

# 有结构摄动非线性系统的鲁棒绝对稳定性

赵克友

(青岛大学电气工程系, 266071)

## 摘要

考虑非线性闭环系统的鲁棒绝对稳定性, 系统的线性部分受结构摄动以区间传递函数表示, 而其非线性(不确定)反馈函数在一个扇区内。将鲁棒性分析的现代结果与经典的圆判据相结合, 给出检验上述系统鲁棒绝对稳定性的方法。这个方法只用到 16 个特别选出的传递函数的奈氏曲线。这个数目不随系统的线性部分的阶次增高而加大, 在某些特别情况下却可能更小。于是, 将原问题的计算复杂性降到了一个非常低的水平。

**关键词:** 非线性摄动系统, 绝对稳定性, 鲁棒性, 频域法。

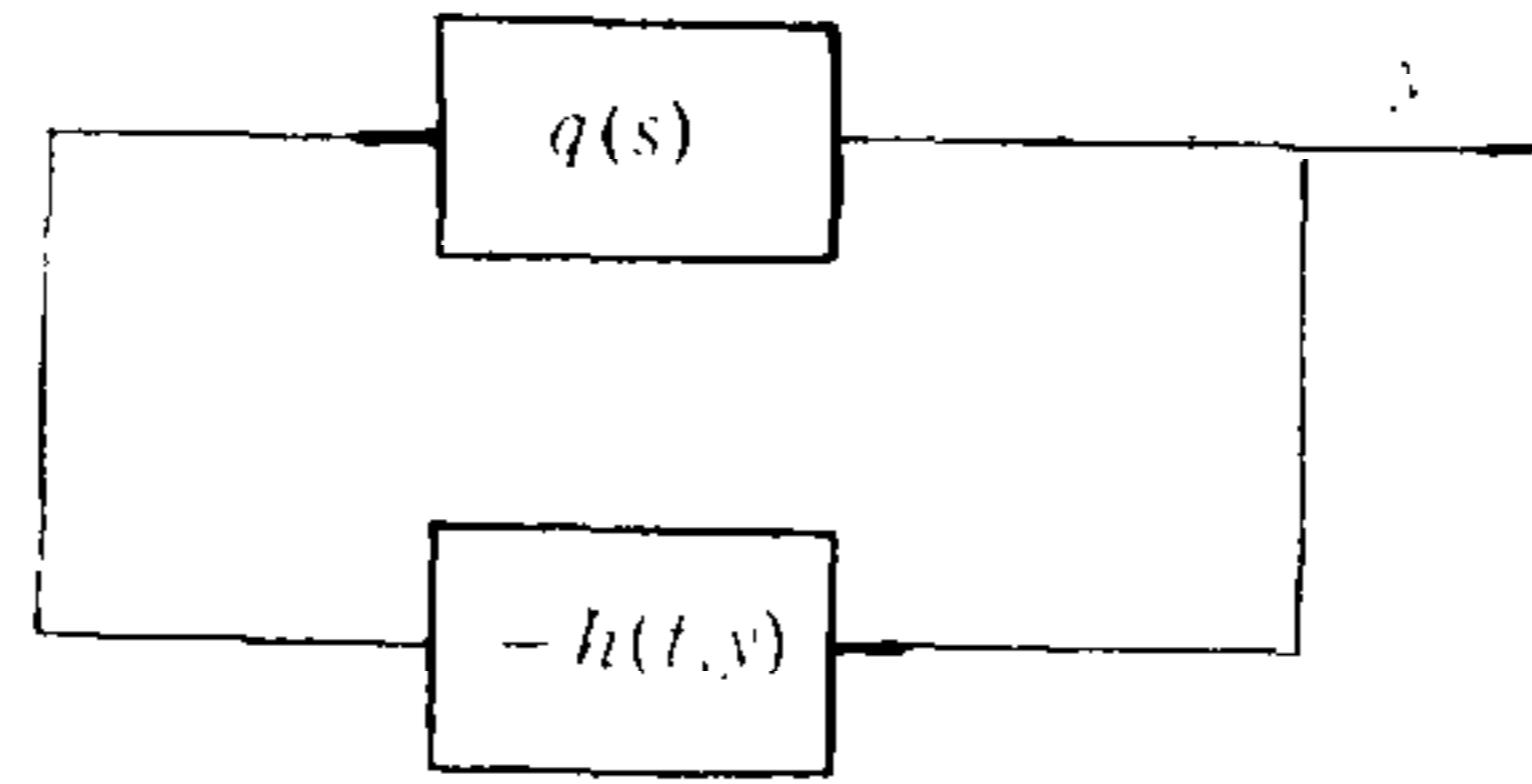
## 一、引言

模型的摄动可使系统已有的性能, 尤其是稳定性变坏, 因此要求系统不仅仅稳定且必须具备好的稳定鲁棒性。线性模型的摄动可分为参数结构上的与高频非结构上的。自哈氏 (Kharitonov) 关于区间多项式族稳定性的结果<sup>[1]</sup>发表以来, 对于结构型摄动线性系统稳定鲁棒性的研究已取得瞩目进展<sup>[2]</sup>。

经典的绝对稳定性考虑的是不确定非线性闭环系统平衡点的全局渐近稳定性, 但不确定性仅限于一个增益函数上(由某扇区所界), 当系统的线性部分同时受到摄动时, 是否能维持闭环的稳定性呢? 此问题为“非线性系统的鲁棒绝对稳定性”, 文[3]考虑了上述问题, 但只给出简单情况下的判据。文[4]将棱边定理与经典的圆判据相结合给出了有用判据, 但其线性部分的摄动仅限于有限个模型的凸组合上。本文继续讨论非线性系统的鲁棒绝对稳定性, 允许线性部分摄动用区间传递函数来描述, 它可以是不稳定或临界稳定的。通过将经典的圆判据与鲁棒性分析的最新结果相结合, 给出适合工程应用的频域判据。判据只用到 16 个特别选出传递函数的奈氏曲线, 在特殊情况下用到的数目会更少。当线性部分无任何摄动时, 即化为经典的圆判据。

## 二、符号及预备知识

以  $\mathbf{R}$  记  $(-\infty, +\infty)$ ; 开的左半复平面, 虚轴及开的右半复平面分别以  $\mathbf{C}^-$ ,  $\mathbf{C}^0$  与  $\mathbf{C}^+$  记之。对于在  $\mathbf{C}^+$  有界且解析的函数  $f(s)$ , 规定  $\|f\|_\infty := \sup_{\omega \in \mathbf{R}} |f(j\omega)|$ 。在涉及到真有

图1 图中  $q(s)$  为  $g(s)$ 

理传递函数  $g(s)$  的  $H_\infty$  范数时, 蕴含  $g(s)$  是稳定的, 即  $g(s)$  的全部极点位于  $\mathbf{C}^-$ .

在图 1 所示非线性闭环系统中, 线性部分用传递函数  $g(s)$  来表示, 不确定的增益函数以  $h(t, \cdot)$  来表示, 当  $h(t, \cdot)$  属于下面的扇区时,

$$H[k_1, k_2] := \{h(t, \cdot) \mid h(t, 0) \equiv 0, \forall t \in \mathbf{R}; \\ k_1 y^2 \leq y h(t, y) \leq k_2 y^2, \forall y \in \mathbf{R}\},$$

可以用符号  $(g(s), H[k_1, k_2])$  来记上述系统. 对于非线性系统的绝对稳定性已有受工程界欢迎的圆判据<sup>[5]</sup>.

**圆判据.** 若系统  $(g(s), H[k_1, k_2])$  满足下列条件之一, 则它就是绝对稳定的.

(i)  $0 < k_1 < k_2$ ,  $g(s)$  有  $P$  个极点在  $\mathbf{C}^+$ , 最多一个极点  $s = 0$ ,  $g(s)$  的奈氏曲线当  $\omega$  从  $-\infty$  变到  $+\infty$  时, 逆时针绕圆  $\Gamma$  转  $P$  圈且与  $\Gamma$  及其内部无交; 这里  $\Gamma$  的圆心在一  $c + j0 = -0.5 \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) + j0$ , 半径  $r = 0.5 \left| \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right|$ .

(ii)  $k_1 < 0 < k_2$ ,  $g(s)$  的全部极点在  $\mathbf{C}^-$  且其奈氏曲线全部在  $\Gamma$  内并与  $\Gamma$  无交; 此处  $\Gamma$  如(i)所述.

(iii)  $0 = k_1 < k_2$ ,  $g(s)$  无极点在  $\mathbf{C}^+$ , 最多一个极点  $s = 0$ ,  $g(s)$  的奈氏曲线全部位于  $\left\{ s \mid \operatorname{Re}(s) > -\frac{1}{k_2} \right\}$ .

(iv)  $k_1 < k_2 < 0$ , 以  $-g(s)$ ,  $-k_1$  与  $-k_2$  分别代  $g(s)$ ,  $k_2$  与  $k_1$  后满足上面条件 (i).

当非线性系统的线性部分受到摄动以传递函数集  $\mathcal{G}$  表示时, 则得到一族闭环非线性系统

$$(\mathcal{G}, H[k_1, k_2]) := \{(g(s), H[k_1, k_2]) \mid g(s) \in \mathcal{G}\}.$$

若  $\forall g(s) \in \mathcal{G}$ ,  $(g(s), H[k_1, k_2])$  都是绝对稳定的, 则称  $(\mathcal{G}, H[k_1, k_2])$  为鲁棒绝对稳定的.

$\mathcal{G}$  为如下的区间传递函数族:

$$\mathcal{G} := \left\{ \frac{n(s)}{d(s)} \mid n(s) \in \mathcal{N}, d(s) \in \mathcal{D} \right\},$$

这里的  $\mathcal{N}$  与  $\mathcal{D}$  分别表示以  $s$  为变元的实区间多项式(族),

$$\mathcal{N} := \{n(s) = n_0 + n_1 s + \cdots + n_q s^q \mid n_i \in [n_i^-, n_i^+], i = 0, 1, \dots, q\},$$

$$\mathcal{D} := \{d(s) = d_0 + d_1 s + \cdots + d_q s^q \mid d_i \in [d_i^-, d_i^+], i = 0, 1, \dots, q\},$$

其中  $n_i^-$ ,  $n_i^+$ ,  $d_i^-$  与  $d_i^+$  为给定的各系数摄动的上下界. 不失一般性, 设  $d_i^- \geq 0$ ,  $i = 0$ ,

$1, \dots, q-1$  及  $d_q^- > 0$ .

$\mathcal{N}$  与  $\mathcal{D}$  中各有 4 个称为哈氏多项式的成员

$$\begin{aligned} K_{\mathcal{N}}^1(s) &= n_0^- + n_1^- s + n_2^+ s^2 + n_3^+ s^3 + n_4^- s^4 + n_5^- s^5 + \dots, \\ K_{\mathcal{N}}^2(s) &= n_0^- + n_1^+ s + n_2^+ s^2 + n_3^- s^3 + n_4^- s^4 + n_5^+ s^5 + \dots, \\ K_{\mathcal{N}}^3(s) &= n_0^+ + n_1^- s + n_2^- s^2 + n_3^+ s^3 + n_4^+ s^4 + n_5^- s^5 + \dots, \\ K_{\mathcal{N}}^4(s) &= n_0^+ + n_1^+ s + n_2^- s^2 + n_3^- s^3 + n_4^+ s^4 + n_5^+ s^5 + \dots, \\ K_{\mathcal{D}}^1(s) &= d_0^- + d_1^- s + d_2^+ s^2 + d_3^+ s^3 + d_4^- s^4 + d_5^- s^5 + \dots, \\ K_{\mathcal{D}}^2(s) &= d_0^- + d_1^+ s + d_2^+ s^2 + d_3^- s^3 + d_4^- s^4 + d_5^+ s^5 + \dots, \\ K_{\mathcal{D}}^3(s) &= d_0^+ + d_1^- s + d_2^- s^2 + d_3^+ s^3 + d_4^+ s^4 + d_5^- s^5 + \dots, \\ K_{\mathcal{D}}^4(s) &= d_0^+ + d_1^+ s + d_2^- s^2 + d_3^- s^3 + d_4^+ s^4 + d_5^+ s^5 + \dots. \end{aligned}$$

称  $\mathcal{N}_{\mathcal{K}} := \{K_{\mathcal{N}}^i(s); i = 1, 2, 3, 4\}$  与  $\mathcal{D}_{\mathcal{K}} := \{K_{\mathcal{D}}^i(s); i = 1, 2, 3, 4\}$  分别为  $\mathcal{N}$  与  $\mathcal{D}$  的哈氏集;  $\mathcal{G}_{\mathcal{K}} := \left\{ \frac{n(s)}{d(s)} \mid n(s) \in \mathcal{N}_{\mathcal{K}}, d(s) \in \mathcal{D}_{\mathcal{K}} \right\}$  为  $\mathcal{G}$  的哈氏顶点集.

给定  $\mathcal{N}$ ,  $\mathcal{D}$  及  $c \in \mathbf{R}$ , 又能定义一个新的(实)区间多项式族, 即

$$\mathcal{A}_c := \{a(s) = a_0 + a_1 s + \dots + a_q s^q \mid a_i \in [a_i^-, a_i^+], i = 0, 1, \dots, q\}$$

其中  $a_i^- = n_i^- + c d_i^-$ ,  $a_i^+ = n_i^+ + c d_i^+$  当  $c \geq 0$  时;  $a_i^- = n_i^- + c d_i^+$ ,  $a_i^+ = n_i^+ + c d_i^-$  当  $c < 0$  时. 不难验证  $\mathcal{A}_c$  的哈氏集为

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{c\mathcal{K}} &= \{K_{\mathcal{N}}^i(s) + c K_{\mathcal{D}}^i(s); i = 1, 2, 3, 4\}, \text{ 当 } c \geq 0 \text{ 时}; \\ &\quad \{K_{\mathcal{N}}^i(s) + c K_{\mathcal{D}}^{5-i}(s); i = 1, 2, 3, 4\}, \text{ 当 } c < 0 \text{ 时}; \end{aligned}$$

由  $\mathcal{A}_c$  与  $\mathcal{D}$ , 又能引入两个新的区间传递函数族

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_c &= \left\{ \frac{a(s)}{d(s)} \mid a(s) \in \mathcal{A}_c, d(s) \in \mathcal{D} \right\}, \\ \mathcal{G}_c^{-1} &= \left\{ \frac{d(s)}{a(s)} \mid a(s) \in \mathcal{A}_c, d(s) \in \mathcal{D} \right\}. \end{aligned}$$

它们的哈氏顶点集为

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{c\mathcal{K}} &= \left\{ \frac{a(s)}{d(s)} \mid a(s) \in \mathcal{A}_{c\mathcal{K}}, d(s) \in \mathcal{D}_{\mathcal{K}} \right\}, \\ \mathcal{G}_{c\mathcal{K}}^{-1} &= \left\{ \frac{d(s)}{a(s)} \mid a(s) \in \mathcal{A}_{c\mathcal{K}}, d(s) \in \mathcal{D}_{\mathcal{K}} \right\}. \end{aligned}$$

**引理 1.** (i)  $\forall g(s) \in \mathcal{G}$ ,  $c \in \mathbf{R}$ , 则  $g(s) + c \in \mathcal{G}_c$ ;

(ii)  $\forall g(s) \in \mathcal{G}$ ,  $c \in \mathbf{R}$ ,  $c \neq 0$ , 则  $\frac{1}{g(s) + c} \in \mathcal{G}_c^{-1}$ .

**证明.** 只证 (i). 设  $g(s) = \frac{n(s)}{d(s)} \in \mathcal{G}$ .  $g(s) + c = \frac{n(s) + cd(s)}{d(s)}$ , 显然  $n(s) + cd(s) \in \mathcal{A}_c$ . 余者显然.

**引理 2.** (哈氏定理). 一个实区间多项式族是鲁棒 Hurwitz 稳定的当且仅当这族的 4 个哈氏多项式是 Hurwitz 稳定的.

为简便, Hurwitz 稳定多项式的全体将以  $\mathbf{H}$  记之.

### 三、基本引理

**引理3.** 设  $c \in \mathbf{R}$ . 如果  $\mathcal{D}_{\alpha} \subset \mathbf{H}$ , 则  $\mathcal{G}_c$  是稳定的区间传递函数族; 进而  $\forall g(s) \in \mathcal{G}, g(s) + c$  是稳定的真有理传递函数.

**证明.** 由哈氏定理,  $\mathcal{D}_{\alpha} \subset \mathbf{H} \Rightarrow \mathcal{D} \subset \mathbf{H} \Rightarrow \mathcal{G}_c$  是稳定的. 由引理1,  $g(s) \in \mathcal{G} \Rightarrow g(s) + c \in \mathcal{G}_c \Rightarrow g(s) + c$  是稳定的.  $\square$

**引理4.** 设  $c \in \mathbf{R}, c \neq 0$  及  $0 \in [a_q^-, a_q^+]$ . 若  $\mathcal{A}_{c\alpha} \subset \mathbf{H}$ , 则  $\mathcal{G}_c^{-1}$  是稳定的区间传递函数族; 进而  $\forall g(s) \in \mathcal{G}, \frac{1}{g(s) + c}$  是稳定的真有理传递函数.

**证明.** 由哈氏定理,  $\mathcal{A}_{c\alpha} \subset \mathbf{H} \Rightarrow \mathcal{A}_c \subset \mathbf{H}$ ; 再由对  $c$  的假设  $\mathcal{A}_c$  有不变的阶次  $q$ , 所以  $\mathcal{G}_c^{-1}$  是稳定的真有理区间传递函数族. 再由引理1,  $g(s) \in \mathcal{G} \Rightarrow \frac{1}{g(s) + c} \in \mathcal{G}_c^{-1} \Rightarrow \frac{1}{g(s) + c}$  是稳定的真有理传递函数.

**引理5.** 设  $\mathcal{W}$  为任意有不变阶次的真有理区间传递函数族, 其哈氏顶点集为  $\mathcal{W}_{\alpha}$ , 则  $\forall w(s) \in \mathcal{W}, \|w(s)\|_{\infty} < r$  当且仅当  $\forall w(s) \in \mathcal{W}_{\alpha}, \|w(s)\|_{\infty} < r$ .

**证明.** 范数条件蕴含  $\mathcal{W}$  是稳定族. 进一步的证明参考文[6]引理3.1的证明.

**引理6.** 设  $c \in \mathbf{R}$ . 若  $\|\tilde{g}(s)\|_{\infty} < r$  对  $\forall \tilde{g}(s) \in \mathcal{G}_{c\alpha}$  真, 则  $\|g(s) + c\|_{\infty} < r$  对  $\forall g(s) \in \mathcal{G}$  真.

**证明.** 对  $\mathcal{G}_c$  使用引理5, 由所给条件可得  $\|\tilde{g}(s)\|_{\infty} < r$  对  $\forall \tilde{g}(s) \in \mathcal{G}_c$  真. 注意引理1,  $\forall g(s) \in \mathcal{G} \Rightarrow g(s) + c \in \mathcal{G}_c \Rightarrow \|g(s) + c\|_{\infty} < r$ .

**注.** 引理6的几何含义是只要  $\mathcal{G}_{c\alpha}$  中的16个传递函数的奈氏曲线到原点的最大距离小于  $r$ , 则  $\mathcal{G}$  中任意传递函数的奈氏曲线到  $-c + j0$  的最大距离都小于  $r$ .

**引理7.** 设  $c \in \mathbf{R}, c \neq 0, 0 \in [a_q^-, a_q^+]$  及  $\mathcal{A}_{c\alpha} \subset \mathbf{H}$ . 若  $\inf_{\omega \in \mathbf{R}} |\tilde{g}(j\omega)| > r$  对  $\forall \tilde{g}(s) \in \mathcal{G}_{c\alpha}$  真, 则  $\inf_{\omega \in \mathbf{R}} |g(j\omega) + c| > r$  对  $\forall g(s) \in \mathcal{G}$  真.

**证明.** 由引理4,  $\mathcal{G}_{c\alpha}^{-1}$  进而  $\mathcal{G}_c^{-1}$  都是稳定族, 再者  $\forall g(s) \in \mathcal{G}, \frac{1}{g(s) + c}$  也是稳定的真有理传递函数. 条件  $\inf_{\omega \in \mathbf{R}} |\tilde{g}(j\omega)| > r$  对  $\forall \tilde{g}(s) \in \mathcal{G}_{c\alpha}$  真  $\Leftrightarrow \|\tilde{g}(s)\|_{\infty} < \frac{1}{r}$  对  $\forall \tilde{g}(s) \in \mathcal{G}_{c\alpha}^{-1}$  真. 注意引理5, 后者又等价于  $\|\tilde{g}(s)\|_{\infty} < \frac{1}{r}$  对  $\forall \tilde{g}(s) \in \mathcal{G}_c^{-1}$  真. 再由引

理1,  $\forall g(s) \in \mathcal{G}, \frac{1}{g(s) + c} \in \mathcal{G}_c^{-1}$ , 因此  $\left\| \frac{1}{g(s) + c} \right\|_{\infty} < \frac{1}{r}$  对  $\forall g(s) \in \mathcal{G}$  真  $\Leftrightarrow \inf_{\omega \in \mathbf{R}} |g(j\omega) + c| > r$  对  $\forall g(s) \in \mathcal{G}$  真.  $\square$

**注.** 本引理的几何意义是只要  $\mathcal{G}_{c\alpha}$  中的16个传递函数的奈氏曲线到原点的最小距离大于  $r$ , 则  $\mathcal{G}$  中任意传递函数的奈氏曲线到  $-c + j0$  点的最小距离必也大于  $r$ .

### 四、主要结果

在上节引理, 尤其是最后两个引理的基础上, 可以给出本文的主要结果了. 先给一个

简单但可能保守的结果。

**定理 1.** 若存在  $r > 0$  使  $\forall n(s) \in \mathcal{N}_x, d(s) \in \mathcal{D}_x$  有  $\left\| \frac{n(s)}{d(s)} \right\|_\infty < \frac{1}{r}$ , 则  $(\mathcal{G}, H[-r, r])$  为鲁棒绝对稳定的。

**证明.**  $\mathcal{D}_x \subset H \Rightarrow \mathcal{G}$  是稳定的区间传递函数族(哈氏定理), 由引理 5,  $\Rightarrow \forall g(s) \in \mathcal{G}$  有  $\|g(s)\|_\infty < \frac{1}{r}$ , 即  $\mathcal{G}$  中每个传递函数的奈氏曲线都在以原点为心半径  $\frac{1}{r}$  的圆内。根据圆判据即可证得  $(\mathcal{G}, H[-r, r])$  是鲁棒绝对稳定的。

定理 1 表明, 知  $\mathcal{G}$  是稳定族后画出其 16 个哈氏顶点传递函数的奈氏曲线, 找一个以原点为中心能盖住这些曲线的圆, 由其半径即可算出使系统鲁棒绝对稳定的扇区参数  $r$ 。但如某  $g(s) \in \mathcal{G}$  的谐振峰值很大, 找到的圆的半径必很大, 于是所得扇区的范围必很小; 另外本定理只适用于稳定传递函数族的情况, 因而它是比较保守的。

下面给出一个较少保守但可能要多付出一些计算代价的结果。

**定理 2.** 若存在  $k_1, k_2 \in \mathbf{R}$  使  $\mathcal{G}$  满足下列条件之一, 则  $(\mathcal{G}, H[k_1, k_2])$  为鲁棒绝对稳定的。

(i)  $0 < k_1 < k_2$ .

(a)  $\mathcal{D}$  在  $\mathbf{C}^+, \mathbf{C}^0$  与  $\mathbf{C}^-$  上分别有着不变的零点个数  $v, 0$ , 与  $q - v$  (此三元数也称为惯性指数);

(b) 至少  $\mathcal{G}$  中有这样一个成员, 其奈氏曲线当  $\omega$  从  $-\infty$  变到  $+\infty$  时逆时针绕圆  $\Gamma$  转  $v$  圈且与  $\Gamma$  及其内部无交,  $\Gamma$  的圆心在  $-c + j0 = -0.5 \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) + j0$ , 半径  $r = 0.5 \times \left| \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right|$ ;

(c)  $0 \notin [a_q^-, a_q^+]$   $\mathcal{A}_{cx} \subset H$  及  $\inf_{\omega \in \mathbf{R}} |\tilde{g}(j\omega)| > r$  对  $\forall \tilde{g}(s) \in \mathcal{G}_{cx}$  成立;

(ii)  $k_1 < 0 < k_2$ .

对  $\forall \tilde{g}(s) \in \mathcal{G}_{cx}$  有  $\|\tilde{g}(s)\|_\infty < r$ , 其中  $c$  与  $r$  见 (i) 中 (b)。

(iii)  $0 = k_1 < k_2$ .

(a)  $\mathcal{D}_x \subset H$ ;

(b) 对  $\forall g(s) \in \mathcal{G}_x$  有  $\operatorname{Re} \left\{ \frac{n(j\omega)}{d(j\omega)} \right\} > -\frac{1}{k_2} \quad \forall \omega \in \mathbf{R}$ , 此处  $\mathcal{G}_x$  为  $\mathcal{G}$  的哈氏顶点集。

(iv)  $k_1 < k_2 < 0$ , 以  $-\mathcal{G}$ ,  $-k_1$  与  $-k_2$  分别代  $\mathcal{G}$ ,  $k_2$  与  $k_1$  后满足上面的条件 (i)。

**证明.** 对各条件的充分性, (iv) 是显然的。下面逐条证明。

条件 (i) 情况.  $c = 0.5 \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) > 0$  加上条件 (c)  $\Rightarrow \mathcal{G}$  中所有传递函数的奈氏曲线位于  $\Gamma$  之外(引理 7)。根据奈氏曲线随  $\mathcal{G}$  中成员变化而连续变化这一点, 加上 (a) 与 (b) 两条,  $\Rightarrow \mathcal{G}$  中所有传递函数的奈氏曲线都绕  $\Gamma$  转  $v$  圈且与  $\Gamma$  及其内部无交,  $\Rightarrow \forall g(s) \in \mathcal{G}$ ,  $(g(s), H[k_1, k_2])$  是绝对稳定的(圆判据(i)条)。

条件 (ii) 情况.  $\Rightarrow \mathcal{D} \subset H$ (范数蕴含及哈氏定理)  $\Rightarrow \mathcal{G}$  是稳定族。由引理 6  $\Rightarrow \mathcal{G}$  中所有传递函数的奈氏曲线全都在  $\Gamma$  内  $\Rightarrow$  结论(圆判据(ii)条)。

条件 (iii) 情况,  $\Rightarrow \mathcal{G}'$  是稳定族(哈氏定理), 将文[3]的引理 3.1 用于此情况  $\Rightarrow \mathcal{G}$

中的所有传递函数的奈氏曲线全都在  $\left\{s \mid \operatorname{Re}(s) > -\frac{1}{k_2}\right\}$  内。 $\Rightarrow$  结论(圆判据(iii)条)。

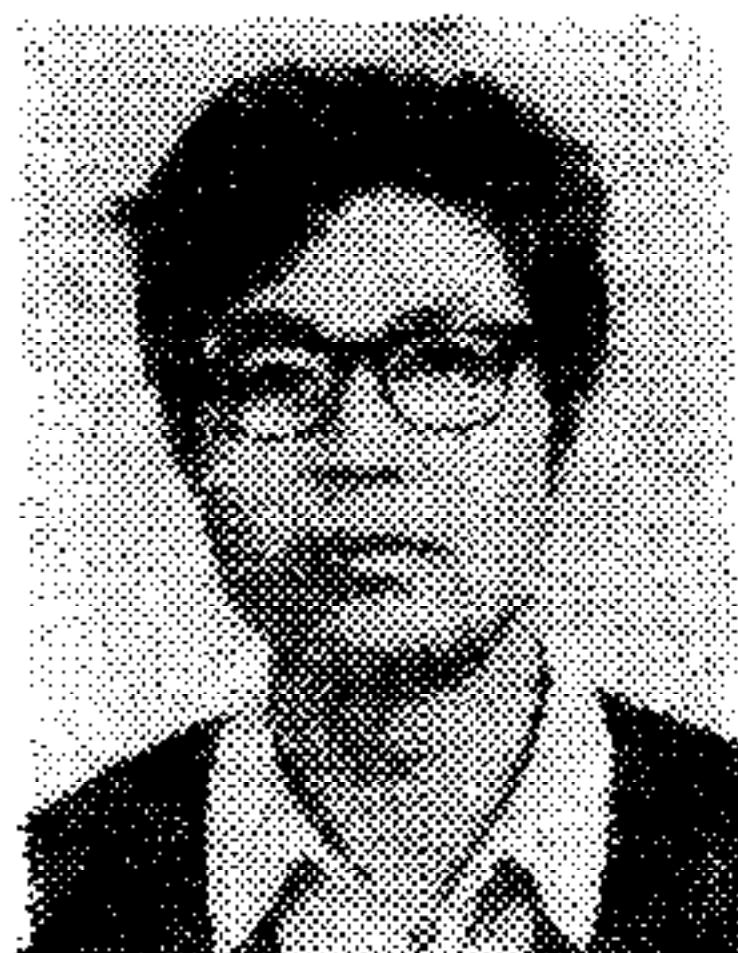
注。(1) 如何检验  $\mathcal{D}$  在  $\mathbf{C}^+$ ,  $\mathbf{C}^0$  与  $\mathbf{C}^-$  上有不变的惯性? 文[7]提供可用方法。(2) 定理条件(i)中(b)只须在  $\mathcal{G}_x$  中取一成员验证就行。(3) 条件(i)与(ii)中只用到  $\mathcal{G}_x$  中 16 个传递函数的奈氏曲线;(iii)中只用  $\mathcal{G}_x$  的 16 个传递函数的奈氏曲线。(4) 在某些特殊情况下,例如  $\mathcal{G} = \left\{ \frac{n(s)}{d(s)} \mid n(s) \in \mathcal{N}, d(s) \text{ 固定} \right\}$  或在  $\mathcal{G}$  的分子或分母中只有奇次项或偶次项摄动时,定理 2 所用传递函数的数目会更少。(5) 当  $\mathcal{G}$  只含一个传递函数时,定理 2 化为经典的圆判据。

## 五、结 束 语

本文研讨了线性部分用区间传递函数族来描述的非线性闭环系统的鲁棒绝对稳定性,给出可用于上述系统的频域判据。有限个(与系统传递函数阶次无关!)顶点传递函数的频域特性就能反映整族的鲁棒绝对稳定性,这正是现代鲁棒性分析所期待的结果。将经典的波波夫判据推广以适用于无穷非线性闭环族的绝对稳定性,将另文发表。进一步的问题是考虑含有虚轴极点这一较复杂的情况,以及线性模型含有无结构型摄动的情况,另一有意义的问题是在保证系统绝对稳定的前提下,计算其承受最大结构摄动的范围。

## 参 考 文 献

- [1] Kharitonov, V. L., Asymptotic Stability of An Equilibrium Position of a Family of Systems of Linear Differential Equations, *Differential Uravnen.*, 14(1978), 2086—2088.
- [2] 黄琳、王龙、于年才,系统鲁棒性的若干问题——背景、现状与挑战,控制理论与应用,8(1991) 11—29
- [3] Chapellat, H., Dahleh, M. and Bhattacharyya, S. P., On Robust Stability of Interval Control Systems, *IEEE trans. Automat. Contr.*, 36(1991), 59—67.
- [4] 赵克友,一类不确定系统的鲁棒绝对稳定性(英文),控制理论与应用,8(1991),353—356.
- [5] 高为炳,《非线性控制系统导论》,科学出版社(1988),236—238.
- [6] Chapellat, H., Dahleh, M. and Bhattacharyya, S. P., Robust Stability Under Structured and Unstructured Perturbations, *IEEE trans. Automat. Contr.*, 35(1990), 1100—1107.
- [7] Barmish, B. R. and Zhi, Z. C., On the Zero Exclusion Condition in Robust Stability Analysis: the Invariant Inertia Problem, *ASME J., 88-WA/DSC-13*(1988), 1—3.



**赵克友** 1968 年毕业于山东大学数学系,后从事电气产品的研制、电站及电网的设计维护与管理等技术工作。1978 年调入山东大学在数学系控制理论专业任教,1986 年调入青岛大学,先后在数学系和电气工程系任副教授。曾在国内外发表学术论文多篇。感兴趣的领域为控制理论、应用数学、微机应用及电气技术等,最近研究课题为不确定系统理论与  $H_{\infty}$  最优控制。

# ON ROBUST ABSOLUTE STABILITY OF NONLINEAR SYSTEMS WITH STRUCTURED PERTURBATIONS

ZHAO KEYOU

(Department of Electrical Engineering, Qingdao University, Qingdao 266071)

## ABSTRACT

Consider robust absolute stability for nonlinear closed-loop systems in which the linear parts are subjected to structured perturbations and described by interval transfer functions while the nonlinear (uncertain) feedback functions lie in a sector. Combining modern results on robustness analysis and the classical circle criterion, we present a criterion to examine the robust absolute stability of the systems mentioned above. Our criteria only use the frequency-domain properties of the 16 transfer functions specifically choose within the interval transfer functions. When the perturbations in the linear parts occur only on the numerators or denominators of the transfer function, it is enough to use 4 specific transfer functions. In this way, computational complexity in the original problem is reduced to an extremely low level.

**Key words:** Nonlinear perturbed systems; absolute stability.