第19卷 第2期 自动化学报 Vol. 19, No. 2
1993年3月 ACTA AUTOMATICA SINICA Mar., 1993

一类确定性多变量非线性系统的自适应控制[1)]

张竞新
(东北工学院自控系,沈阳 110006)

摘　要

本文研究了可用确定性多变量 Hammerstein 模型描述的一类多变量非线性系统的自适应控制,基于对一步最优控制律所产生的闭环系统的稳定性条件的分析,提出了一种适用于线性部分为具有任意关联矩阵的非最小相位系统的简单次优控制律及相应的直接自适应控制算法,并证明了算法的全局收敛性.

关键词: 自适应控制,非线性系统,多变量系统,稳定性,收敛性.

一、引　言

文[1]讨论了随机多变量 Hammerstein 系统的自适应控制问题,所提出的最小方差控制律仅能用于线性部分的关联矩阵是对角形的最小相位系统. 而在实际应用中,如用此类模型描述含执行机构非线性的连续多变量系统,其线性部分往往是非最小相位的. 对于线性系统,通常的解决办法是采用控制加权一步最优控制律[2]. 但对于此类非线性系统,在性能指标中包含 $u(t)$ 加权项的一步最优控制律很复杂不适于自适应控制[3],而且由于闭环系统的方程十分复杂,其稳定性条件很难分析.

本文分析了一步最优控制律所产生的闭环系统的稳定性条件,据此提出了多变量 Hammerstein 系统的一步次优控制律;该控制律结构简单,只要设计参数选择适当,不论系统线性部分是否最小相位,关联矩阵是否为对角形,均可使系统稳定. 本文还给出了实现次优控制律的自适应算法,并证明了其全局收敛性.

二、问题描述

考虑图1所示多变量非线性系统. 图中输入输出个数为2(也可推广到输入输出个数大于2的情况). 该模型可描述工业上常见的一类非线性对象,如含执行机构非线性的

本文于1989年6月30日收到.
1) 国家自然科学基金资助项目. 本文曾在1989年全国控制理论与应用年会(西安)上宣读.

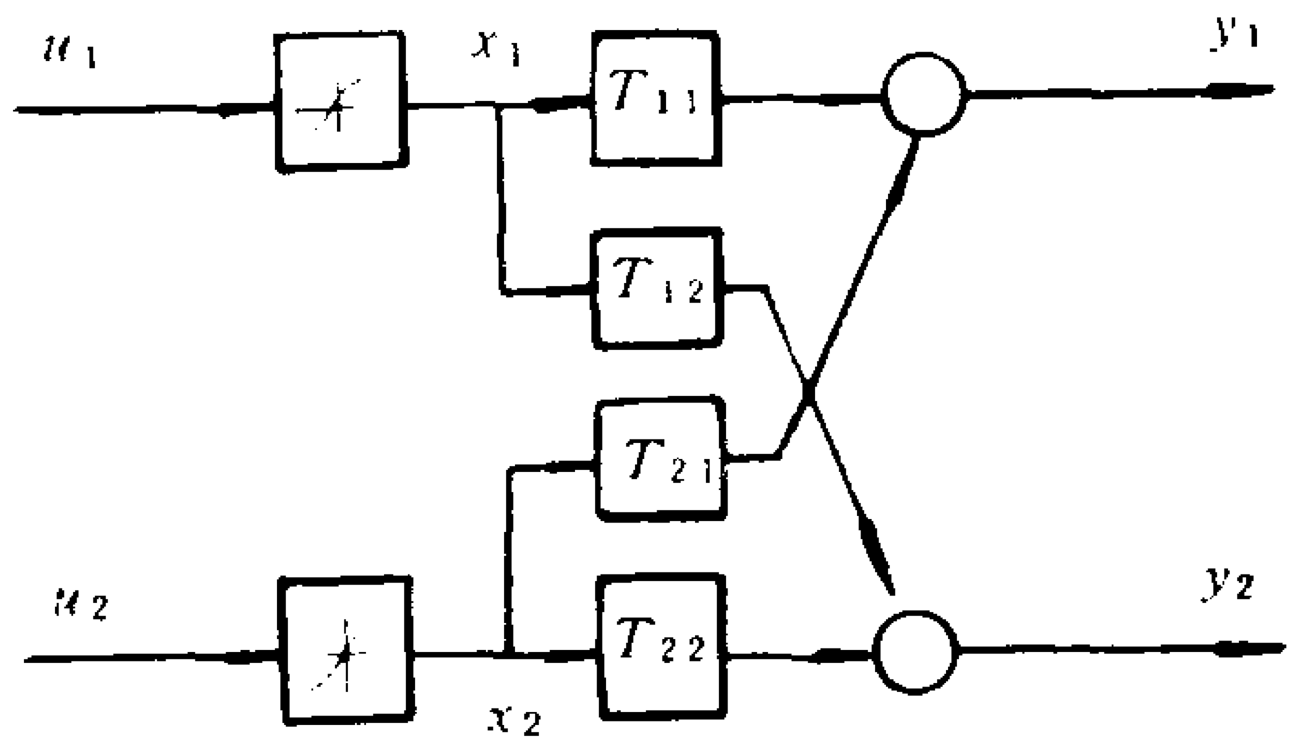

图 1　非线性系统结构

多变量被控过程．系统的数学描述为

$$A(q^{-1})\boldsymbol{Y}(t)=B(q^{-1})\boldsymbol{X}(t), \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{Y}(t)$，$\boldsymbol{X}(t)\in R^r$，分别是系统线性部分的输入输出向量，$\boldsymbol{X}(t)$ 不可测；非线性部分满足

$$x_i(t)=d_{i0}+L_{i1}u_i(t)+L_{i2}u_i(t)^2+\cdots+L_{ip}u_i(t)^p,\ i=1,\cdots,r,$$

或

$$\boldsymbol{X}(t)=\boldsymbol{D}_0+L_1\boldsymbol{U}(t)+L_2\boldsymbol{U}(t)^2+\cdots+L_p\boldsymbol{U}(t)^p, \tag{2}$$

式中 $\boldsymbol{U}(t)\in R^r$ 是控制向量，$\boldsymbol{U}(t)^j\triangleq[u_1(t)^j u_2(t)^j\cdots u_r(t)^j]^T$，$L_j\in R^{r\times r}$，$L_j=\mathrm{diag}[L_{ij}]$，$j=1,2,\cdots,p$；$\det L_p\neq 0$，$\boldsymbol{D}_0\triangleq[d_{10}\cdots d_{r0}]^T$．

(1)式中，$A(q^{-1})$ 和 $B(q^{-1})$ 分别是后移算子 q^{-1} 的 n、m 阶多项式矩阵，$\det A(0)\neq 0$．(1)式的传递函数阵形式为

$$\boldsymbol{Y}(t)=T(q)\boldsymbol{X}(t), \tag{3}$$

$$T(q^{-1})=A(q^{-1})^{-1}B(q^{-1}). \tag{4}$$

假定 $T(q^{-1})$ 是严格真有理分式阵且对几乎所有的 z 均满秩．由文[2]知，存在唯一的下三角形关联矩阵 $\zeta(z)$，具有如下性质：

$$\lim_{z\to\infty}\zeta(z)T(z)=K, \tag{5}$$

$K<\infty$ 是非奇异矩阵，$\zeta(z)^{-1}$ 是稳定算子．

设系统(1)满足

$A1$）p 已知且为奇整数，$\zeta(z)$ 已知．

$A2$）n 和 m 的上界已知．

在上述假设中对多项式矩阵 $B(q^{-1})$ 未加任何限制，因此系统(1)可是非最小相位系统．

现设计一控制律使系统(1)稳定，并使系统输出向量 $\boldsymbol{Y}(t)$ 尽可能地跟踪一有界参考向量序列 $\{\boldsymbol{Y}^*(t)\}$．

(1) 式可写成

$$A(q^{-1})\boldsymbol{Y}(t)=\sum_{j=1}^{p}B_j(q^{-1})\boldsymbol{U}(t)^j+\boldsymbol{D}_1, \tag{6}$$

其中

$$B_j(q^{-1})\triangleq B(q^{-1})L_j,\ j=1,\cdots,p, \tag{7}$$

$$\boldsymbol{D}_1 \triangleq B(1)\boldsymbol{D}_0. \tag{8}$$

三、一步次优控制

经典一步最优性能指标为[1,2]

$$J = \|P(q^{-1})\zeta(q)[\boldsymbol{Y}(t) - \boldsymbol{Y}^*(t)]\|^2 \tag{9}$$

式中 $P(q^{-1})$ 是 q^{-1} 的多项式矩阵，$\det P(0) \neq 0$.

定义
$$\boldsymbol{\phi}(t) \triangleq P(q^{-1})\zeta(q)\boldsymbol{Y}(t), \tag{10}$$

由文[2]可得 $\boldsymbol{\phi}(t)$ 的最优预报方程

$$\boldsymbol{\phi}(t) = \alpha(q^{-1})\boldsymbol{Y}(t) + \beta(q^{-1})\boldsymbol{X}(t), \tag{11}$$

其中
$$\alpha(q^{-1}) = \alpha_0 + \alpha_1 q^{-1} + \cdots + \alpha_{n_1} q^{-n_1}, \tag{12}$$

$$\beta(q^{-1}) \triangleq F(q)B(q^{-1}) = \beta_0 + \beta_1 q^{-1} + \cdots + \beta_{n_2} q^{-n_2}, \tag{13}$$

$$\beta_0 = P_0 K, \quad \det\beta_0 \neq 0,$$

$$P(q^{-1})\zeta(q) = F(q)A(q^{-1}) + \alpha(q^{-1}), \tag{14}$$

$F(q) = F_1 q + F_2 q^2 + \cdots + F_k q^k$，$k = \zeta(q)$ 中最大引前项幂次.

预报方程(1)可写成

$$\boldsymbol{\phi}(t) = \alpha(q^{-1})\boldsymbol{Y}(t) + \sum_{j=1}^{p} \beta_j(q^{-1})\boldsymbol{U}(t)^j + \boldsymbol{D}, \tag{15}$$

其中

$$\beta_j(q^{-1}) \triangleq \beta(q^{-1})L_j, \quad \boldsymbol{D} \triangleq \beta(1)\boldsymbol{D}_0, \tag{16}$$

使 J 取极小的最优控制律为[1]

$$\boldsymbol{\phi}(t) - P(q^{-1})\zeta(q)\boldsymbol{Y}^*(t) = 0. \tag{17}$$

(17)式是关于控制向量 $\boldsymbol{U}(t)$ 的各元 $u_i(t)$ 的 p 阶联立方程组，控制向量 $\boldsymbol{U}(t)$ 可按文[1]所述用标准数值解法由该式解出.

由(6),(17)式可推出由最优控制律(17)所产生的闭环系统方程

$$\begin{bmatrix} A(q^{-1}) & -B_p(q^{-1}) \\ P(q^{-1})\zeta(q) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{Y}(t) \\ \boldsymbol{U}(t)^p \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^{p-1} \begin{bmatrix} B_j(q^{-1}) \\ 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{U}(t)^j + \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{D}_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ P(q^{-1})\zeta(q) \end{bmatrix} \boldsymbol{Y}^*(t), \tag{18}$$

由此方程可得稳定性定理.

引理 1. 设 $\boldsymbol{S}(t)$、$\boldsymbol{V}(t)$ 为实向量序列，定义 $\boldsymbol{S}(t)^i \triangleq [s_1(t)^i, \cdots, s_r(t)^i]^T$. 如对某固定的 $K_1, K_2, K_{3j} > 0$，$j = 1, \cdots, p-1$，有

$$\|\boldsymbol{S}(t)^p\| \leqslant K_1 + K_2 \max_{1 \leqslant \tau \leqslant t} \|\boldsymbol{V}(\tau)\| + \sum_{j=1}^{p-1} K_{3j} \max_{1 \leqslant \tau \leqslant t} \|\boldsymbol{S}(\tau)^j\|, \tag{19}$$

则存在常数 K，$m > 0$ 使下式成立:

$$\|\boldsymbol{S}(t)^r\| \leqslant K \max_{1 \leqslant \tau \leqslant t} \|\boldsymbol{V}(\tau)\| + m.$$

证明. 见附录.

定理 1. 如 $\det P(q^{-1})\zeta(q)B_p(q^{-1}) \neq 0$，$|q| \geqslant 1$，则闭环系统(18)在 $\boldsymbol{Y}(t)$、$\boldsymbol{U}(t)^i$，

$j=1,\cdots,p$ 有界意义上稳定.

证明. 设(18)为以 $\boldsymbol{Y}(t)$、$\boldsymbol{U}(t)^p$ 为输出、以 $\boldsymbol{Y}^*(t)$、$\boldsymbol{D}_1$、$\boldsymbol{U}(t)^j$, $j=1,\cdots,p-1$ 为输入的多变量系统，如

$$\det\begin{bmatrix} A(q^{-1}) & -B_p(q^{-1}) \\ P(q^{-1})\zeta(q) & 0 \end{bmatrix} = \det P(q^{-1})\zeta(q)\det B_p(q^{-1}) \neq 0, \quad |q| \geqslant 1,$$

则由迭加原理和文[2]引理 $B.3.3$ 可得

$$\|[\boldsymbol{Y}^T(t)\boldsymbol{U}^T(t)^p]\| \leqslant C_1 + C_2 \max_{1\leqslant\tau\leqslant t} \|\boldsymbol{Y}^*(t)\| + \sum_{j=1}^{p-1} C_{3j} \max_{1\leqslant\tau\leqslant t} \|\boldsymbol{U}(\tau)^j\|, \tag{20}$$

由(20)式、引理 1 及 $\boldsymbol{Y}^*(t)$ 的有界性立即可得定理.　　证毕.

定理 1 的结论似乎很平常. 因 $\zeta(q)$ 是一稳定算子[2], $B_p(q^{-1}) = B(q^{-1})L_p$, L_p 是非奇异常值矩阵，如 $P(q^{-1}) = I$, 定理中的条件无非是要求系统(1)是最小相位的. 这与熟知的一步最优控制应用于一般线性系统时的稳定性条件毫无区别. 但实际上此定理提供了改进控制律(17)的重要信息. 因为稳定性仅取决于 $B_p(q^{-1})$ 的零点，如设计一种可任意移动 $B_p(q^{-1})$ 零点的控制律，即可控制非最小相位系统.

考查线性系统控制加权一步最优控制律[2,4]

$$\boldsymbol{\phi}(t) - P(q^{-1})\zeta(q)\boldsymbol{Y}^*(t) + R(q^{-1})\boldsymbol{U}(t) = 0 \tag{21}$$

其中 $R(q^{-1})$ 是 q^{-1} 的多项式矩阵.(21)式中 $R(q^{-1})\boldsymbol{U}(t)$ 项为调整闭环系统的极点提供了足够的灵活性. 只要 $P(q^{-1})$ 和 $R(q^{-1})$ 这两个设计多项式矩阵选择适当，(21)式可用于任何 $\zeta(q)$ 已知的多变量线性系统. 比较(17),(21)式可发现，如在(17)式中加入与 $R(q^{-1})\boldsymbol{U}(t)$ 类似的一项，即有可能移动 $B_p(q^{-1})$ 的零点. 因为 $\|\boldsymbol{U}(t)^p\|$ 是 $\|\boldsymbol{U}(t)^j\|$, $j=1,\cdots,p$ 中的主导项，因此在修正的控制律中用 $\boldsymbol{U}(t)^p$ 代替(21)中的 $\boldsymbol{U}(t)$ 是合理的. 于是可得如下改进的控制律(以下称一步次优控制律):

$$\boldsymbol{\phi}(t) - P(q^{-1})\zeta(q)\boldsymbol{Y}^*(t) + R(q^{-1})\boldsymbol{U}(t)^p = 0, \tag{22}$$

(22)式也是 $\boldsymbol{U}(t)$ 各元 $u_i(t)$, $i=1,\cdots,r$ 的 p 阶联立方程组，一步次优控制向量 $\boldsymbol{U}(t)$ 可用数值解法求解.

可以证明，只要 $P(q^{-1})$、$R(q^{-1})$ 选择适当，不论 $B(q^{-1})$ 是否稳定，(22)式都能使系统闭环稳定.

定理 2. 如选择 $P(q^{-1})$ 和 $R(q^{-1})$ 使

$$f(q^{-1}) \triangleq \det\begin{bmatrix} A(q^{-1}) & -B_p(q^{-1}) \\ P(q^{-1})\zeta(q) & R(q^{-1}) \end{bmatrix} \neq 0, \quad |q| \geqslant 1, \tag{23}$$

则次优控制律用于系统(1)时保证

$S1)$ $Y(t)$、$\boldsymbol{U}(t)^j$, $j=1,\cdots,p$, 有界，$\forall t$.

$S2)$ $\{P(q^{-1})\zeta(q)[\boldsymbol{Y}(t) - \boldsymbol{Y}^*(t)] + R(q^{-1})\boldsymbol{U}(t)^p\} = 0$,

$S3)$ 如 $R(1) = 0$, $\boldsymbol{Y}^*(t) =$ 常值向量，则 $\lim\limits_{t\to\infty}[\boldsymbol{Y}(t) - \boldsymbol{Y}^*(t)] = 0$.

证明. 由(6),(10),(22)式立即可得(22)式所产生的闭环系统

$$\begin{bmatrix} A(q^{-1}) & -B_p(q^{-1}) \\ P(q^{-1})\zeta(q) & R(q^{-1}) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{Y}(t) \\ \boldsymbol{U}(t)^p \end{bmatrix}$$

$$= \sum_{j=1}^{p-1} \begin{bmatrix} B_j(q^{-1}) \\ 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{U}(t)^j + \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{D}_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ P(q^{-1})\zeta(q) \end{bmatrix} \boldsymbol{Y}^*(t). \tag{24}$$

如 $f(q^{-1})$ 稳定，应用类似定理1的证明方法立即可得定理结论 $S1)$—$S3)$. 证毕

四、自适应控制

预报方程(15)可写成回归向量形式

$$\boldsymbol{\phi}(t) = P(q^{-1})\zeta(q)\boldsymbol{Y}(t) = \theta_0^T\boldsymbol{\phi}(t), \tag{25}$$

式中

$$\theta_0 \triangleq [\alpha_0 \cdots \alpha_{n_1}\ \beta_{10} \cdots \beta_{1n_2} \cdots \beta_{p0} \cdots \beta_{pn_2}\ \boldsymbol{D}]^T, \tag{26}$$

$$\boldsymbol{\phi}(t) \triangleq [\boldsymbol{Y}^T(t) \cdots \boldsymbol{Y}^T(t-n_1)\boldsymbol{U}^T(t) \cdots \boldsymbol{U}^T(t-n_2) \cdots \boldsymbol{U}^T(t)^p \cdots \boldsymbol{U}^T(t-n_2)^p 1]^T. \tag{27}$$

次优控制律可写成

$$\theta_0^T\boldsymbol{\phi}(t) - P(q^{-1})\zeta(q)\boldsymbol{Y}^*(t) + R(q^{-1})\boldsymbol{U}(t)^p = 0. \tag{28}$$

由(25),(26)式可得如下自适应算法:

$$\theta(t) = \theta(t-1) + K(t)\boldsymbol{e}(t), \tag{29}$$

$$\boldsymbol{e}(t) = P(q^{-1})\zeta(q)\boldsymbol{Y}(t-k) - \theta(t-1)^T\boldsymbol{\phi}(t-k), \tag{30}$$

$$\theta(t)^T\boldsymbol{\phi}(t) - P(q^{-1})\zeta(q)\boldsymbol{Y}^*(t) + R(q^{-1})\boldsymbol{U}(t)^p = 0, \tag{31}$$

其中时变增益阵 $K(t)$ 可用投影算法或最小二乘算法计算[2]. 这里仅考虑常用的最小二乘法.

$$K(t) = \frac{P(t-k-1)\boldsymbol{\phi}(t-k)}{1 + \boldsymbol{\phi}(t-k)^T P(t-k-1)\boldsymbol{\phi}(t-k)}, \tag{32}$$

$$P(t-k) = P(t-k-1)\left[I - \frac{\boldsymbol{\phi}(t-k)\boldsymbol{\phi}(t-k)^T P(t-k-1)}{1 + \boldsymbol{\phi}(t-k)^T P(t-k-1)\boldsymbol{\phi}(t-k)}\right], \tag{33}$$

该算法具有如下重要性质[2]:

$P1)$ $\lim\limits_{t\to\infty} \dfrac{\boldsymbol{e}(t)^T\boldsymbol{e}(t)}{1 + k_1\boldsymbol{\phi}(t-1)^T\boldsymbol{\phi}(t-1)} = 0,$

$P2)$ $\lim\limits_{t\to\infty} \dfrac{\boldsymbol{\varepsilon}(t)^T\boldsymbol{\varepsilon}(t)}{1 + k_1\boldsymbol{\phi}(t-1)^T\boldsymbol{\phi}(t-1)} = 0,$

其中 $k_1 = \lambda_{\max} P(-k),$

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) \triangleq P(q^{-1})\zeta(q)\boldsymbol{Y}(t-k) - \theta(t-k)^T\boldsymbol{\phi}(t-k). \tag{34}$$

定理 3. 如 $A1)$、$A2)$ 成立且离线选择的 $P(q^{-1})$、$R(q^{-1})$ 使 $f(q^{-1})$ (由(23)式定义)稳定，则自适应算法(28)—(33)用于系统(1)时在下述意义上全局稳定、收敛.

$S4)$ $\boldsymbol{Y}(t)$、$\boldsymbol{U}(t)^j$, $j = 1, \cdots, p$, 有界, $\forall t$.

$S5)$ $\lim\limits_{t\to\infty}\{P(q^{-1})\zeta(q)[\boldsymbol{Y}(t) - \boldsymbol{Y}^*(t)] + R(q^{-1})\boldsymbol{U}(t)^p\} = 0,$

$S6)$ 如 $R(1) = 0$, $\boldsymbol{Y}^*(t) =$ 常值向量，则

$$\lim_{t\to\infty} P(q^{-1})\zeta(q)\boldsymbol{Y}(t) = P(1)\zeta(1)\boldsymbol{Y}^*(t).$$

证明：由(31),(34)式可得

$$P(q^{-1})\zeta(q)\boldsymbol{Y}(t) + R(q^{-1})\boldsymbol{U}(t)^p - P(q^{-1})\zeta(q)\boldsymbol{Y}^*(t) = \boldsymbol{\varepsilon}(t+k). \tag{35}$$

由上式和(6)式可得自适应控制所产生的闭环系统方程

$$\begin{bmatrix} A(q^{-1}) & -B_p(q^{-1}) \\ P(q^{-1})\zeta(q) & R(q^{-1}) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{Y}(t) \\ \boldsymbol{U}(t)^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ P(q^{-1})\zeta(q) \end{bmatrix}\boldsymbol{Y}^*(t)$$

$$+\sum_{j=1}^{p-1}\begin{bmatrix} B_j(q^{-1}) \\ 0 \end{bmatrix}\boldsymbol{U}(t)^j + \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}\boldsymbol{D}_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}\boldsymbol{\varepsilon}(t+k). \tag{36}$$

(36)式可视为以 $\boldsymbol{Y}(t)$、$\boldsymbol{U}(t)^p$ 为输出，$\boldsymbol{Y}^*(t)$、$\boldsymbol{U}(t)^j$，$j=1,\cdots,p-1$，$\boldsymbol{D}_1$、$\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ 为输入的多变量系统. 如 $f(q^{-1})$ 稳定,则由文[2]中引理 B.3.3 迭加原理及 $\boldsymbol{Y}^*(t)$ 的有界性可得

$$\|[\boldsymbol{Y}^T(t)\boldsymbol{U}^T(t)^p]\| \leqslant C_1 + C_2 \max_{1\leqslant\tau\leqslant t}\|\boldsymbol{\varepsilon}(\tau)\|$$

$$+\sum_{j=1}^{p-1} C_{3j}\max_{1\leqslant\tau\leqslant t}\|\boldsymbol{U}(\tau)^j\|. \tag{37}$$

由(37),(27)式和引理 1 可得

$$\|\boldsymbol{\phi}(t)\| \leqslant K_1 + K_2 \max_{1\leqslant\tau\leqslant t}\|\boldsymbol{\varepsilon}(\tau)\|. \tag{38}$$

由上式、$P1$)、$P2$) 并应用文[2]技术引理的证明方法,立即可证定理结论 $S4$)—$S6$).

注. 如 $\zeta(q)$ 未知，可应用文[5]中估计 $\zeta(q)$ 的方法,并可得到类似上述的全局收敛性定理.

五、结 束 语

本文提出了一种简单的次优控制律及其相应的自适应算法，该算法可用于线性部分为具有任意关联矩阵的非最小相位系统的多变量 Hammerstein 系统的自适应控制. 它是直接自适应算法,不需辨识模型参数和计算控制器参数,在某些场合可节省计算量；但其辨识参数的个数直接依赖于 $B(q^{-1})$ 的阶次 m、系统维数 r 和非线性阶次 p. m 每增加 1 参数增加 r^2p, p 增加 1 参数增加 $r^2(m+k)$, r 增加 1 参数增加$(2r+1)(m+k)p$. 因此当 k 或 p 较大时,估计参数急剧增加. 故对此类非线性系统,当 k 和 p 较大时，采用间接自适应算法更为合适. 对单变量系统,文[6]给出了在随机环境下的间接自适应算法及收敛性分析结果,文[7]给出了在线校正 $P(q^{-1})$、$R(q^{-1})$ 的确定性间接自适应算法及收敛性分析结果. 这些结果均可推广到多变量系统. 对于随机多变量 Hammerstein 系统,亦可得到类似本文的自适应次优控制算法及全局收敛性分析结果,详见文[8].

附　　录

引理 1 证明.

如 $\boldsymbol{S}(t)$ 有界,引理成立. 设 $\boldsymbol{S}(t)$ 无界,则 $\max\limits_{1\leqslant\tau\leqslant t}\|\boldsymbol{S}(\tau)\|$ 是一无界序列, 必有子列 t_k 和常数 T 存在,使下式成立

$$\|\boldsymbol{S}(t)\|\leqslant\|\boldsymbol{S}(t_k)\| = \max_{1\leqslant\tau\leqslant t}\|\boldsymbol{S}(\tau)\|, \ \lim_{t_k\to\infty}\|\boldsymbol{S}(t_k)\| = \infty, \tag{A.1}$$

$$s_m(t_k) \triangleq \max_{1\leqslant i\leqslant r}|s_i(t_k)| \geqslant 1, \ t\geqslant T.$$

由(19) (A.1) 式可得

$$\|S(t_k)^p\| \leqslant K_1 + K_2 \max_{1\leqslant\tau\leqslant t} \|V(\tau)\| + \sum_{j=1}^{p-1} K_{3j} \max_{1\leqslant\tau\leqslant t} \|S(\tau)^j\|,$$

$$1 \leqslant [K_1 + K_2 \max_{1\leqslant\tau\leqslant t} \|V(\tau)\|]/\|S(t_k)^p\| + \sum_{j=1}^{p-1} K_{3j}\|S(t_k)^j\|/\|S(t_k)^p\|. \tag{A.2}$$

由 $\|S\|$ 的定义

$$\|S(t_k)^j\|/\|S(t_k)^p\| = \left\{\sum_{i=1}^{r} [s_i(t_k)^j]^2 / \sum_{i=1}^{r} [s_i(t_k)^p]^2\right\}^{1/2}$$

$$\leqslant \left\{\sum_{i=1}^{r} [s_i(t_k)^j]^2/[s_m(t_k)^p]^2\right\}^{1/2}$$

$$\leqslant \left\{\sum_{i=1}^{r} [S_m(t_k)^j]^2/[S_m(t_k)^p]^2\right\}^{1/2}$$

$$\leqslant \left\{\sum_{i=1}^{r} [1/s_m(t_k)]^2\right\}^{1/2} = r^{1/2}/s_m(t_k),$$

$$j = 1,\cdots,p-1,\quad t \geqslant T.$$

代入($A.2$)式得

$$1 \leqslant [K_1 + K_2 \max_{1\leqslant\tau\leqslant t} \|V(\tau)\|]/\|S(t_k)^p\| + \mu(t_k),\quad t \geqslant T.$$

式中

$$\mu(t_k) \triangleq K_4/s_m(t_k),\quad K_4 \triangleq r^{1/2}\sum_{j=1}^{p-1} K_{3j} > 0.$$

由此式可得

$$[1-\mu(t_k)]\|S(t_k)^p\| \leqslant K_1 + K_2 \max_{1\leqslant\tau\leqslant t} \|V(\tau)\|,\quad t \geqslant T.$$

取 T 足够大，使得 $K_4/s_m(t_k) \leqslant 1/2$，则

$$\|S(t_k)^p\| \leqslant 2[K_1 + K_2 \max_{1\leqslant\tau\leqslant t} \|V(\tau)\|],\quad t \geqslant T.$$

由($A.1$)式可得

$$\|S(t)^p\| \leqslant \|S(t_k)^p\| \leqslant 2[K_1 + K_2 \max_{1\leqslant\tau\leqslant t} \|V(\tau)\|],\quad t \geqslant T.$$

因 $t \leqslant T$ 时 $\|S(t)\|$ 有界，记界为 $N \geqslant 0$，则

$$\|S(t)^p\| \leqslant N + 2[K_1 + K_2 \max_{1\leqslant\tau\leqslant t} \|V(\tau)\|] = K \max_{1\leqslant\tau\leqslant t} \|V(\tau)\| + m,\quad \forall t > 0.$$

证毕

参 考 文 献

[1] Anbumani, K., L. M. Patnaik and I. G. Sarma, Self-tuning Control of a Class of Multivariable Nonlinear Systems, *Int. J. Systems Sci.*, **12**(1981), 1273—1285.

[2] Goodwin G. C. and K. S. Sin, Adative Prediction, Filtering and Control, Prentice-Hall, 1984.

[3] Zhang Jingxin and Lang Shijun, Self-tuning generalized minimum variance control of nonlinear systems of Hammerstein model. Proc 21st International Conference BIAS'87 Control of Industrial Processes, Milan, Italy, 1987.

[4] Clarke, D. W and P. J. Gawthrop, Self-tuning controller, *Proc. IEE*, **122**(1975), 929—934.

[5] Dugard, L. and G. C. Goodwin, Prior knowledge in model reference adaptive control of multi-input multi-output systems, Proc. 22th CDC. 455—459, (1983).

[6] Zhang Jingxin and Lang Shijun, Indirect adaptive suboptimal control for linear dynamic systems having polynomial nonlinearities, *IEEE Trans. Automa. Contr.*, **33**(1988), 389—392.

[7] Zhang Jingxin and Lang Shijun, Explicit self-tuning control for a class of nonlinear systems, *Automatica*, 4(1989), 593—596.

[8] Zhang Jingxin and Lang Shijun, Adaptive control of a class of multivariable nonlinear systems and convergence analysis, *IEEE Trans. Automa. Contr.*, **34**(1989), 787—791.

张竞新　1976 年毕业于东北工学院，1983—1984 年在该院获工学硕士、博士学位。1977—1980年在中国科学院沈阳自动化研究所工作，1983 年起在东北工学院任教，1988 年被破格提升为副教授。1989—1990 年在意大利 Florence 大学合作研究。在国内外发表论文 30 余篇，1989 年获霍英东教育基金会高校优秀青年教师研究基金。主要研究兴趣为：自适应控制、系统辨识和人工神经网络在控制中的应用。

ADAPTIVE CONTROL OF A CLASS OF DETERMINISTIC NONLINEAR MULTIVARIABLE SYSTEMS

ZHANG JIANGXIN

(*Dept. of Automatic Control, Northeast University of Technology, Shenyang* 110006)

ABSTRACT

This paper is concerned with adaptive control of a class of nonlinear systems which can be characterized by a deterministic multivariable H mmerstein model. Based on the analysis of the closed-loop system resulted from one-step-ahead optimal control, a simple suboptimal control law and its adaptation algorithm are proposed for the control of this class of systems whose linear part is not necessarily minimum phase and possesses an arbitrary interactor matrix. The global convergence of the proposed adaptation algorithm is also proved.

Key words: Adaptive control, nonlinear systems, multivariable systems, stability, convergence.