第19卷 第2期 自 动 化 学 报 Vol. 19, No. 2
1993 年 3 月 ACTA AUTOMATICA SINICA Mar., 1993

多步决策过程中有效解的平稳性[1)]

刘立平 陈 珽
(华中理工大学系统工程研究所,武汉 430074)

摘 要

本文首先论述多步决策过程及其性能指标，引进有关信息集、半收敛和强收敛等概念，给出多步决策的含时有效解和定态有效解及其平稳性的定义. 然后探讨了集值映射序列在拓扑意义下的收敛和以 Pompeiu-Hausdauff 距离意义的收敛之间的关系，证明了几个对应关系定理. 最后,文章系统地考察了决策过程中有效解的平稳性质.

关键词: 多步决策过程,含时有效解,定态有效解,半平稳解,强平稳解.

一、引 言

一个复杂的决策问题往往不能由一次收集信息（本文称为取证）就能制订良好的决策,需要多次取证,逐步改进决策，这就形成多步决策过程. 因为取证是在不同时刻进行的,因此多步决策的解是时间的函数,本文称为含时解.

复杂的决策问题一般包含有多个互相矛盾的目标(也称为指标或准则)，制订的决策要考虑目标间的调和. 此外，在不确定环境下，对决策后果还要承担一定的风险. 基于 von Neumann-Morgenstern 的期望效用理论对这一类问题提供了分析方法[1,2]. 这些方法还在完善[3,4]. 过去研究较少的是，决策人在开始制订决策时，对所面临的问题了解有限,因此所考虑的候选方案集和目标集不够完备,甚至有重要遗漏. 在取证过程中，经过收集决策问题的有关信息,就可充实决策方案集和目标集,使制订的决策更加可信. 取证需要付出一定的代价,即人、财、物力的消耗,它给取证一定的制约.

如上所述，一个复杂的多步决策过程包含有多个性能指标：一是决策人对在风险情况下制订的多目标决策的满意程度；二是决策人对所制订的决策的信任程度；三是取证中各种消耗对它的制约程度. 其中某个指标如有必要还可细分. 因此这是一个多指标决策问题. 这类问题的解称为（弱）有效解(包括有效解和弱有效解,也称为非劣解),一般,它是解的集合. 从这一集解中还可根据决策人的偏好去选择他最满意的解,称为最佳调和解(或称选用解). 本文主要研究多步决策过程中含时(弱)有效解的平稳性，即含时(弱)有效解收敛于其定态(弱)有效解的条件.

本文于 1991 年 4 月 8 日收到.
1) 国家自然科学基金资助项目.

二、多步决策过程的描述

在多步决策过程的 t 时刻，决策人关于决策问题的信息集合记作

$$ISD_t = \{X(t), Y(t), Q(t), P(t), \bar{X}(t), \bar{Y}(t)\},$$

其中，$X(t)$——t 时刻已知的方案集；

$Y(t)$——t 时刻已知的目标集；

$Q(t)$——t 时方案评价映射：$\forall x \in X(t)$，$Q(t)x$ 是方案 x 的目标值；

$P(t)$——t 时刻方案目标值的伴随概率结构：$\forall x \in X(t)$，$P(t)x$ 是 $Q(t)x$ 上的概率测度；

$\bar{X}(t)$——t 时刻潜在而未知的方案集；

$\bar{Y}(t)$——t 时刻潜在而未知的目标集.

决策人在利用 ISD_t 进行多步决策时，必须权衡以下几个性能指标：

指标 1（在不确定情况下多目标决策的满意性度量）. 在时刻 t 决策人对方案 x 的满意程度可用期望效用值度量，记作 $u_t(x)$. 采用其它决策方法，也可另选度量值.

指标 2（信念度量）. 在 t 时刻决策人对方案 x 处在已知方案 $X(t)$ 的信任程度可用证据理论[5]的似然函数度量. 似然函数被定义为

$$pl(X(t)) = 1 - \mathrm{Bel}(\bar{X}(t)),$$

其中 $\mathrm{Bel}(\bar{X}(t))$ 是 x 处在 $\bar{X}(t)$ 中的信度函数. 因此“x 处在 $X(t)$ 中”的似然性是建立在对其相反事件“x 处在 $\bar{X}(t)$ 中”不相信的基础上. 在本文中这个指标记作 $b_t(x)$.

指标 3（取证的损失度量）. 取证的目的是为了检验某方案 x 是否满意和可信，因此取证的费用是 x 的函数. 在 t 时刻对方案 x 取证的损失度量记作 $l_t(x)$.

根据以上三个指标，在 t 时刻的含时（弱）有效解可定义如下：

定义 1. $x^* \in X(t)$是在 ISD_t 上的含时有效解，是指不存在 $x \in X(t)$ 满足

$$(u_t(x), b_t(x), -l_t(x)) \geqslant (u_t(x^*), b_t(x^*), -l_t(x^*)).$$

类似地，可定义含时弱有效解 x^* 为不存在 $x \in X(t)$ 满足

$$(u_t(x), b_t(x), -l_t(x)) > (u_t(x^*), b_t(x^*), -l_t(x^*)).$$

记 $X(t)$ 上含时有效解的全体为 $X^*(t)$，含时弱有效解的全体为 $\tilde{X}^*(t)$. 在多步决策过程中含时解只在某时刻 t 有意义. 决策人要寻找的应当是多步取证以后，当 ISD_t 趋于稳定后的（弱）有效解. 设决策过程的期限为 N（理论上 N 可为 ∞），$X(t)$ 和 $X^*(t)$ 可视为 $[0,N]$ 到决策空间上的集值映射. 此外，引进 $[0,N]$ 到目标空间上的集值映射为

$$F(t) = \{(u_t(x), b_t(x), -l_t(x)) : \forall x \in X(t)\} \subset R^3,$$

$$F^*(t) = \{z : \exists z' \in F(t), \text{ 使 } z' \geqslant z\},$$

$$\tilde{F}^*(t) = \{z : \exists z' \in F(t), \text{ 使 } z' > z\}.$$

因此，$F^*(t)$ 是 t 时刻目标空间中的含时有效解，$\tilde{F}^*(t)$ 是含时弱有效解. 要研究的是在什么条件下 $F^*(t)$ 和 $\tilde{F}^*(t)$ 最终趋于稳定.

现以治病为例说明多步决策过程. 医生治病，首先应了解病人的症状，这是做出诊断的依据（准则）. 然后考虑有几种病（方案）在不同程度上有这些症状，并从中确定最可能

的一种(指标 1). 但在病情复杂时不排除误诊的可能性(指标 2). 因此要求病人进行某几项检验(取证). 经过检验不但扩大了目标集，还有可能扩大方案集. 如果医生认为取得的证据还不够,可继续取证，直到证据充分为止. 当然每项检验要付出一定的费用(指标 3).

三、集值映射序列的收敛性

定义 2 集值映射序列 $\{A(t_i)\}$ 称为上半收敛于 $A(N)$，如果对任意子序列 $t_{i_k}\to N$，$a^{i_k}\in A(t_{i_k})$，并且 $a^{i_k}\to a$，则有 $a\in A(N)$. $\{A(t_i)\}$ 称为下半收敛于 $A(N)$，如果 $\forall a\in A(N)$，存在 $\{a^i\}$，$a^i\in A(t_i)$，使得 $a^i\to a$. 如果 $\{A(t_i)\}$ 同时上半收敛和下半收敛于 $A(N)$，则称 $\{A(t_i)\}$ 是收敛的.

注. 定义 2 中点列的收敛是取在拓扑意义上的. 如果 $A(t_i)$ 是有限抽象点集的子集,则点列收敛取在离散拓扑意义上. 如果 $A(t_i)$ 是某有限维距离空间上的点集，则拓扑是由距离 $\rho(\cdot,\cdot)$ 诱导出来的.

在直观上,定义 2 刻划了在集合序列中选择的一个点列是否收敛于 $A(N)$ 中一点的概念. 但往往人们还要求集合序列的收敛过程具有某种平稳性，即当 t_i 充分逼近 N 时，$A(t_i)$ 应与 $A(N)$ 趋于重合. 为此引入 Pompeiu-Hausdauff 距离.

定义 3. 称 $\|A-B\|$ 为两集合 A、B 之间的距离，(i) 如 A、B 是一距离空间中的点集,则

$$\|A-B\|=\sup_{x\in A}\inf_{x'\in B}\rho(x,x')+\sup_{x'\in B}\inf_{x\in A}\rho(x,x'),$$

(ii) 如 A、B 是两有限抽象点集,则 $\|A-B\|=|A-B|+|B-A|$,其中 $|\cdot|$ 表示集合的势.

定义 4. 集值映射序列 $\{A(t_i)\}$ 称为强收敛于 $A(N)$，如果 $A(N)$ 是一闭集,且对于任意给定的 $\varepsilon>0$，$\exists m$，使 $i\geqslant m$ 时，$\|A(t_i)-A(N)\|<\varepsilon$.

定理 1. 如 $\{A(t_i)\}$ 强收敛于 $A(N)$，则必然收敛于 $A(N)$.

证明. 当 $A(t_i)$ 为有限抽象集合时,显然 $A(N)$ 也为有限集合. 令 $\varepsilon=\frac{1}{2}$，依定义 3 和 4 ,可知存在 m，使 $i\geqslant m$ 时，$A(t_i)=A(N)$.

如果有一点列 $\{a^i\}$,$a^i\in A(t_i)$,$a^i\to a$，由于是离散拓扑,故存在 m_1，使 $i\geqslant m_1$ 时，$a^i=a$. 所以当 $i\geqslant\max\{m,m_1\}$ 时，$a=a^i\in A(t_i)=A(N)$. 至于 $A(t_i)$ 的下半收敛性,由 $i\geqslant m$ 时，$A(t_i)=A(N)$，容易证明.

当 $\{A(t_i)\}$ 是距离空间中的集值映射序列时，设有 $\{a^{i_k}\}$，$a^{i_k}\in A(t_{i_k})$，$a^{i_k}\to a$. 如果 $a\bar{\in}A(N)$，因 $A(N)$ 是闭集,故

$$\rho=\inf_{x'\in A(N)}\rho(a,x')>0,$$

令 $\varepsilon=\rho/2$，由于 $a^{i_k}\to a$，故存在 m，使 $i_k\geqslant m$ 时，$\rho(a^{i_k},a)<\varepsilon$. 于是当 $i_k\geqslant m$ 时，

$$\|A(t_{i_k})-A(N)\|\geqslant\sup_{x\in A(t_{i_k})}\inf_{x'\in A(N)}\rho(x,x')$$

$$\geqslant \inf_{x' \in A(N)} \rho(a^{i_k}, x') \geqslant \inf_{x' \in A(N)} (\rho(a, x') - \rho(a^{i_k}, a))$$

$$> \rho - \frac{\rho}{2} = \frac{\rho}{2} = \varepsilon > 0.$$

这与 $A(t_i)$ 强收敛于 $A(N)$ 矛盾.

另一方面，$\forall a \in A(N)$，由于 $\|A(t_i) - A(N)\| \geqslant \rho(A(t_i), a)$，由 $A(t_i)$ 强收敛，故 $\forall \varepsilon > 0$，$\exists m$，当 $i \geqslant m$ 时，有 $x^i \in A(t_i)$ 使 $\rho(x^i, a) < \varepsilon$. 由此可得 $x^i \to a$. 于是证得 $A(t_i)$ 也下半收敛于 $A(N)$.

定理 2. 若 $\{A(t_i)\}$ 收敛于 $A(N)$，则 $A(N)$ 是闭集.

证明. 由于 $A(t_i)$ 收敛于 $A(N)$，故对于 $\forall a \in A(N), \forall \varepsilon > 0$，存在充分大的 t_i，使有 $a^i \in A(t_i), \rho(a^i, a) < \varepsilon$. 设 $\{x^i\} \subset A(N), x^i \to x$. 对于每一 x_n，令 $\varepsilon_n = \frac{1}{2^n}$，存在 m_n，使 $m_n \leqslant i < m_{n+1}$ 时，有 $a^i \in A(t_i)$，且 $\rho(a^i, x_n) < \varepsilon_n$，如此可选出序列 $\{a^i\}, a^i \to x$. 依 $A(t_i)$ 的上半收敛性可知 $x \in A(N)$.

引理 1. 如 $\{A(t_i)\}$ 是取值于紧空间的集值映射序列，且 $A(t_i)$ 上半收敛于 $A(N)$，则对任意包含 $A(N)$ 的开集 U，存在 m，使 $i \geqslant m$ 时，$A(t) \subset U$.

证明. 假若不存在这样的 m，则 $\forall m$，存在 i_m，使 $A(t_{i_m}) \not\subset U$. 即 $A(t_{i_m})$ 中必有点 $x^{i_m} \bar{\in} U$. 由于 $\{x^{i_m}\}$ 是紧空间的序列，故不妨设 $x^{i_m} \to x$. 又由 $\{A(t_i)\}$ 的上半收敛性，有 $x \in A(N)$.

由 $x \in U$，U 为开集，故当 m 充分大时，有 $x^{i_m} \in U$. 这与 x^{i_m} 的构造矛盾.

定理 3. 如果 $\{A(t_i)\}$ 取值于紧距离空间，$A(t_i)$ 收敛于 $A(N)$，则 $A(t_i)$ 强收敛于 $A(N)$.

证明. 依引理 1 可知，对任意包含 $A(N)$ 的开集 U，必存在 m，使 $i \geqslant m$ 时，$A(t_i) \subset U$. 又由于 $A(t_i)$ 下半收敛于 $A(N)$，故对 $A(N)$ 中任点 X 的邻域 $N(x)$，$\exists m'$，使 $i \geqslant m'$ 时，$A(t_i) \cap N(x) \neq \phi$.

$$\forall \varepsilon > 0,\ \text{令}\ U = \mathring{B}\left(A(N), \frac{\varepsilon}{4}\right) = \bigcup_{x \in A(N)} \mathring{B}\left(x, \frac{\varepsilon}{4}\right),$$

$$N(x) = \mathring{B}\left(x, \frac{\varepsilon}{4}\right) = \left\{x' : \rho(x', x) < \frac{\varepsilon}{4}\right\}.$$

由于当 $i \geqslant m$ 时，$A(t_i) \subset U$，故

$$\|A(t_i) - A(N)\| \leqslant \|A(N) - U\| + \|U - A(t_i)\| < \frac{\varepsilon}{4} + \sup_{x \in U} \rho(x, A(t_i)).$$

依上确界的定义可知存在 $x^* \in U$，使

$$\sup_{x \in U} \rho(x, A(t_i)) \leqslant \rho(x^*, A(t_i)) + \frac{\varepsilon}{4}.$$

对于 x^*，必存在 $\bar{x} \in A(N)$，使 $\rho(x^*, \bar{x}) < \frac{\varepsilon}{4}$，所以

$$\sup_{x \in U} \rho(x, A(t_i)) \leqslant \frac{\varepsilon}{4} + \rho(x^*, A(t_i)) \leqslant \frac{\varepsilon}{4} + \rho(x^*, x) + \rho(\bar{x}, A(t_i))$$

$$\leqslant \frac{\varepsilon}{2} + \rho(\bar{x}, A(t_i)).$$

对于 $N(\bar{x}) = \overset{\circ}{B}\left(\bar{x}, \frac{\varepsilon}{4}\right)$，存在 m'，当 $i \geqslant m'$ 时有 $N(\bar{x}) \cap A(t_i) \neq \phi$. 不妨设 $\tilde{x}^i \in N(\bar{x}) \cap A(t_i)$，所以当 $i \geqslant m'$ 时，$\rho(\bar{x}, A(t_i)) \leqslant \rho(\bar{x}, \tilde{x}^i) < \frac{\varepsilon}{4}$，因此当 $i \geqslant \max\{m, m'\}$ 时，$\|A(N) - A(t_i)\| < \varepsilon$. 其次由定理 2，$A(N)$ 是闭集. 依定义 4，$\{A(t_i)\}$ 强收敛于 $A(N)$.

定理 4. 若 $\forall i$，$A(t_i)$ 属于一抽象有限点集，$A(t_i)$ 收敛于 $A(N)$，则 $A(t_i)$ 也强收敛于 $A(N)$. 或者说，存在 m，当 $i \geqslant m$ 时，$A(t_i) = A(N)$.

证明. 首先，$A(N)$ 必是有限集. 这是因为 $A(t_i)$ 下半收敛于 $A(N)$，故 $\forall a \in A(N)$，都存在 $\{a^i\}$，$a^i \in A(t_i)$，使 $a^i \to a$. 由于点列收敛取自离散拓扑意义下，故存在 $m(a)$，使 $i \geqslant m(a)$ 时，$a^i = a$. 也即 $A(N)$ 中所有元素都是某 $A(t_i)$ 中一元. 而 $\bigcup\limits_{i \geqslant 1} A(t_i)$ 是有限集，$A(N)$ 当然也是有限集.

取 $m = \max\limits_{a \in A(N)} m(a)$，则当 $i \geqslant m$ 时，$A(N) \subset A(t_i)$. 假如对任意的 n，都有 $i_n \geqslant n$，使 $A(N) \neq A(t_{i_n})$. 也就是存在 $a^{i_n} \in A(t_{i_n})$，使 $a^{i_n} \bar{\in} A(N)$. 由一致有限性，不妨设 $a^{i_n} \to \bar{a}, \bar{a} \in A(N)$. 但由 $a^{i_n} \to \bar{a}$ 可知存在 $\bar{m}$ 使 $i_n \geqslant \bar{m}$ 时，$a^{i_n} = \bar{a}$，这与 a^{i_n} 的构造矛盾.

四、有效解序列的平稳性

定义 5. 如果 $t_i \to N$ 时，$F(t_i)$ 收敛于 $F(N)$，则在 $F(N)$ 上的有效解 $F^*(N)$ 和弱有效解 $\tilde{F}^*(N)$ 称为决策过程的定态有效解和定态弱有效解.

实际决策过程中，关键问题是用含时解 $F^*(t_i)(\tilde{F}^*(t_i))$ 逼近 $F^*(N)$ $(\tilde{F}^*(N))$ 的可行性. 这在理论上对应于 $F^*(t_i)(\tilde{F}^*(t_i))$ 是否(强)收敛于 $F^*(N)(\tilde{F}^*(N))$ 的问题.

定义 6. 如果在 $t_i \to N$ 时，$F^*(t_i)(\tilde{F}^*(t_i))$ (半)收敛于 $F^*(N)(\tilde{F}^*(N))$，则称 $\{F^*(t_i)\}(\{\tilde{F}^*(t_i)\})$ 是(半)平稳有效解(弱有效解)序列. 如果 $F^*(t_i)(\tilde{F}^*(t_i))$ 强收敛于 $F^*(N)(\tilde{F}^*(N))$，则 $\{F^*(t_i)\}(\{\tilde{F}^*(t_i)\})$ 被称为强平稳有效解(弱有效解)序列.

定理 5. $F^*(t_i)$ 和 $\tilde{F}^*(t_i)$ 上半收敛于 $\tilde{F}^*(N)$.

证明. 因 $F^*(t_i) \subset \tilde{F}^*(t_i)$，故只须证明 $\tilde{F}^*(t_i)$ 上半收敛于 $\tilde{F}^*(N)$. 设有 $\{y^i\}$，$y^i \in \tilde{F}^*(t_i)$，$y^i \to y$. 因 $F(t_i)$ 上半收敛于 $F(N)$，故 $y \in F(N)$. 若 $y \bar{\in} \tilde{F}^*(N)$，则依定义，存在 $y' \in F(N)$ 使得 $y' - y > 0$. 因 $F(t_i)$ 下半收敛于 $F(N)$，故对 $y' \in F(N)$，存在 $\bar{y}^i \in F(t_i)$ 使

$$\bar{y}^i - y^i \to y' - y > 0,$$

所以当 $i \geqslant m$ 时，$\bar{y}^i - y^i > 0$. 也即 $y^i \bar{\in} \tilde{F}^*(t)$. 矛盾.

记 Y^* 是 $y \subset R^p$ 上的有效解集，$\tilde{Y}^*$ 是 Y 上的弱有效解集.

引理 2. 如 $\forall y \in Y$，$(y + R^{p+}) \cap Y$ 是紧的，则对任意 $y \in Y \backslash \tilde{Y}^*$，存在 $y' \in \tilde{Y}^*$ 使 $y' > y$.

证明略.

定理 6. 如果存在 m，使 $\bigcup_{i\geqslant m} F(t_i)$ 是闭的，且 $\forall i\geqslant m, \forall y\in F(t_i)$，$(y+R^{3}+)\cap F(t_i)$ 是闭的，则 (i) $F^*(t_i)$ 和 $\tilde{F}^*(t_i)$ 下半收敛于 $F^*(N)$；(ii) $\tilde{F}^*(t_i)$ 下半收敛于 $\tilde{F}^*(N)$.

证明. (i) 因 $0\leqslant u_t(x)$，$b_t(x)\leqslant 1$，只要适当定义，$R_t(x)$ 也可保证是一致有界的. 因此 $\bigcup_{i\geqslant m} F(t_i)$ 是紧集. 又对于任意 $t_i(i\geqslant m)$，由于 $F(t_i)$ 是 R^{3+}-闭的，又是有界的，依文献[6]中的定理 4.2.2 可知 $F^*(t_i)$ 下半收敛于 $F^*(N)$. 同时由于 $F^*(t_i)\subset \tilde{F}^*(t_i)$，当然也有 $\tilde{F}^*(t_i)$ 下半收敛于 $F^*(N)$.

(ii) 由引理 2，$\tilde{F}^*(t_i)(i\geqslant m)$ 是外部稳定的，同理，利用文献[6]中定理 4.2.2，$\tilde{F}^*(t_i)$ 下半收敛于 $\tilde{F}^*(N)$.

还可以证明以下引理和定理成立：

引理 3. 如果 $\forall y\in Y\subset R^p$，$(y+R^{p+})\cap Y$ 是紧的，则 $(\tilde{Y}^*)^*=Y^*$.

引理 4. $\tilde{Y}^*$ 在 Y 中是相对闭的.

引理 5. 对于任意 $Y\subset R^p$，有 $(\tilde{\tilde{Y}}^*)^*=\tilde{Y}^*$.

引理 6. $\tilde{F}^*(N)$ 为闭集.

引理 7. 如果 $\{A(t_i)\}$ 是取值于一紧空间的集值映射序列，且 $A(t_i)$ 和 $A(N)$ 为闭集，$A(t_i)$ 上半收敛于 $A(N)$，则 $\bigcup_{i\geqslant 1} A(t_i)$ 是紧集.

定理 7. 如存在 m，当 $i\geqslant m$ 时，$\tilde{F}^*(t_i)$ 是闭集，则 (i) $\tilde{F}^*(t_i)$ 和 $F^*(t_i)$ 下半收敛于 $F^*(N)$；(ii) $\tilde{F}^*(t_i)$ 下半收敛于 $\tilde{F}^*(N)$.

因篇幅限制，以上引理和定理的证明从略.

推论 1. 如对充分大的 i，$F(t_i)$ 是闭集，则 (i) $\tilde{F}^*(t_i)$ 和 $F^*(t_i)$ 下半收敛于 $F^*(N)$；(ii) $\tilde{F}^*(t_i)$ 下半收敛于 $\tilde{F}^*(N)$.

证明. 由引理 4，$\tilde{F}^*(t_i)$ 是闭集.

定理 7 和推论 1 的条件比定理 6 的条件易于判别，因而比较适用.

推论 2. 在定理 6 或 7 的条件下，弱含时有效解序列是强平稳的，含时有效解序列是下半平稳的.

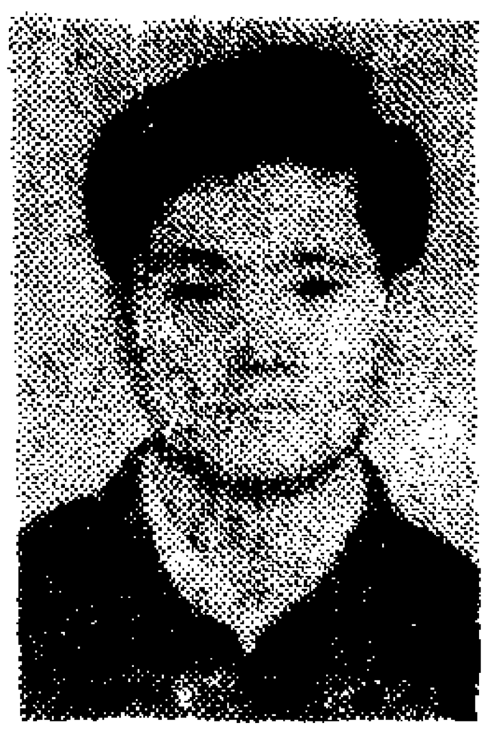
证明. 应用定理 3 与定理 6 或定理 7 即得.

推论 2 表明，在决策过程中，如 $F(t_i)$ 收敛(当然也是强收敛)，则 $F(t_i)$ 上的弱有效解与 $F(N)$ 上的弱有效解有很高的逼近程度. 但对有效解现在还没有类似的深刻结果. 由定理 5 知，任一含时有效解序列必收敛于 $F(N)$ 上的弱有效解. 定理 6 和定理 7 又表明，在适当条件下，$F(N)$ 上任一有效解都是含时有效解序列的极限. 因此从近似解意义上说，用含时解逼近定态解，至少可以保证逼近解是弱有效的，并且其中还有有效解.

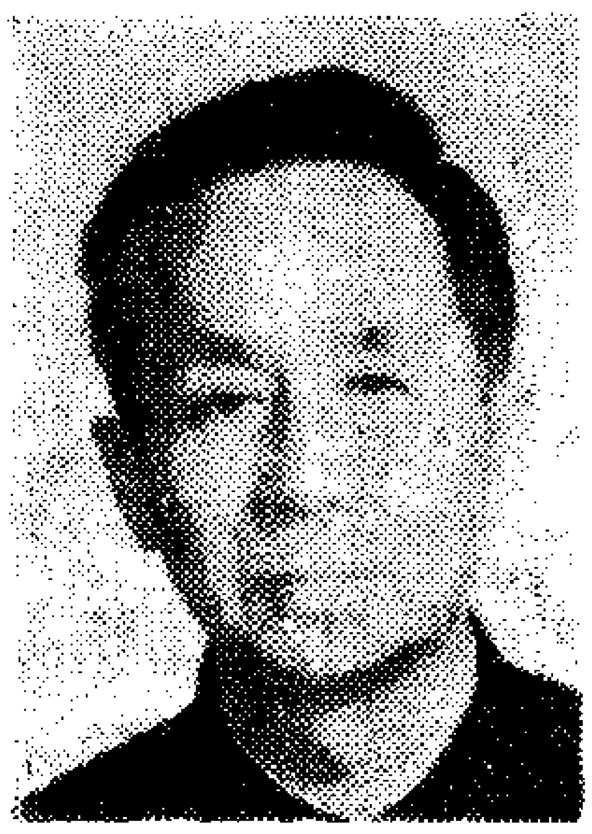
参 考 文 献

[1] Keeney, R. L. and Raiffa, H., Decisions with Multiple Objectives, Wiley, New York, (1976).
[2] 陈珽，决策分析，科学出版社，(1987).
[3] Fishburn, P. C., Foundation of Decision Analysis: Along the Way, *Management Science*, **35**(1989), 387—405.
[4] Klein, G., Moskowitz, H. and Ravindran, A., Interactive Multiobjective Optimization under Uncertainty.

Management Science, 36(1990), 58—75.
[5] Shafer, G., A Mathematical Theory of Evidence, Princeton University Press, (1976).
[6] Sawaragi, Y. et al., Theory of Multiobjective Optimization, Academic Press Inc., (1985).



刘立平 1962年9月生于安徽. 1986年毕业于华中理工大学数学系，现为华中理工大学系统工程专业博士生. 研究领域为决策理论及方法、人工神经网络等.



陈珽 1919年生于长沙. 1946年毕业于交通大学电信研究所. 现任华中理工大学教授. 中国系统工程学会副理事长、中国自动化学会常务理事. 曾创办华中理工大学自动控制专业(1956年)和系统工程专业(1978年). 目前主要从事决策理论和方法的教学和科学研究工作.

ON THE STATIONARINESS OF EFFICIENT SOLUTION SEQUENCE IN THE MULTISTEP DECISION PROCESS

LIU LIPING CHEN TING
(Institute of Systems Engineering, Huazhong University of Science and Technology, WUHAN 430074)

ABSTRACT

In this paper, the notions and concepts about information set, semi-convergence, strong convergence, etc. are introduced and the definitions of transient efficient solution as well as its stationariness in multi-step decision process are given. Then the paper studies the relation between the conergence in the sense of topology and the strong convergence in the sense of pompeiu-Hausdauff Matrix, and proves the corresponding theorems under weak conditions. Finally the paper systematically investigates the stationariness of efficient solution sequence.

Key words: Multi-step decision process; transient efficient solution; final efficient solution; semi-stationary solution; strong stationary solution.