的分布, 但它的二维直方图仍然存在两个明显的峰。由此可以预料, 利用二维直方图进行图象分割性能会更佳。在本文的研究中, 合理地假设远离对角线的分量  $p_{ij}$  是非常接近于零的, 这符合绝大多数情况。

假设在二维直方图中存在两类  $C_0$  和  $C_1$ , 它们分别代表物体和背景, 具有两个不同的概率密度函数分布。设阈值为  $(s, t)$ , 那么两类出现的概率分别为

$$\omega_0 = P_r(C_0) = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t p_{ij} = \omega_0(s, t), \quad (4)$$

$$\omega_1 = P_r(C_1) = \sum_{i=s+1}^L \sum_{j=t+1}^L p_{ij} = \omega_1(s, t). \quad (5)$$

两类对应的均值矢量为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_0 &= (\mu_{0i}, \mu_{0j})^T = \left( \sum_{i=1}^s iP_r(i/C_0), \sum_{j=1}^t jP_r(j/C_0) \right)^T \\ &= \left( \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t ip_{ij}/\omega_0, \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t jp_{ij}/\omega_0 \right)^T \\ &= (\mu_i(s, t)/\omega_0(s, t), \mu_j(s, t)/\omega_0(s, t))^T, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_1 &= (\mu_{1i}, \mu_{1j})^T = \left( \sum_{i=s+1}^L iP_r(i/C_1), \sum_{j=t+1}^L jP_r(j/C_1) \right)^T \\ &= \left( \sum_{i=s+1}^L \sum_{j=t+1}^L ip_{ij}/\omega_1, \sum_{i=s+1}^L \sum_{j=t+1}^L jp_{ij}/\omega_1 \right)^T. \end{aligned} \quad (7)$$

二维直方图上总的均值矢量为

$$\boldsymbol{\mu}_T = (\mu_{Ti}, \mu_{Tj})^T = \left( \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L ip_{ij}, \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L jp_{ij} \right)^T. \quad (8)$$

在大多数情况下, 远离直方图对角线的概率可忽略不计, 所以可以合理地假设在两个区域:  $i = s+1, \dots, L; j = 1, \dots, t$  和  $i = 1, \dots, s; j = t+1, \dots, L$  有  $p_{ij} \approx 0$ . 此时很容易证明下面的关系成立:

$$\omega_0 + \omega_1 \approx 1, \quad \boldsymbol{\mu}_T \approx \omega_0 \boldsymbol{\mu}_0 + \omega_1 \boldsymbol{\mu}_1. \quad (9)$$

定义一个类间的离散度矩阵

$$\begin{aligned} S_B &= \sum_{k=0}^1 P_r(C_k) [(\boldsymbol{\mu}_k - \boldsymbol{\mu}_T)(\boldsymbol{\mu}_k - \boldsymbol{\mu}_T)^T] \\ &= \omega_0 (\mu_{0i} - \mu_{Ti})^2 + \omega_1 (\mu_{1i} - \mu_{Ti})^2 \\ &= \omega_0 (\mu_{0i} - \mu_{Ti})(\mu_{0j} - \mu_{Tj}) + \omega_1 (\mu_{1i} - \mu_{Ti})(\mu_{1j} - \mu_{Tj}) \\ &= \omega_0 (\mu_{0i} - \mu_{Ti})(\mu_{0j} - \mu_{Tj}) + \omega_1 (\mu_{1i} - \mu_{Ti})(\mu_{1j} - \mu_{Tj}) \\ &= \omega_0 (\mu_{0j} - \mu_{Tj})^2 + \omega_1 (\mu_{1j} - \mu_{Tj})^2 \end{aligned} \quad (10)$$

使用  $S_B$  的迹作为类间的离散度测度,有

$$t_r S_B = \omega_0[(\mu_{0i} - \mu_{Ti})^2 + (\mu_{0j} - \mu_{Tj})^2] + \omega_1[(\mu_{1i} - \mu_{Ti})^2 + (\mu_{1j} - \mu_{Tj})^2]. \quad (11)$$

利用(9)式,可将(11)式化简为便于计算的下式

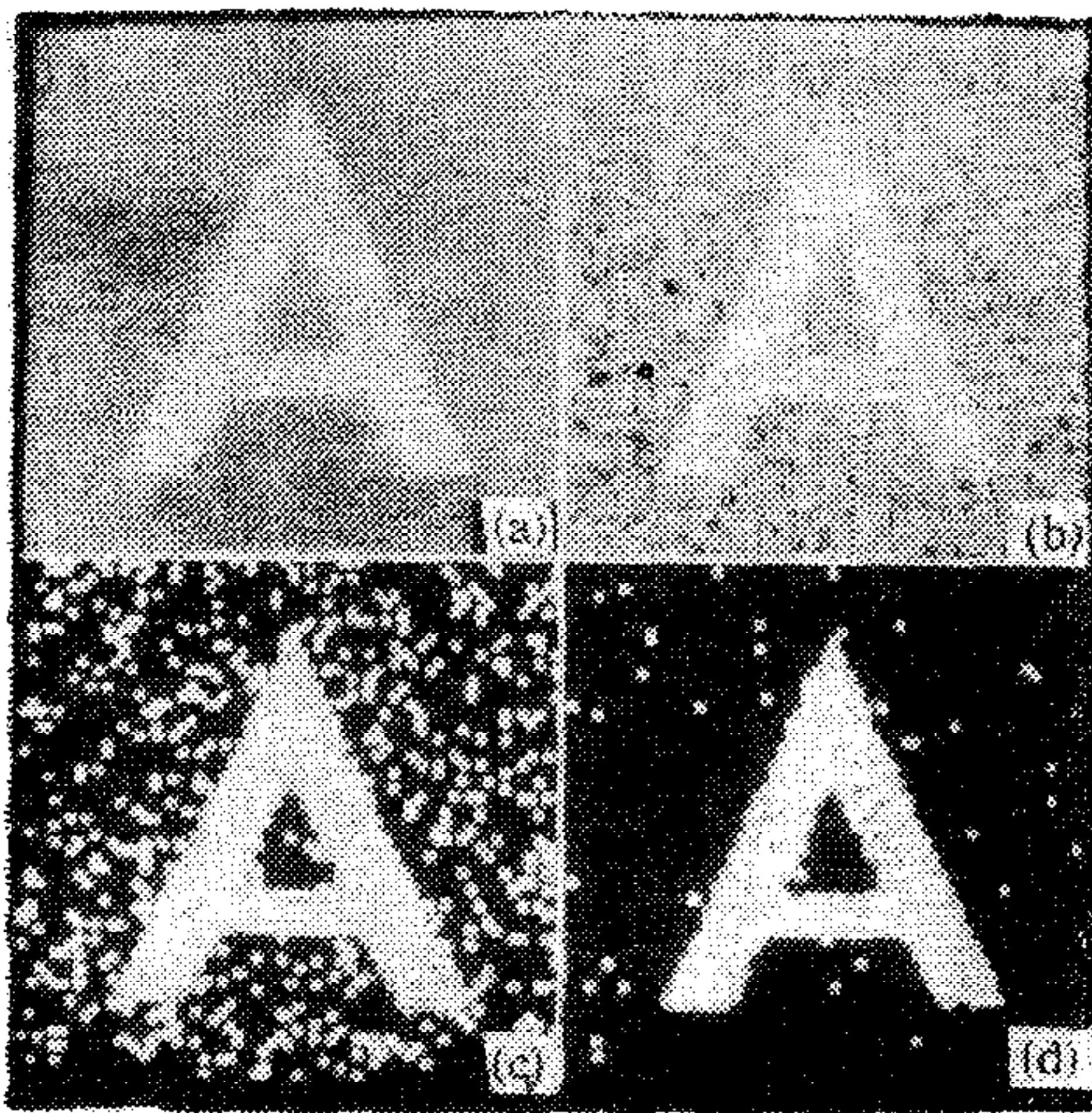
$$t_r S_B = \frac{[\mu_{Ti}\omega_0(s,t) - \mu_i(s,t)]^2 + [\mu_{Tj}\omega_0(s,t) - \mu_j(s,t)]^2}{\omega_0(s,t)[1 - \omega_0(s,t)]}. \quad (12)$$

类似于一维 Otsu 法,最佳阈值  $(s', t')$  满足下式

$$t_r S_B(s', t') = \max_{1 \leq s, t < L} \{t_r S_B(s, t)\}. \quad (13)$$

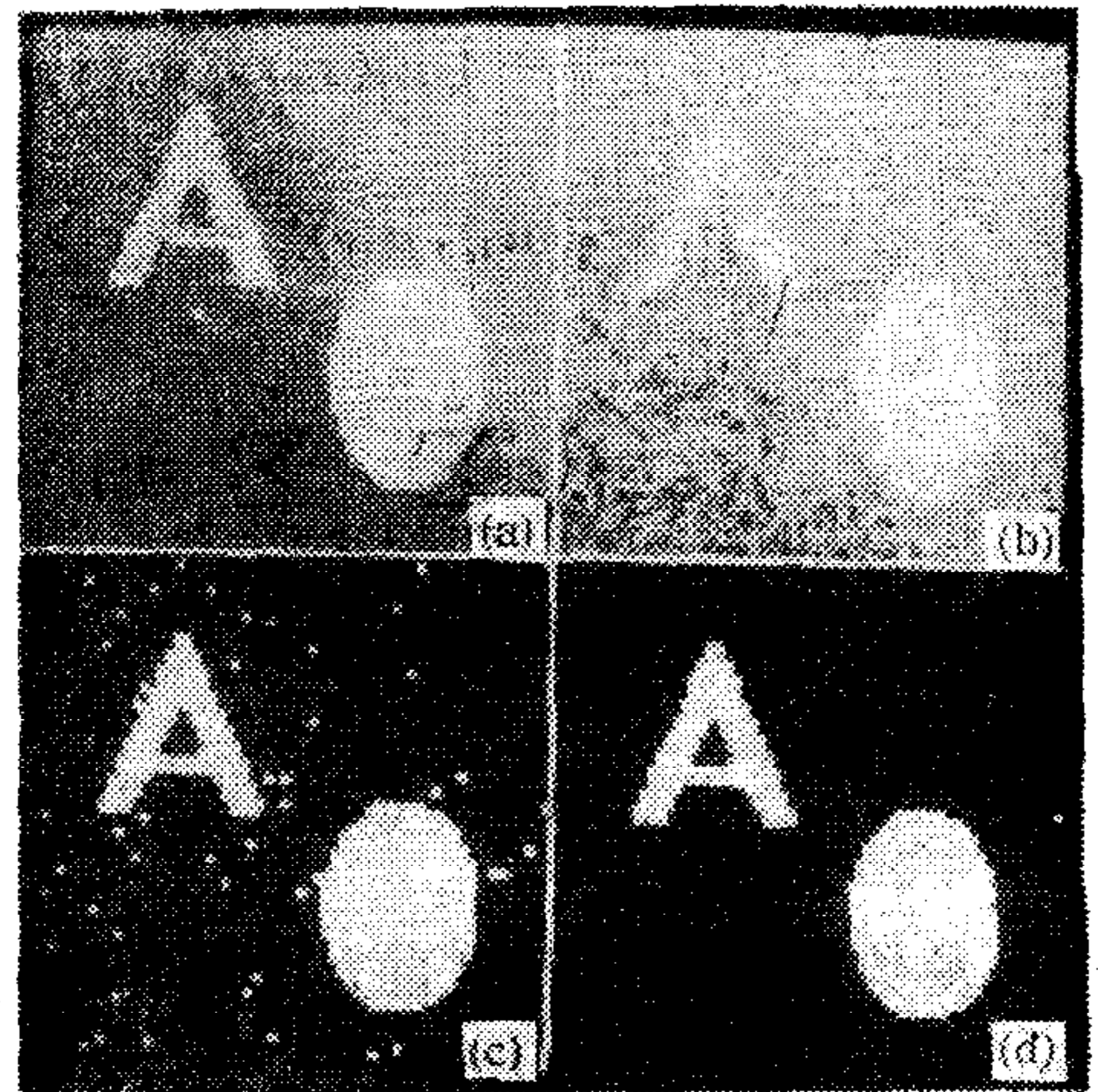
#### 四、实验结果和结论

利用以上提出的二维 Otsu 阈值法和经典的一维 Otsu 阈值法对两幅图象进行了分割比较,结果如图 2 和图 3 所示。两幅图中,原图物体的灰度均为 80,背景灰度为 50,迭加的高斯噪声分别为  $N(0,100)$  和  $N(0,40)$ ,图象像素的邻域平均采用  $3 \times 3$  点阵。由实验结果可以看出,不论是在噪声较强或较弱的情况下,二维 Otsu 法均比一维 Otsu 法有更好的性能。应该注意到,二维 Otsu 法分割后的图象仍然存在一些错分的点,可以通过某些简单的处理来消除这些面积较小的区域。



(a)原图 (b)原图 +  $N(0,100)$  (c)一维 Otsu 法分割结果 (d)二维 Otsu 法分割结果

图 2



(a)原图 (b)原图 +  $N(0,40)$  (c)一维 Otsu 法分割结果 (d)二维 Otsu 法分割结果

图 3

在图象分割中,仅利用图象的灰度信息进行分割并没有考虑到图象中的空间相关信息。本文利用了像素的邻域平均信息,采用二维直方图,导出了二维 Otsu 分割法,实验结果表明效果比一维 Otsu 法更佳。此外,还可以考虑利用图象中更多的空间信息进行分割,例如梯度信息,此时将形成一个更高维的 Otsu 分割法。不过分割性能的提高是靠增加计算时间为代价的。最后顺便说明,本文的方法很容易推广到多个阈值的图象分割中。



## 参 考 文 献

- [1] Fu, K. S., et al., A Survey on Image Segmentation, *Pattern Recognition*, **13**(1981), 3—16.
- [2] Sahoo, P. K., et al., A Survey of Thresholding Techniques, *Comput. Vision Graphics Image Process.*, **41** (1988), 233—260.
- [3] Otsu, N., A Threshold Selection Method from Gray-Level Histograms, *IEEE Trans. Systems Man Cybernet.*, **SMC-9** (1979), 62—66.

## THE AUTOMATIC THRESHOLDING OF GRAY-LEVEL PICTURES VIA TWO-DIMENSIONAL OTSU METHOD

LIU JIANZHUANG LI WENQING

(*Xidian University, Xi'an 710071*)

### ABSTRACT

One of the most useful thresholding techniques using gray-level histogram of an image is the OTSU method. The objective of this paper is to extend it to the 2-dimensional histogram. The 2-dimensional OTSU method utilizes both the gray level information of each pixel and its spatial correlation information within the neighborhood. The comparison between this method and the 1-dimensional OTSU method show that this method performs much better when the images are corrupted by noise.

**Key words :** Histogram; thresholding; OTSU method.