

# ITAE 最优 III 型数字伺服系统<sup>1)</sup>

陈明俊 巫亚强 江启达等<sup>2)</sup>

(机电部二〇二所, 咸阳 712099)

## 摘 要

ITAE 最优 III 型伺服系统具有较为理想的动、静态性能指标,但其工程实现的先例未见于国内外的报道。本文介绍作者开发的这类数字伺服系统的设计技术、通用数字控制器以及在工程样机上的成功应用。

**关键词:** ITAE 最优控制, III 型伺服, 数字控制器,  $\sqrt{\varepsilon}$  控制律。

## 一、概 述

本文的工程背景是研制一个大功率数字伺服系统,其技术难点表现为: 1) 要求动态响应快速、近于无超调;跟踪精度在  $1.57\text{rad/s}$  角速度、 $1.40\text{rad/s}^2$  角加速度输入下系统误差在  $4.0 \times 10^{-3}\text{rad}$  之内; 2) 输入信号变化未知,不能只按某种特定输入设计控制律; 3) 不采用通常赖以提高精度的复合控制。问题可归结为开发具有优良动态性能的高阶无静差伺服系统。

满足二次型性能指标的最优控制,因能得到解析解,是讨论和应用最多的一种方法,但选择加权阵仍要靠设计人员的经验和技巧,此外将伺服问题转为调节器问题,还需对输入信号的形式加以限定,所以不适合本文的工况。

ITAE 意义下的最优控制,使目标函数  $J = \int t \cdot |\varepsilon(t)| dt$  最小,其中  $|\varepsilon(t)|$  为系统误差绝对值,这类控制的优点是时变的加权方式对不可避免的初态误差加权小,使系统具有快速又平稳的动态性能,同时系统的品质指标对参数的变化不太敏感,尽管 ITAE 最优控制无解析解,但可以得到具有 ITAE 控制律的标准闭环传递函数,通过代数方法,可以方便地得到系统的结构和控制律,因此适合于工程应用。

## 二、数字化最优控制系统结构与控制律

按匀加速输入无差设计的 ITAE 三阶系统,对阶跃输入响应的超调量小于 10%, 同

本文于 1992 年 4 月 28 日收到。

1) 本文曾在中国自动化学会第三届全国学术年会(1991 年)上宣读。

2) 参加这项工作的还有机电部二〇二所曹大劳、张双运和张光辉同志。

它的三阶无静差性能相对照是相当可取的。考虑到匀加速输入 ITAE 三阶系统对非线性的敏感及工程实现的具体条件和限制,本文选择适于工程应用的系统结构和控制律,成功地实现了 ITAE 最优 III 型数字伺服系统。

ITAE 最优控制律,对匀加速输入信号无差的三阶 ITAE 最优系统,其标准闭环传递函数为(2.1)式,  $\omega_0$  越大,系统响应越快。显然,它受到执行机构最大输出的限制。

$$\omega_B(S) = \frac{2.97\omega_0 \cdot S^2 + 4.94\omega_0^2 \cdot S + \omega_0^3}{S^3 + 2.97\omega_0 \cdot S^2 + 4.94\omega_0^2 \cdot S + \omega_0^3} \quad (2.1)$$

从系统传递函数,执行机构最大输出约束值利用初值定理,可估计  $\omega_0$  最大值,再根据所要求的快速性,利用经验,不难确定  $\omega_0$  的适当数值。

系统的饱和非线性将破坏 ITAE 性能指标,直至不稳定。解决此问题的途径是在有限的线性区内采用 ITAE 控制律,超出此范围则自动转为  $\sqrt{\varepsilon}$  控制律。ITAE 控制系统结构的推导如下:

不失一般性,可设被控对象的传递函数为

$$\frac{K_\omega \cdot K_i}{(1 + T_\Sigma S)S}, \quad (2.2)$$

式中  $T_\Sigma$  是受物理条件限制,不可克服的小时间常数。采用零、极点对消方法,得不到预期效果,这是因为驱动能量有限。采用零、极点配置及最简结构分析,可以方便地获得具有期望的闭环传递函数的系统结构。

比较 ITAE 标准闭环传递函数,可知伺服环路中应再配置两个零点和一个零极点,这恰好可用 PID 调节器来实现之,这样基本开环传递函数为

$$\frac{K(1 + T_1 \cdot S)(1 + T_2 \cdot S)}{S^2(1 + T_\Sigma \cdot S)}, \quad (2.3)$$

其中  $K = K_p \cdot K_\omega \cdot K_i$ 。用  $\frac{(1 - T_\Sigma) \cdot S}{K_\omega}$  软反馈包围惯性环节  $K_\omega/(1 + T_\Sigma \cdot S)$ (实际上用纯化微分环节),则基本闭环传递函数为

$$\frac{[T_1 \cdot T_2 S^2 + (T_1 + T_2)S + 1]K}{S^3 + (1 + T_1 T_2 K)S^2 + K(T_1 + T_2)S + K} \quad (2.4)$$

下面通过状态方程作最简结构分析。标准三阶无静差 ITAE 最优传递函数的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t), \\ \mathbf{Y}(t) = \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{X}(t) = \omega_0^3 x_1(t) + 4.94\omega_0^2 \cdot x_2(t) + 2.97\omega_0 x_3(t) \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\omega_0^3 & -4.94\omega_0^2 & -2.97\omega_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

$$\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]^T,$$

$$\mathbf{C}^T = [\omega_0^3, 4.94\omega_0^2, 2.97\omega_0].$$

选定基本闭环传递函数(2.4),参数  $K = \omega_0^3$ ,  $KT_1 T_2 = 2.97\omega_0$ ,  $K(T_1 + T_2) = 4.94\omega_0^2$ ,即基本闭环传递函数为(2.7),则相应的状态方程为



$$\frac{2.97\omega_0 S^2 + 4.94\omega_0^2 \cdot S + \omega_0^3}{S^3 + (1 + 2.97\omega_0)S^2 + 4.94\omega_0^2 \cdot S + \omega_0^3}, \quad (2.7)$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{X}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t), \\ \mathbf{Y}(t) = \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{X}(t), \end{cases} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\omega_0^3 & -4.94\omega_0^2 & -(1 + 2.97\omega_0) \end{bmatrix}.$$

比较状态方程(2.5)和(2.8), 差异在于状态  $x_3(t)$  的反馈系数, 如果能够设法引入状态反馈  $-x_3(t)$ , 则基本系统便具有标准 ITAE 三阶无静差最优控制结构了, 如图 1 所示。

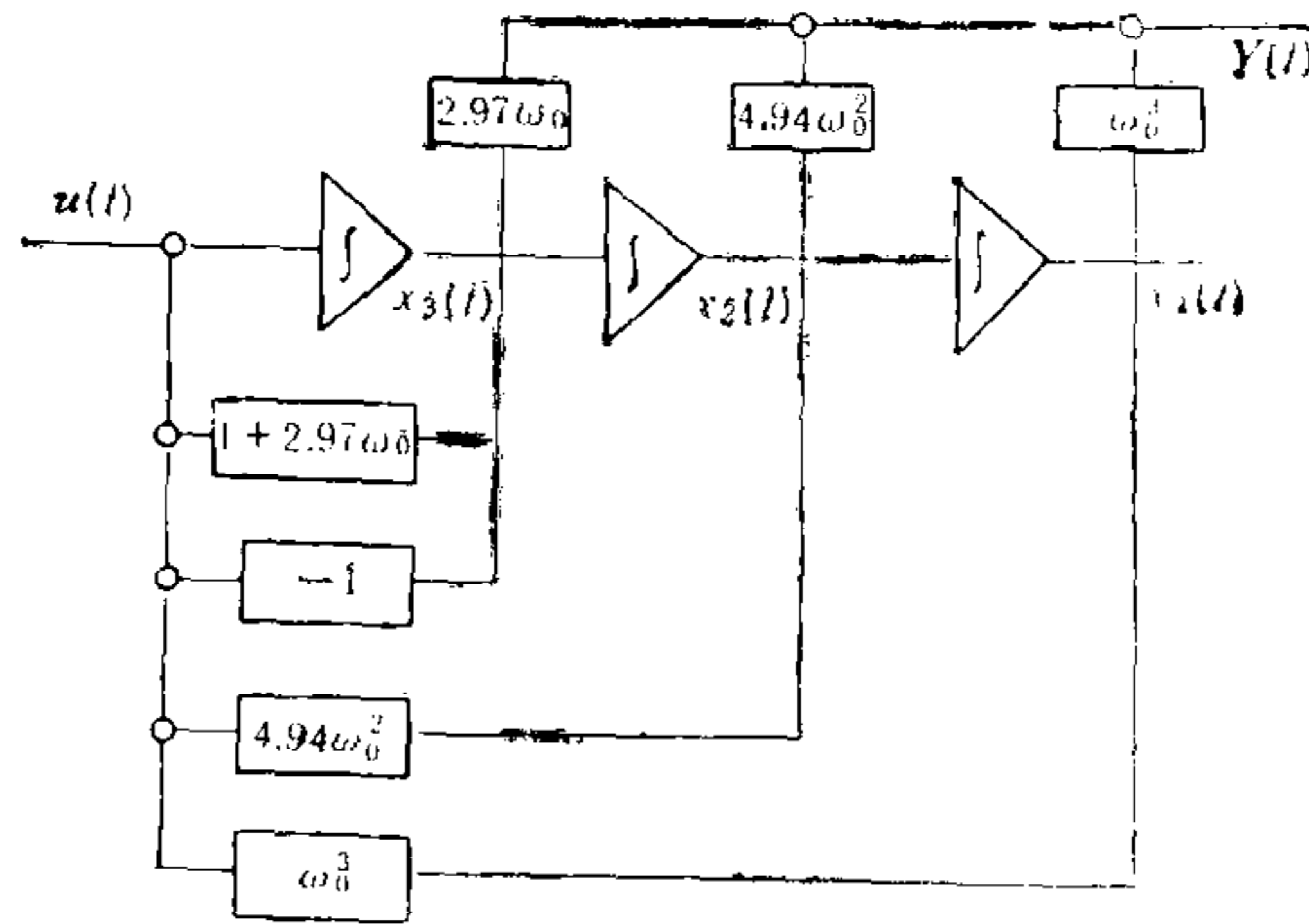


图 1 状态方程的模拟框图

由于实际系统的状态并非全都可以直接测量到, 为避免状态重构的麻烦, 利用输出  $Y(t)$  来实现上述状态反馈。由(2.6)式得

$$Y(S) = (\omega_0^3 + 4.94\omega_0^2 \cdot S + 2.97\omega_0 \cdot S^2)x_1(S), \quad (2.10)$$

由  $x_3(t) = \ddot{x}_1(t)$  得

$$x_3(S) = \frac{S^2 \cdot Y(S)}{2.97\omega_0 S^2 + 4.94\omega_0^2 \cdot S + \omega_0^3}. \quad (2.11)$$

显见, 只要在基本系统的闭环传递函数框图中引入如(2.11)式所示的等效输出反馈, 即实现了 ITAE 最优三阶无静差系统。系统实现的闭环传递函数框图如图 2 所示。系统实现简单, 计算形式标准。

由图可见, 为实现 ITAE 最优控制, 增加了两个反馈通道, 一是加速度负反馈, 一是速度正反馈, 在电气传动中均易实现。从图 2 中可看出这种实现方案的实质, 即增加两个反馈环, 以造成伺服环路中第三个纯积分环节  $K_\omega/S$ 。在按振荡度指标设计的系统中, 总是尽可能压缩不可克服的小时间常数, 使系统有较高增益, 较大的稳定储备, 但这要受物理条件约束。在本文采用的设计方法中, 将小时间常数改造为积分环节, 事实上其结果是不仅提高了无静差阶次, 还比传统设计方法所实现的系统增加了相角储备, 提高了带宽。

$\sqrt{\varepsilon}$  控制律: ITAE 控制律对饱和非线性较敏感, 由于工程上饱和的存在是不可避免的, 这就产生了双模控制的必要性。即系统在线性区外, 采用另一种控制律。由极大值原理出发的 Bang-Bang 快速最优控制理论上很完善, 但在工程应用中它有两个可能产生

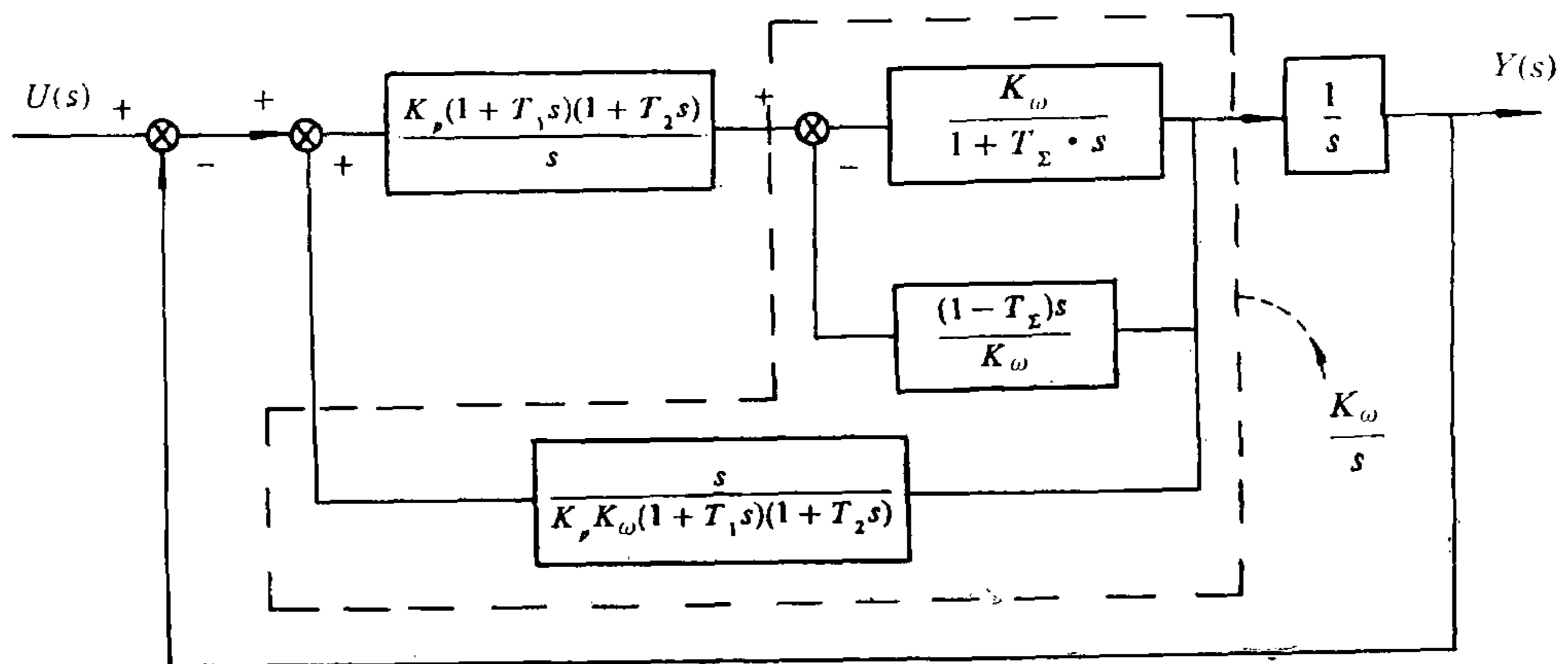


图 2 系统的结构框图

的问题: 1) 最优轨线计算量大, 三阶以上系统实现复杂。2) 控制效果对状态方程系数敏感, 不易调整。相比之下,  $\sqrt{\varepsilon}$  控制律具有简单, 易调整优点。  $|\varepsilon(t)|$  是指误差的绝对值,  $\sqrt{\varepsilon}$  控制律是指系统的速度控制服从平方根规律。

在一个设置有电流环的系统中, 其启动、制动过程有近似恒定的加速度  $a_m$ , 则  $\sqrt{\varepsilon}$  控制律可以做到使系统按最大加速度启动、制动, 无超调地到达协调点, 实现时间最优控制。设系统最大速度为  $\omega_m$ , 最大加速度为  $a_m$ , 制动起始角  $\varepsilon_0$ , 则无超调含义为系统在误差由  $\varepsilon_0$  到零区间内, 速度由  $\omega_m$  降到零。则由运动学公式  $\omega^2(t) = 2a_m \cdot \varepsilon(t)$  得  $\omega(t) = \text{Sign}(\varepsilon(t)) \cdot \sqrt{2 \cdot a_m} \cdot \sqrt{|\varepsilon(t)|}$ , 简称  $\sqrt{\varepsilon}$  控制律, 显然  $\varepsilon_0$  由  $\omega_m, a_m$  可求出。

数字系统的连续设计法——离散化方法。

利用设计好的模拟控制器离散化, 即将控制器的连续传递函数变换到数字滤波器, 对工程技术人员说来是很实用的。据计算, 仿真和实验结果表明, 本数字伺服系统采用 50Hz 以上采样频率和双字节(16 位)运算, 对主要的离散化方法均可达到系统设计要求。

通用数字控制器。基于单片机 8031 的数字控制器, 设计特点是充分发挥计算机资源, 用灵活的软件功能代硬件, 从简化结构入手, 求得高可靠性。它以单片插件形式独立存在, 可以在不同的系统中通用。硬件主要组成: 1) 输入、输出接口 8255。A 口以先低后高接收上位机 16 位数字指令; B 口以先低、后高方式向外发送伺服系统 16 位数字轴角。2) 轴角-数字转换环节, 精粗通道自整角机的三相输出分别送入控制器, 粗通道由三相法编码求得 8 位二进制角, 精通道用 SDC 模块, 求得 12 位二进制角度编码。组合精度优于  $0.37 \times 10^{-3} \text{rad}$ 。3) 8031 + 2732(4k EPROM) 完成全部通讯、控制运算功能; 包括轴角编码的精粗组合(精粗比例软件可调)纠错等功能。4) D/A 转换片 D-AC1210 将数字控制信号转为模拟量, 分辨率为 12 位。5) 数据输出口 8155, 利用 8155 的 RAM 存储一次航路数据, 在航路结束时并行送出。6) 串行口。串行送出系统转角 16 位数字量。比较一般工业控制, 如化工过程控制, 随动系统响应要快几个数量级, 因此采样速率高。程序在汇编级上完成, 长度约为 2K, 在 6M 晶振下运行时间约为 2ms。



### 三、高性能数字随动系统及实验结果

按前述设计技术,应用通用数字控制器实际构成了四种不同的数字随动系统:7.5KW-PWM 随动系统;3.2KW-PWM 随动系统;7.5kW 电机扩大机随动系统和 20W 小功率伺服系统。性能都较佳。下面介绍 7.5KW-PWM 随动系统,结构如图 3 所示。

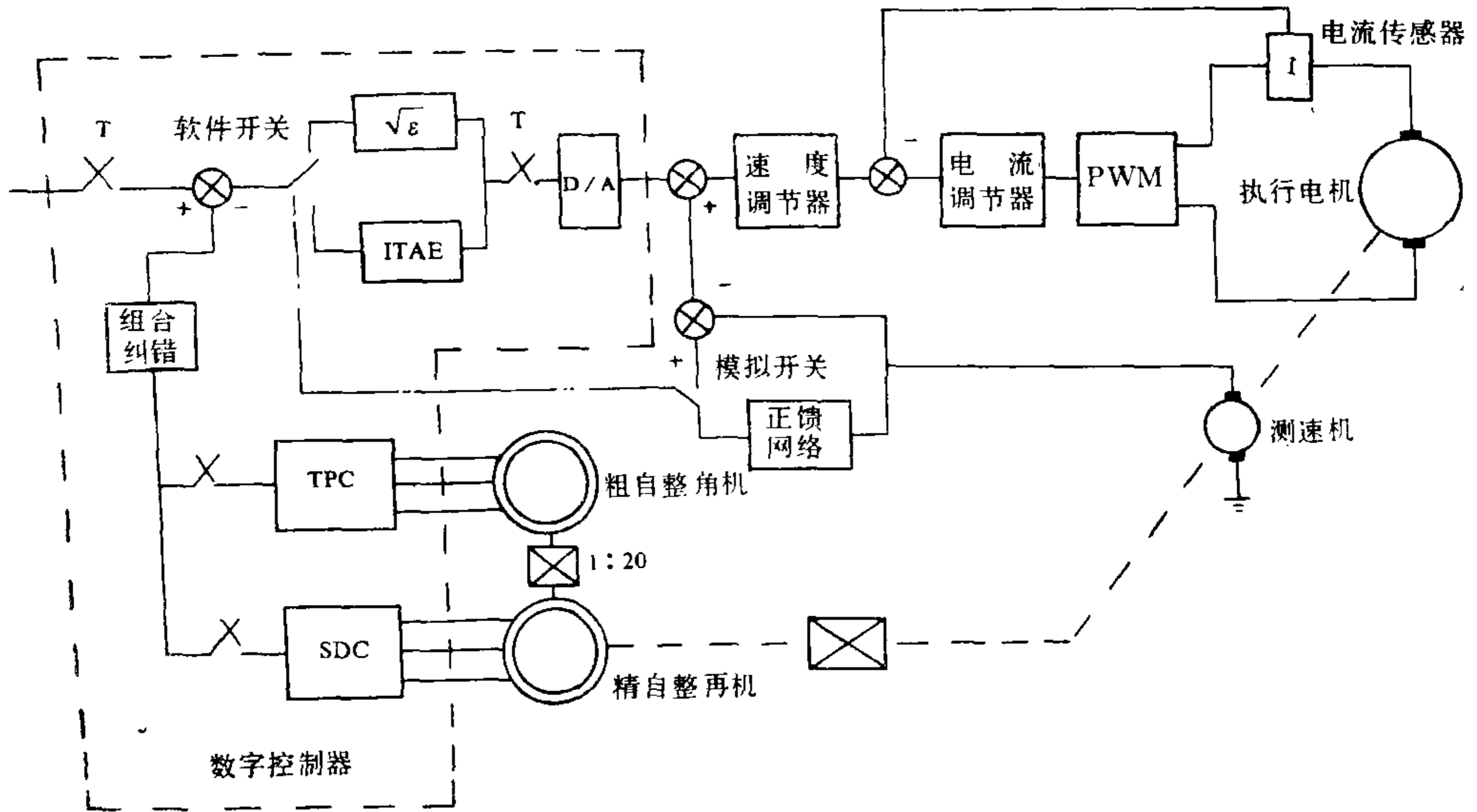


图 3 系统原理图

系统转动惯量:  $J = 2940\text{kg} \cdot \text{m}^2$ 。

传动比:  $i = 300$ 。

执行电机型号: Z132H。

性能参数: 7.5kW, 3000 转/分, 220V, 40A。

功率放大器为 PWM 脉宽调制型晶体管线路。图 3 中粗通道自整角机三相输出对应的方框 TPC 表示三相编码法。软件判别线性工作区,当误差在  $[-24, +24]$  毫弧度时,经正反馈网络处理的速度信号经模拟开关接入系统,系统按 ITAE 最优三阶无静差工作。当误差  $|\epsilon(t)| > 24$  毫弧度时,按  $\sqrt{\epsilon}$  方式工作,模拟开关将正反馈网络信号切除。在实验台架上的测量结果如图 4 所示,显示了系统具有的动、静态优良性能。

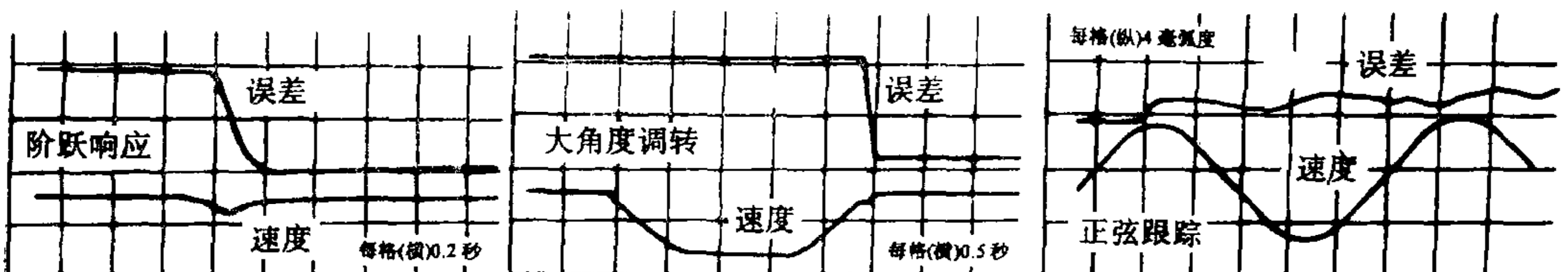


图 4 系统性能的实验波形

1) 优良的动态性能。系统在线性区的阶跃响应反映系统的动态品质,从实验波形可看出系统  $24 \times 10^{-3}\text{rad}$  阶跃响应的过渡过程时间小于 0.4 秒,超调小于 10%,单半波,作为比较,某电液数字随动系统,负载惯量、执行元件功率等级与本系统基本相同,控制方式为 PI 调整方式,其  $9 \times 10^{-3}\text{rad}$  的阶跃响应性能是,过渡过程时间小于 0.9 秒,超调量小于 35%。ITAE 三阶无静差系统在动态性能上的优越性是显著的。系统大角度的协调过程是武器伺服系统工作品质的另一重要标志。由 2800 米位 ( $2.93\text{rad}$ ) 协调过程的波形(图 4)可见,全过程在 3 秒内完成,按系统最大加速能力 ( $2.09\text{rad/s}^2$ ) 到最大转速,1 秒后又以最大减速能力 ( $-2.09\text{rad/s}^2$ ) 制动到零,几乎无超调,符合时间最优控制。经典方法设计的伺服系统的大角度协调,制动加速度往往达到启动加速度的 2 倍,使系统无法发挥最大加速能力,而超调量多达 100 米位 ( $105 \times 10^{-3}\text{rad}$ ) 以上,相比之下,  $\sqrt{\varepsilon}$  控制律要优越得多。

2) 高精度跟踪性能。在实验波形中的正弦跟踪过程知,当正弦主令信号对应的速度、加速度分别为  $1.40\text{rad/s}$ 、 $1.40\text{rad/s}^2$  的规范时,系统最大跟踪误差小于 4 米位 ( $4.18 \times 10^{-3}\text{rad}$ ),远高于功率等级大体相当的制式武器系统,可知,在跟踪精度上,数字式 III 型 ITAE 最优伺服系统显著优于现有系统。值得提出的是 ITAE 系统达到这样高的精度并没有使用复合控制。而现有系统的精度则依赖于复合控制的前馈信号,对前馈信号的精度、品质要求苛刻。在雷达、电视等跟踪系统中,前馈信号难取得,ITAE 三阶无差控制方式便具有无可争议的优越性。

3) 无零位摆动。在以往 10 多年中,PI + 前馈的控制方式在多个武器系统中得到应用,它是二阶无静差系统,速度跟踪无差,较早期开发的产品进了一步,但它产生了固有的零位摆动问题。ITAE 最优控制,在提高一阶无静差的前提下,具有无零位摆动的优点。

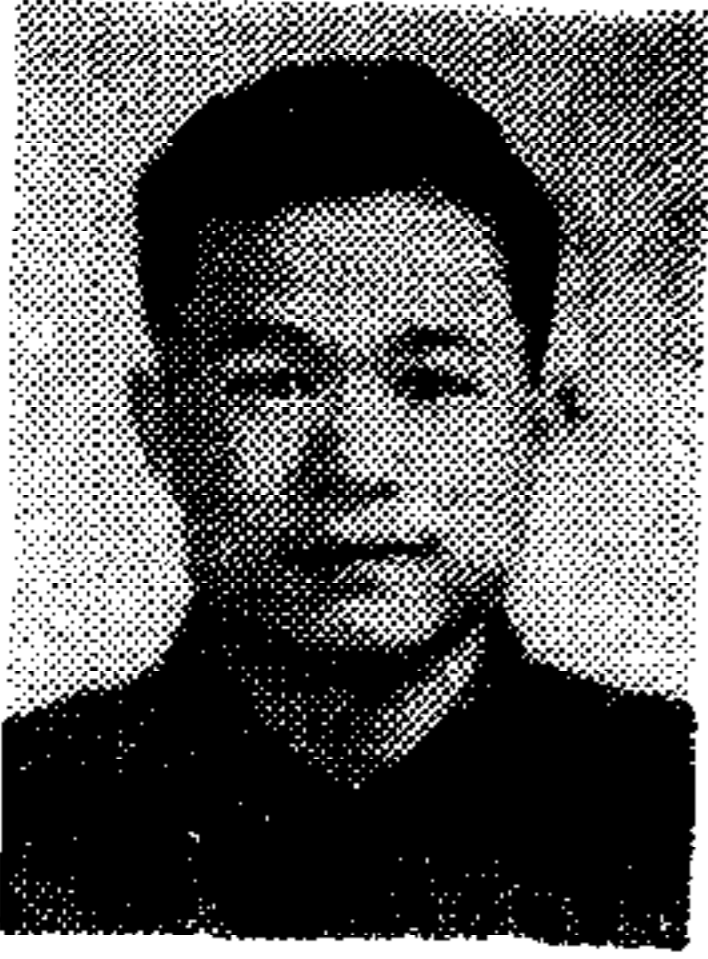
## 四、小 结

本文介绍的 ITAE 最优 III 型数字伺服系统,同经典设计技术实现的伺服系统相比,在解决高跟踪精度与优良动态品质之间的矛盾方面取得令人满意的结果,该设计技术、方法简单易行,易于为工程技术人员理解和掌握。所研制的通用数字控制器,性能优良,工作可靠,结构简单,功能独立,成本适中,通用性好,已达到工程应用阶段,可以方便地用于新系统的设计和老系统数字化。

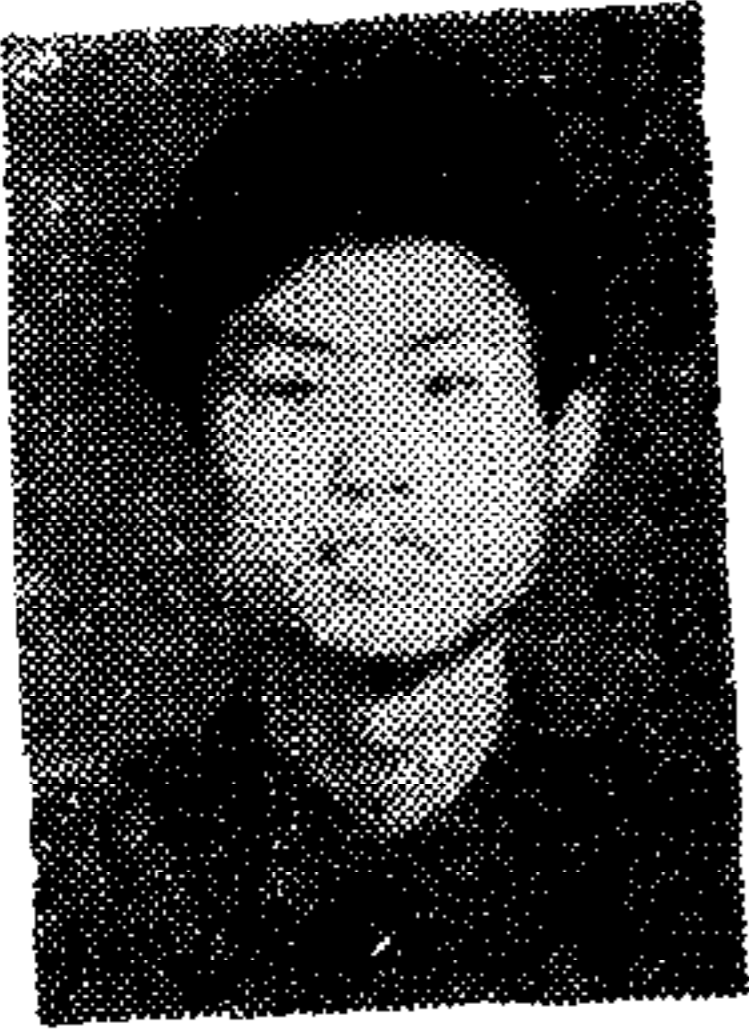
## 参 考 文 献

- [1] Chi-tsong, Chen, Control System Conrentional, Algebraic and Optimal Methods, Pond Woods Press, 1987, 341—381.
- [2] Benjamin, C. Kuo, Digital Control Systems, Copyright 1980 [by Holt. Rinehart and Winston, Inc., 452—578.
- [3] 徐凤安,高阶无静差随动系统的综合,信息与控制,9(1980), (2), 18—24.
- [4] 项国波. 线性负反馈 ITAE 最佳调节,电气传动,(1977),(2),16—40.
- [5] 项国波, ITAE 最佳控制,机械工业出版社,1980.





**陈明俊** 1942 年生于云南昆明, 1965 年毕业于北京机械学院自控系, 工作领域为功率电子学, 伺服与跟踪系统; 1984 年至 1986 年在英国研究系统辨识及自校正控制系统。现为机电部二〇二研究所高级工程师, 主要研究兴趣为最优控制, 自适应控制、系统辨识及其工程应用。



**巫亚强** 1962 年生于四川成都, 1983 年毕业于陕西机械学院。工业自动化系。现为机电部二〇二所工程师, 主要从事计算机控制工作。



**江启达** 1964 年生于福建莆田, 1988 年在北京理工大学自控系获工学硕士学位, 现为机电部二〇二所工程师, 主要研究方向为最优控制、自适应控制、计算机控制及其工程应用。

## ITAE OPTIMAL CONTROL DIGITAL SERVOSYSTEM OF TYPE III

CHEN MINGJUN    WU YAQING    JIANG QIDA

(No. 202 Institute of MMBEJ, Xianyang 712099)

### ABSTRACT

ITAE optimal control servosystem of Type 3 shows attractive performance both in dynamic and static state. But until now, no practical implementation has been published.

A new design approach of this type of optimal digital servosystem are proposed in this paper. Successful applications in several engineering systems have shown its feasibility.

**Key words:** ITAE Optimal Control, Type 3 Servo, Digital Controller.