第19卷 第2期　　自　动　化　学　报　　Vol. 19, No. 2
1993 年 3 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Mar., 1993

短　文

模型参考自适应控制方案对建模误差的鲁棒性局限

陈宗基　俞新尧
(北京航空航天大学 305 教研室，100083)

摘　　要

在现有模型参考自适应控制（MRAC）方案的结构下，不可能通过设计调节参数规律来增强对平衡点一致渐近稳定（u.a.s.）的自适应控制系统对建模误差的鲁棒性。本文通过研究能保证系统 u.a.s. 的一般形式的调节参数规律下的自适应控制系统对建模误差的鲁棒稳定性，得出了现有 MRAC 结构对 I 型建模误差具有鲁棒性、对 II 型建模误差没有鲁棒性的结论。

关键词： MRAC，建模误差，鲁棒性.

一、引　言

现有 MRAC 方案的全局一致渐近稳定性和全局收敛性都是在一系列假设下获得的，例如已知对象的最高阶，相对阶；线性时不变；最小相位；无外干扰和量测噪声；信号充分激励等. 但是这些假设在工程实际中往往不能满足，因此研究 MRAC 方案对这些因素的鲁棒性是必要的.

Rohrs 等[1]指出：MRAC 方案缺乏鲁棒性，这在当时引起了争论[2].应该指出，Rohrs 等人的结论是在没有信号充分激励条件下给出的.陈宗基研究了连续时域[3]和离散时域[4]的 Narendra 方案对建模误差的鲁棒性，获得结论：在充分激励条件下，Narendra 方案对 I 型建模误差具有鲁棒性，对 II 型建模误差没有鲁棒性. 由于 MRAC 方案的统一性，因此其结论具有一般性.

八十年代以来，人们争相研究鲁棒自适应控制方案，取得了一些结果，如 σ—修正[5] e_1—修正[6]等，利用奇异摄动方法[7]分析了这些方法对建模误差的鲁棒性. 这些努力旨在为现有的 MRAC 结构设计不同的调节参数规律，使自适应控制系统具有鲁棒性.

作者认为，应该弄清在现有结构下，利用不同的设计方法，是否有可能设计出具有更强鲁棒性的调节参数规律. 本文在文[3,4]基础上，更广泛地回答这一问题.

本文于 1991 年 11 月 21 日收到.

二、问题的描述

以 Narendra 结构的相对阶 1 的情形为代表进行研究. 图 1 为具有建模误差的 Narendra 结构，其中 $W_p^*(s)$ 代表真实对象，$W_p(s)$ 代表设计中的假设模型；$W_m(s)$ 为参考模型，满足性能要求. 设对象稳定且最小相位. 图 1 可以等价为图 2 .

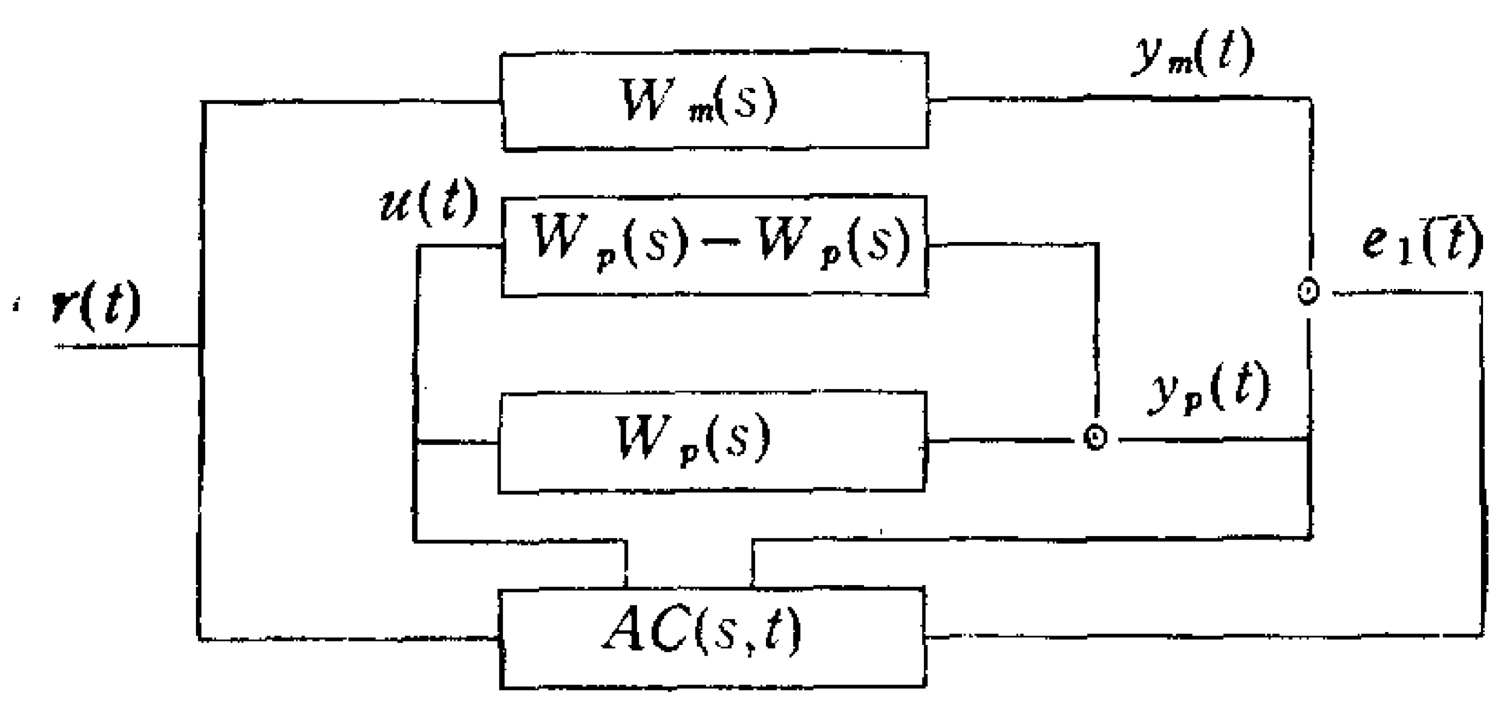

图 1 Narendra 方案结构图

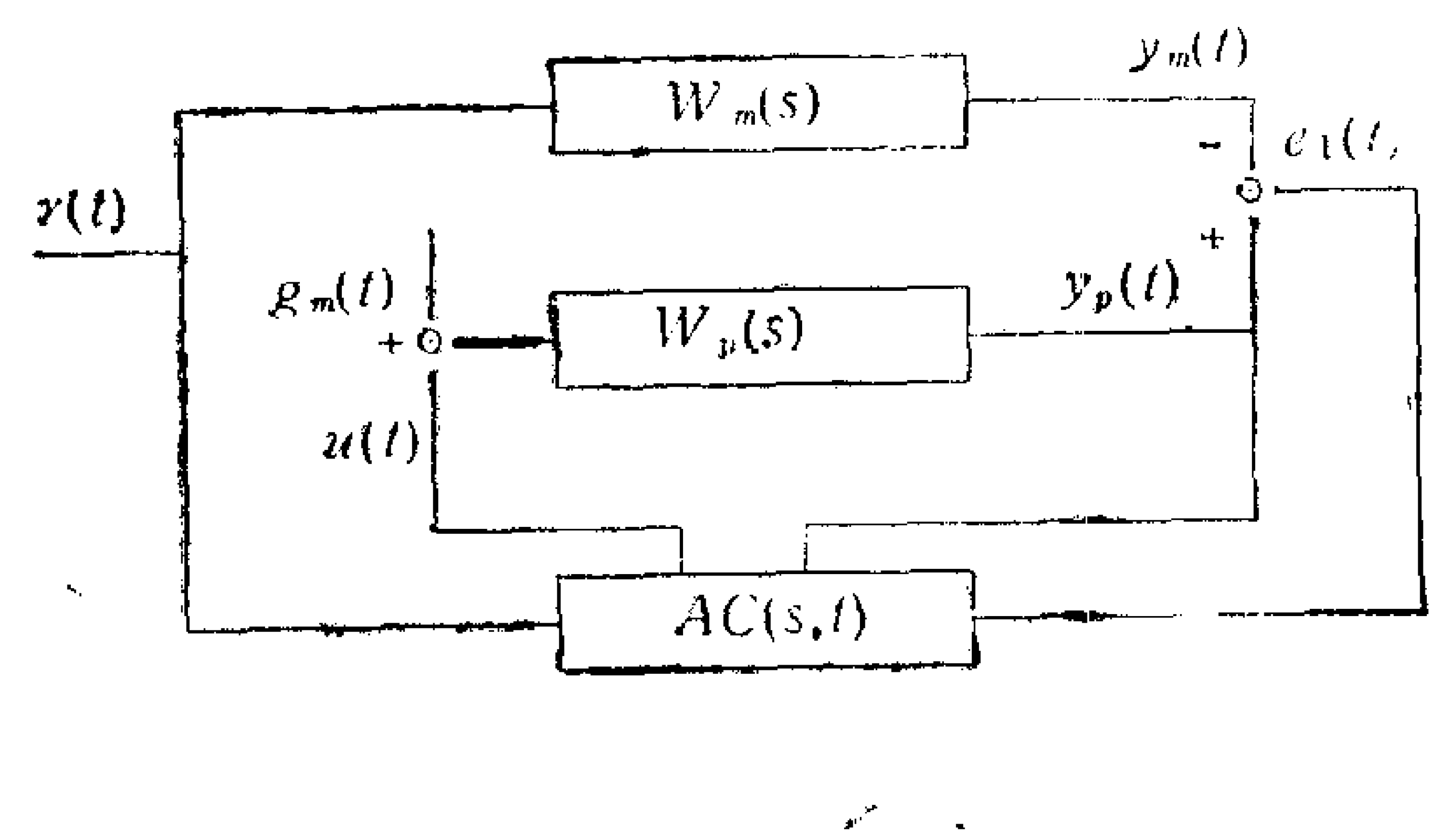

图 2 Narendra 方案结构图的等价表示

其中

$$g_m(t) = W_p^{-1}(s)[W_p(s) - W_p(s)]u(t), \tag{1}$$

上式还可以表示为状态方程形式

$$\dot{\eta} = E\eta + fu, \tag{2a}$$

$$g_m = p^T\eta + qu, \tag{2b}$$

式中

$$q + p^T(sI - E)^{-1}f = W^*{}_p(s)^{-1}[W_p(s) - W_p(s)\}, \tag{3}$$

$$f^T = (0\cdots01).$$

称 $W_p^*(s) - W_p(s)$ 为未建模部分，不妨假设其稳定，由于 $W_p(s)$ 是$W_p^*(s)$ 的数学模型，不失一般性，假设其未建模部分为稳定的，即 E 是稳定矩阵.

定义[4]. 若名义对象与实际对象具有不同最高阶但有相同相对阶，则称该名义对象具有 I 型建模误差，否则称为具有 II 型建模误差.

$\|p\| + \|q\|$ 可以反映建模误差的大小，当假设模型与真实对象吻合时，$\|p\| + \|q\| = 0$；当 $W_p^*(s) - W_p(s)$ 为 I 型建模误差时，$\|q\| = 0$；当为 II 型建模误差时，$q = -1$[3, 4].

Narendra 方案的误差方程为

$$\dot{e} = A_c e + b_c\varphi^T\omega, \tag{4a}$$

$$e_1 = h_c^T e. \tag{4b}$$

其中

$$A_c = \begin{bmatrix} A_p + d_0^* b_p h_p^T & b_p c^{*T} & b_p d^{*T} \\ b_f d_0^* h_p^T & \Lambda + b_f c^{*T} & b_f d^{*T} \\ b_f h_p^T & 0 & \Lambda \end{bmatrix},$$

$$b_c^T = [b_p^T, b_f^T, 0^T],$$
$$h_c^T = [1, 0, \cdots, 0].$$

误差方程(4)的传递函数为：

$$W_e(s) = h_c^T(sI - A_c)^{-1}b_c = (K_p/K_m)W_m(s).$$

自适应控制方案设计的核心是为（4）设计自适应调节参数规律，使自适应系统 u.a.s.。

现设调节参数规律为

$$\dot{\theta} = \dot{\varphi} = f(e, \varphi), \tag{5}$$

并设

1）复合系统(4)、(5) u.a.s.;

2）f 对 e, φ 可微.

那么当系统存在建模误差(2)时，是否能保持稳定？把(2),(4),(5)式重新写成

$$\dot{e} = A_{ce} + b_c\varphi^T\omega + b_g p^T\eta + b_g q\theta^T\omega, \tag{6a}$$
$$\dot{\theta} = \dot{\varphi} = f(e, \varphi), \tag{6b}$$

其中 $b_g^T = (b_p^T\ 0\ 0)$.

假设 $f(0,0) = 0$. 设 ω_m 为模型匹配时的回归向量，ω_m 有界，于是由假设 1), 2) 知系统

$$\dot{e} = A_c e + b_c\varphi^T\omega_m, \tag{7a}$$
$$\dot{\varphi} = f(e, \varphi) \tag{7b}$$

u.a.s..

三、对建模误差的鲁棒性分析

研究(2),(4),(5)式对建模误差的鲁棒性，先给出以下引理.

引理 1[3]. 设系统 $\dot{x}_1(t) = A(t)x_1(t), \dot{x}_2(t) = B(t)x_2(t)$ 均为 u.a.s., $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$, $D(t)$ 是分段连续函数矩阵，且 $\|C(t)\| \leqslant M, \|D(t)\| \leqslant N, \forall t$，则如下系统 u.a.s.

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A(t) & 0\\ C(t) & B(t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A(t) & D(t)\\ 0 & B(t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}.$$

引理 2[3]. 设系统 $\dot{x}(t) = A(t)x$ 为 u.a.s.，则存在 $\Delta > 0$，当 $\|B(t)\| < \Delta$ 时，

$$\dot{x}(t) = (A(t) + B(t))x \text{ 为 u.a.s.}.$$

引理 3. 设系统 $\dot{x} = A(t)x$ 为 u.a.s.，则 $\dot{x} = A(t)x + Mx^Txb$，在一个域内 u.a.s.，其中 M, b 为适维矩阵和向量.

证明从略.

引理 4[8]，系统 $\dot{x} = f(x,t) + g(x,t)$，其中 $f(x,t)$ 满足李普希茨条件，并有 $f(0, t) = 0$，$\forall t \geqslant t_0$，若该系统的自由部分是 u.a.s.，且 $\|g(x,t)\| \leqslant \delta, \delta > 0$，则该系统有界稳定.

把(5)式在平衡点附近一次近似展开

$$\dot{\varphi} = J_e e + J_\varphi \varphi, \tag{8}$$

其中

$$J_e = \left.\frac{\partial f}{\partial e}\right|_{(0,0)} J_\varphi = \left.\frac{\partial f}{\partial \varphi}\right|_{(0,0)}.$$

因为(6)式 u.a.s.,所以

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c & b_c\omega_m^T \\ J_e & J_\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \varphi \end{bmatrix} \tag{9}$$

u.a.s..

当存在建模误差(2)时,系统(2),(4),(8)变为

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c & (b_c + b_g q)\omega_m^T & b_g p^T \\ J_e & J_\varphi & 0 \\ 0 & f\omega_m^T & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \varphi \\ \eta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (b_c + b_g q)\omega_e^T \varphi \\ 0 \\ f\omega_e^T \varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_g q \mathring{\theta}^T \omega \\ 0 \\ f\mathring{\theta}^T \omega \end{bmatrix}, \tag{10}$$

式中 $\omega_e - \omega_m$,它是 e 的线性函数.

由引理 1,以下系统 u.a.s.

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c & b_c\omega_m^T & 0 \\ J_e & J_\varphi & 0 \\ 0 & f\omega_m^T & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \varphi \\ \eta \end{bmatrix}. \tag{11}$$

由引理 2,当 $\|b_g q\omega_m^T\| + \|b_g p^T\| \leqslant \Delta$ 时,(10) 式的右端仅第一项的系统 u.a.s.;由引理3,(10) 式右端无最后一项的系统在一个域内 u.a.s.;由 Lyapunov 第一近似定理可得未线性化的系统原点 u.a.s.;再由引理 4 可知(2),(4),(8)式有界稳定. 于是有以下定理:

定理. 对受扰系统(2),(4),(5),若(4),(5) u.a.s.,则存在 $\varepsilon > 0$,当 $\|p\| + \|q\| \leqslant \varepsilon$ 时,则该系统为有界 MRAC.

推论 1. 若(2)式是 I 型建模误差,则当 $\|p\| \leqslant \varepsilon$ 时,(2),(4),(5) 式为有界 MRAC.

推论 2. 若(2)式是 II 型建模误差,则当

$$\|b_g\omega_m^T\| + \|b_g p^T\| + \|b_g \mathring{\theta}^T \omega\| + \|f\mathring{\theta}^T\omega\| \leqslant \varepsilon$$

时,(2),(4),(5)式为有界 MRAC.

推论 2 的条件意味着要求 $\|\omega_m\|$、$\|p\|$、$\|f\|$、$\|\mathring{\theta}^T\omega\|$ 足够小,这表明要求指令输入足够小,而且被控对象和参考模型之间的差别足够小,这在实际工程中不仅不能满足,而且还失去了自适应控制的意义.

注 1. Narendra 方案及其结构下的 σ—修正,e_1—修正均为本文的特殊情况;

注 2. 对于相对阶大于 1 的情形,按上述思路可以获得相似结论;

注 3. 对离散时域的情形可以获得平行结论.

由此得到结论: 在现有 MRAC 结构下,在理想条件下获得的 u. a. s. 自适应控制方

案，只能对 I 型建模误差具有鲁棒性、而对 II 型建模误差没有鲁棒性，因此不可能通过设计调节参数规律来增强 u.a.s. 的自适应控制系统对建模误差的鲁棒性．作者认为，应该寻求新的 MRAC 结构，以获得鲁棒性更佳的自适应控制方案．

参　考　文　献

[1] Rohrs, C. E., et al, Robustness of Continuous-time Adaptive Control Algorithms in the Presence of Unmodelled Dynamics, *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, **AC**-30(1985), (9), 881—889.

[2] Astrom, K. J., A Commentary on the C. E. Rohrs et al. Paper "Robustness of Continuous-time Adaptive Control Algorithms In the Presence of Unmodelled Dynamics, *IEEE Trans. on Autom. Contr*, **AC**-30 (1985), (9), 889.

[3] Chen, Z. J. and Cook, P. A., Robustness of Model-eference Adaptive Control Systems with Unmodelled Dynamics, *Int. J. Contr.*, **39**(1984), (1), 201—204.

[4] 陈宗基，离散时域模型参考自适应方案对建模误差的鲁棒性分析，自动化学报，**16**(1990)，(2)，97—105.

[5] Ioannou, P. A. and Kokotovic P. V., Adaptive Systems with Reduced Models, New York, Springer-Verlag, 1983.

[6] Narendra, K. S. and Annaswamy, A. W., A New Adaptive Law for Robust Adaptation without Persistent Excitation, *IEEE Trans. on Autom, Contr.* **AC-32**(1987), (2) 134—145.

[7] Ioannou, P. A. and Kokotovic, P. V., Robust Redesign of Adaptive Control, *IEEE Trans. on Autom. Contr.* **AC-29**(1984), (3) 201—211.

[8] Popov, V. M., Hyperstability of Control Systems. Spring-Verlag. 1973.

ROBUSTNESS LIMITATION OF MRAC WITH UNMODELLED DYNAMICS

CHEN ZONGJI　YU XANYAO

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 100083)

ABSTRACT

Under the existing structures of MRAC schemes, it is no longer possible to design parameter adaptation laws to make the u. a. s. system to be more robust to modelling error. Based on the study of the robustness to modelling error of the system adapted by a general supposed form of adaptation law which has been originally de igned to drive the system u. a. s., this paper concludes that the existing structures of MRAC can only be made to be robust to type I modelling error but not to type II.

Key words: MRAC; modelling error; Robustness.