第19卷 第3期　　自 动 化 学 报　　Vol. 19, No. 3
1993 年 5 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　May, 1993

大系统的动态递阶伺服控制[1)]

熊运鸿　高为炳
(北京航空航天大学七研，北京 100083)

摘　　要

本文针对大系统的伺服控制问题，提出了动态递阶伺服控制这一新的伺服控制方案，给出了动态递阶伺服控制器的结构及动态递阶伺服控制问题可解的条件. 研究结果表明，这种伺服控制方案可用来解决有不稳定分散固定模的大系统的伺服控制问题.

关键词： 大系统，伺服控制，递阶控制，分散控制.

一、引　　言

大系统的控制问题在现代控制理论的研究中占有很重要的地位，得到过很多研究[1-2]. 其中最基本的问题之一就是大系统的伺服控制. 即为大系统寻找一个控制器，使得大系统在有外界扰动和内部参数变化的情况下，某些输出能渐近跟踪某些给定的参考信号. 1976 年 Davison 研究了线性时不变大系统在分散控制结构下的伺服问题，得到了可解的充分必要条件[1]. 该充分必要条件要求系统的分散固定模必须包含于复平面的左半平面之中.

如果大系统有不稳定的分散固定模，如何解决其伺服控制问题呢？近年来在大系统的控制领域里出现了一种新型控制策略——动态递阶控制[2]，其特点是控制器由两层组成，下层是各子系统处的分散控制器，上层是一个起协调作用的动态协同控制器. 研究结果表明，动态递阶控制能够用来处理有不稳定分散固定模的线性时不变大系统的镇定问题[2)]. 如此，对线性时不变大系统的伺服控制问题也可利用具有动态递阶结构的控制器，因而本文提出并研究一种新的伺服控制方案——动态递阶伺服控制.

本文用 $\mathbf{C}$ 表示复平面，$\mathbf{C}^-$ 表示复平面的左半平面(不包括虚轴)，$\mathbf{C}^+$ 表示右半平面(包括虚轴).

二、预备性结果

考虑有 p 个控制通道的线性时不变大系统

本文于 1992 年 1 月25日收到.

1) 国家自然科学基金资助的课题. 本文曾在 1991 年全国控制理论及其应用年会(威海)上宣读.

2) 熊运鸿，高为炳，动态递阶控制系统的镇定与最小阶问题，第三届全国控制与决策系统学术会议，沈阳(1991年).

$$\dot{x}=Ax+\sum_{i=1}^{p}B_iu_i,\ y_i=C_ix,\ i=1,2,\cdots p. \tag{1}$$

其中 $x\in R^n$ 是大系统的状态向量, $u_i\in R^{m_i}$ 和 $y_i\in R^{r_i}$ 分别是第 i 个控制通道的控制向量和观测输出向量,

$$\sum_{i=1}^{p}m_i=m,\ \sum_{i=1}^{p}r_i=r,\ A,B_i,C_i\ (i=1,2,\cdots p)$$

是具有相应维数的实矩阵.

记 $\underline{p}=\{1,2,\cdots p\}$, $\alpha=\{i_1,i_2,\cdots i_h\}$ 及 $\beta=\{j_1,j_2,\cdots j_l\}$ 均为 $\underline{p}$ 的子集. 对系统(1)采用如下的动态反馈:

$$\dot{z}=Rz+\sum_{i\in\beta}G_iy_i,\quad u_i=\begin{cases}K_iy_i+F_iz, & i\in\alpha\\ K_iy_i\ . & i\bar{\in}\alpha\end{cases} \tag{2), (3}$$

式(2),(3)是系统(1)的信息结构为(α,β)的动态递阶控制器,其中(2)式为动态协同控制器,它和某些控制站交换信息,对大系统起整体补偿作用. $R,G_i(i\in\beta)$, $F_i(i\in\alpha)$,$K_i(i\in\underline{p})$ 及 z 的维数都是待设计的,这时闭环系统可写成

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A+BKC & B_\alpha F_\alpha\\ G_\beta C_\beta & R\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ z\end{bmatrix}. \tag{4}$$

式中

$$\begin{aligned}&B=[B_1\ B_2\cdots B_p], && B_\alpha=[B_{i_1}\ B_{i_2}\cdots B_{i_h}],\\ &C=[C_1^T\ C_2^T\cdots C_p^T]^T, && C_\beta=[C_{j_1}^T\ C_{j_2}^T\cdots C_{j_l}^T]^T,\\ &F_\alpha=[F_{i_1}^T\ F_{i_2}^T\cdots F_{i_h}^T]^T, && G_\beta=[G_{j_1}\ G_{j_2}\cdots G_{j_l}],\\ &K=\mathrm{blockdiag}(K_1,K_2,\cdots K_p).\end{aligned} \tag{5}$$

记K的全体组成的集合为 $\boldsymbol{K}$, $A+BKC$ 为 A_K.

任给 $K\in\boldsymbol{K}$, 记 $\Omega_{\alpha c}(K)$ 是 (A_K,B_α) 的不可控模态集,即

$$\Omega_{\alpha c}(K)=\{s\in\mathbf{C}|\mathrm{rank}[A_K-sI\ \ B_\alpha]<n\},$$

记 $\Lambda_{\alpha c}=\bigcap_{K\in\boldsymbol{K}}\Omega_{\alpha c}(K)$, $\Omega_{\beta o}(K)$ 是 (C_β,A_K) 的不可观模态集,$\Lambda_{\beta o}=\bigcap_{K\in\boldsymbol{K}}\Omega_{\beta o}(K)$.

定义 1. 称 $\Lambda_{\alpha c}$ 为系统(1)关于α通道集的分散输入固定模集合, $\Lambda_{\beta o}$ 为系统(1)关于β通道集的分散输出固定模集合.

引理 1. $\Lambda_{\alpha c}=\{s\in\mathbf{C}|$ 存在 $\underline{p}$ 的某个子集 $\varphi\supseteq\alpha$, 使得

$$\mathrm{rank}\begin{bmatrix}A-sI & B_\varphi\\ C_{\underline{p}(-\varphi)} & 0\end{bmatrix}<n\Big\},$$

式中 $\underline{p}$-φ 表示φ在$\underline{p}$中的补集.

关于 $\Lambda_{\beta o}$ 的刻画可通过线性系统的对偶性得到.

定义 2. 给定 $\underline{p}$ 的子集 $\alpha(\beta)$, 如果对 $\underline{p}$ 的任意子集 $\varphi\supseteq\alpha$ $(\varphi\subseteq\underline{p}-\beta)$, 系统(1)满足 $C_{(\underline{p}-\varphi)}(sI-A)^{-1}B_\varphi\neq0$, 则称系统(1)是$\alpha$通道集输入关联的($\beta$ 通道集输出关联的).

引理 2. 给定 $\underline{p}$ 的子集α和 β, 如果系统(1)是α通道集输入关联和β通道集输出关联的,则系统(1)采用控制器(2),(3)可使闭环系统(4)任置极点(镇定)的充分必要条

件是 $\Lambda_{\alpha c} = \Lambda_{\beta o} = \phi$ ($\Lambda_{\alpha c} \cup \Lambda_{\beta o} \subset \boldsymbol{C}^-$).

三、动态递阶伺服控制

1. 问题的陈述及分散伺服控制的结果

考虑有 p 个控制通道的线性时不变大系统

$$\dot{x} = Ax + \sum_{i=1}^{p} B_i u_i + E\omega,\quad y_i = C_i x + D_i u_i + E_i \omega,$$
$$y_i^m = C_i^m x + D_i^m u_i + E_i^m \omega,\ e_i = y_i - y_i^{\text{ref}},\ i = 1,2,\cdots p. \tag{6}$$

其中 $\omega \in R^{\Omega}$ 是可测或不可测的扰动向量，$y_i \in R^{r_i}$ 是第 i 个控制通道需要调节的输出，y_i^{ref} 是要求 y_i 跟踪的参考信号，e_i 是 y_i 与 y_i^{ref} 间的误差，$y_i^m \in R^{r_i^m}$ 是第 i 个控制通道可用以反馈的观测输出．假设每个 y_i 均可由 y_i^m 重构出来,即存在线性变换 T_i,使得 $T_i(C_i^m\ E_i^m) = (C_i\ E_i)$，从而 $y_i = T_i(y_i^m - D_i^m u_i) + D_i u_i$，$i = 1,2,\cdots p$. 其他各量则如前文对系统(1)的定义．

设扰动向量 ω 及参考信号 y_i^{ref}，$i = 1,2,\cdots p$ 的元素均满足如下微分方程:

$$(\cdot)^{(q)} + \delta_q(\cdot)^{(q-1)} + \cdots + \delta_2(\cdot)' + \delta_1(\cdot) = 0. \tag{7}$$

所谓伺服控制问题,就是要为系统(6)找一个线性时不变控制器,使得对任意由(7)描述的扰动 ω 及(7),描述的参考输入 y_i^{ref}，$i = 1,2,\cdots p$，均有当 $t \to \infty$时 $e(t) \to 0$ 且闭环系统渐近稳定．如果采用的是动态递阶控制器，则相应的伺服控制问题称为动态递阶伺服控制问题．

记 B, C 仍如(5)式所定义,记

$$C_m = [(C_1^m)^T \cdots (C_p^m)^T]^T,\ D = \text{blockdiag}(D_1,\cdots,D_p),$$
$$e = [e_1^T \cdots e_p^T]^T,\ y_{\text{ref}} = [(y_1^{\text{ref}})^T \cdots (y_p^{\text{ref}})^T]^T.$$

并设 $\text{rank} B_i = m_i \geqslant 1$，$\text{rank} C_i = r_i \geqslant 1$，$i = 1,2,\cdots p$. 记

$$f(\lambda) = \lambda^q + \delta_q \lambda^{q-1} + \cdots + \delta_2 \lambda + \delta_1 = \prod_{i=1}^{q} (\lambda - \lambda_i). \tag{8}$$

不失一般性,假设 $\text{Re}\lambda_i \geqslant 0$，$i = 1,2,\cdots q$. 记 $f(\lambda)$ 的支阵为

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0\cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1\cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0\cdots & 1 \\ -\delta_1 & -\delta_2 & -\delta_3\cdots & -\delta_q \end{bmatrix}, \tag{9}$$

并记

$$\tilde{C}_i = \tau_i \text{blockdiag}(\underbrace{\bar{C},\bar{C},\cdots\bar{C}}_{r_i\text{个矩阵}})\tau_i^{-1},\ \tilde{B}_i = \tau_i \hat{B}_i, \tag{10}$$

(10)式中 τ_i 是非奇异实矩阵，$\hat{B}_i \in R^{r_i q \times r_i}$ 是一个使

$$\{\text{blockdiag}(\underbrace{\bar{C},\bar{C},\cdots\bar{C}}_{r_i\text{个矩阵}}),\ \hat{B}_i\}$$

可控的秩为 r_i 的实矩阵．记

$$C_1^A=\begin{bmatrix}C_1^m & 0 & 0\cdots 0\\ 0 & I_{r_1} & 0\cdots 0\end{bmatrix},\cdots,\quad C_p^A=\begin{bmatrix}C_p^m & 0 & 0\cdots 0\\ 0 & 0 & 0\cdots I_{r_p}\end{bmatrix},$$

$$C_m^A=[(C_1^A)^T\ (C_2^A)^T\cdots(C_p^A)^T]^T.$$

下文中关于(弱)鲁棒控制器的定义见文[1].

引理3[1].(分散伺服控制的结果) 系统(6)存在线性时不变弱鲁棒分散控制器，使得对任意由(7)式描述的扰动 $\boldsymbol{\omega}$ 及(7)式描述的参考输入 $\boldsymbol{y}_{\text{ref}}$,均有当 $t\to\infty$时 $\boldsymbol{e}(t)\to 0$ 且闭环系统渐近稳定(具有任意指定对称谱)的充分必要条件是下面两条同时满足:

i) (C_m,A,B) 没有不稳定的分散固定模(没有分散固定模);

ii) $\left\{C_m^A,\ \begin{bmatrix}A & 0\\ C & \lambda_i I_r\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}B\\ D\end{bmatrix}\right\}$ 的分散固定模集合不包含 λ_i, $i=1,2,\cdots q$.

控制器结构: 如果条件 i), ii) 同时满足，则控制器必有如下结构: $\boldsymbol{u}_i=K_i\hat{\boldsymbol{x}}_i+\overline{K}_i\boldsymbol{\xi}_i$, $i=1,2,\cdots p$,其中 $\boldsymbol{\xi}_i$ 是 r_iq 维向量,是如下一般分散伺服补偿器的输出,

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_i=\widetilde{C}_i\boldsymbol{\xi}_i+\widetilde{B}_i\boldsymbol{e}_i. \tag{11}$$

(11)式中 $\widetilde{C}_i,\widetilde{B}_i$ 如(10)所定义. 而 $\hat{\boldsymbol{x}}_i$ 是待设计的分散镇定补偿器 S_i 的输出，该分散镇定补偿器的输入是 $\boldsymbol{u}_i,\hat{\boldsymbol{y}}_i^m,\boldsymbol{\xi}_i$, $i=1,2,\cdots p$,(此处 $\hat{\boldsymbol{y}}_i^m\triangleq\boldsymbol{y}_i^m-D_i^m\boldsymbol{u}_i$), 镇定补偿器 S_i 的设计及 $K_i,\overline{K}_i$ 的选择要使如下系统镇定(具有指定的对称谱):

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{x}}\\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_1\\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_2\\ \vdots\\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_p\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A & 0 & 0\cdots 0\\ \widetilde{B}_1C_1 & \widetilde{C}_1 & 0\cdots 0\\ \widetilde{B}_2C_2 & 0 & \widetilde{C}_2\cdots 0\\ \vdots & \vdots & \vdots\quad\ \vdots\\ \widetilde{B}_pC_p & 0 & 0\cdots\widetilde{C}_p\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}\\ \boldsymbol{\xi}_1\\ \boldsymbol{\xi}_2\\ \vdots\\ \boldsymbol{\xi}_p\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}B_1 & B_2 & \cdots B_p\\ \widetilde{B}_1D_1 & 0 & \cdots 0\\ 0 & \widetilde{B}_2D_2 & \cdots 0\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & \widetilde{B}_pD_p\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{u}_1\\ \boldsymbol{u}_2\\ \vdots\\ \boldsymbol{u}_p\end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{y}}_i^m\\ \boldsymbol{\xi}_i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C_i^m\boldsymbol{x}\\ \boldsymbol{\xi}_i\end{bmatrix},\quad i=1,2,\cdots,p. \tag{12}$$

由引理 3，如果系统(6)的 (C_m,A,B) 有不稳定的分散固定模，则分散伺服控制就无法应用了. 这时,可考虑利用下文研究的动态递阶伺服控制.

2. 动态递阶伺服控制器的结构

由文[1]的研究可知,伺服控制器一定由两部分组成,一部分是伺服补偿器,它有特定的结构,另一部分为镇定补偿器. 又考虑到动态递阶控制系统的结构特点,给出如下的控制器: 对给定的 $\underline{p}$ 的子集 α,β, 令

$$\boldsymbol{u}_i=\begin{cases}K_i\hat{\boldsymbol{y}}_i^m+\overline{K}_i\boldsymbol{\xi}_i+F_i\boldsymbol{z}, & i\in\alpha\\ K_i\hat{\boldsymbol{y}}_i^m+\overline{K}_i\boldsymbol{\xi}_i, & i\bar{\in}\alpha\end{cases} \tag{13}$$

式中 $\boldsymbol{\xi}_i$ 是 r_iq 维向量，是一般分散伺服补偿器(11)的输出，$\hat{\boldsymbol{y}}_i^m\triangleq\boldsymbol{y}_i^m-D_i^m\boldsymbol{u}_i$, $\boldsymbol{z}$ 是动态协同控制器 S_0 的输出,

$$S_0:\ \dot{\boldsymbol{z}}=R\boldsymbol{z}+\sum_{i\in\beta}(G_i\hat{\boldsymbol{y}}_i^m+\overline{G}_i\boldsymbol{\xi}_i). \tag{14}$$

动态协同控制器 S_0 的设计(即 $\boldsymbol{z}$ 的维数的选取和 $R,G_i,\overline{G}_i(i\in\beta)$的设计)及 $K_i,\overline{K}_i(i=1,2,\cdots,p),F_i(i\in\alpha)$的选择用来使系统(12)镇定(或具有任意的对称谱),如果可能的话.

控制器结构分析．式(11),(13),(14)所示的控制器里伺服补偿器是分散的，同分散伺服控制的情形完全相同,而镇定补偿器则是动态递阶的．式(11),(13),(14)组成的控制器称为信息结构为 (α,β) 的动态递阶伺服控制器,在给定信息结构下求解动态递阶伺服控制器的问题即是动态递阶伺服控制问题．

3. 动态递阶伺服控制问题的可解性条件

给定 $\underline{p}$ 的子集 α, β, 记 $\Lambda^m_{\alpha c}$ 是 (C_m, A, B) 关于 α 通道集的分散输入固定模集合，$\Lambda^m_{\beta o}$ 是 (C_m,A,B) 关于 β 通道集的分散输入固定模集合．如果 (C_m,A,B) 是 α 通道集输入关联和 β 通道集输出关联的,则称系统(6)是 α 通道集输入关联和 β 通道集输出关联的．

对 $\underline{p}$ 的子集 $\varphi=\{l_1,l_2,\cdots l_t\}$，记 $B_\varphi=[B_{l_1},B_{l_2},\cdots B_{l_t}]$, $C_\varphi=[C^T_{l_1}C^T_{l_2}\cdots C^T_{l_t}]^T$, $C^m_\varphi=[(C^m_{l_1})^T,\cdots(C^m_{l_t})^T]^T$, $D_\varphi=\text{blockdiag}(D_{l_1},D_{l_2},\cdots,D_{l_t})$, $\widetilde{B}_\varphi=[\widetilde{B}_{l_1}\widetilde{B}_{l_2}\cdots\widetilde{B}_{l_t}]$.

定理 1. 对给定的 $\underline{p}$ 的子集 α 和 β，如果系统(6)是 α 通道集输入关联和 β 通道集输出关联的,则系统(6)存在信息结构为 (α,β) 的线性时不变弱鲁棒动态递阶伺服控制器(如式(11),(13),(14)所示)使得对任意由(7)式描述的扰动 $\boldsymbol{\omega}$ 及(7)式描述的参考输入 $\boldsymbol{y}_{ref}$ 均有当 $t\to\infty$时 $e(t)\to 0$ 且闭环系统渐近稳定(具有指定对称谱)的充分必要条件是下面两条同时满足:

i) $\Lambda^m_{\alpha c}\cup\Lambda^m_{\beta o}\subset\boldsymbol{C}^-(\Lambda^m_{\alpha c}=\Lambda^m_{\beta o}=\phi)$;

ii) 对 $\underline{p}$ 的任意子集 φ 满足 $\varphi\supseteq\alpha$ 或 $\varphi\subseteq\underline{p}-\beta$，均有

$$\text{rank}\begin{bmatrix} A-\lambda_i I & B_\varphi \\ C_\varphi & D_\varphi \\ C^m_{(\underline{p}-\varphi)} & 0 \end{bmatrix}\geqslant n+\sum_{i\in\varphi} r_i,\quad i=1,2,\cdots q.$$

证明．这里只给出证明的要点．

只需证明系统(12)能被动态递阶镇定补偿器式(13),(14)镇定(任置极点)的充分必要条件是 i),ii) 同时满足．因为如果系统(12)被镇定了，则根据引理 3 的证明(见文献[1])可立即得出 $e(t)\to 0$ $(t\to\infty)$ 且控制器具有弱鲁棒性．

由于系统(6)是 α 通道集输入关联和 β 通道集输出关联的，显然，这保证了(12)是 α 通道集输入关联和 β 通道集输出关联的． 由引理 1、引理 2 及 $\boldsymbol{y}_i$ 可由 $\boldsymbol{y}^m_i$ 重构出来的假定(即存在T_i 使得 $T_i(C^m_i\ \ E^m_i)=(C_i\ \ E_i)$),并通过适当的矩阵行列变换,易得式(12)能被式(13),(14)镇定(任置极点)的充分必要条件是对 $\underline{p}$ 的任意一个满足 $\varphi\supseteq\alpha$ 或 $\varphi\subseteq\underline{p}-\beta$ 的子集 φ 及 $\forall s\in\boldsymbol{C}^+(\forall s\in\boldsymbol{C})$，有

$$\text{rank}M_\varphi(s)\geqslant n+\sum_{i\in\varphi} r_i q, \tag{15}$$

式中

$$M_\varphi(s)\triangleq\begin{bmatrix} A-sI & B_\varphi & 0 \\ C^m_{(\underline{p}-\varphi)} & 0 & 0 \\ \widetilde{B}_\varphi C_\varphi & \widetilde{B}_\varphi D_\varphi & \widetilde{C}_\varphi-sI_{\sum_{i\in\varphi} r_i q} \end{bmatrix}.$$

上式中 $\widetilde{C}_\varphi\triangleq\text{blockdiag}(\widetilde{C}_{l_1},\widetilde{C}_{l_2},\cdots,\widetilde{C}_{l_t})$.

显然，(15)式成立的必要条件之一是 $\text{rank}\begin{bmatrix} A-sI & B_\varphi \\ C^m_{(\underline{p}-\varphi)} & 0 \end{bmatrix}\geqslant n$.

由引理 1，便得到了条件 i) 的必要性。

当 $s=\lambda_i(i=1,2,\cdots q)$时，由于$\mathrm{rank}\,[\widetilde{C}_\varphi-\lambda_i I_{\sum_{i\in\varphi} r_i q}]=\sum_{i\in\varphi} r_i(q-1)$，此时(15)式成立即意味着条件ii)的必要性。

下面证明条件 i)，ii) 也是充分的。记 $b=(00\cdots 01)^T$ 为 $q\times 1$ 向量。在(10)式中，取

$$\hat{B}_i=\mathrm{blockdiag}\{\underbrace{b,b,\cdots,b}_{r_i\text{个}}\},$$

取 r_i 为相应维数的单位阵。对这样特定的 $\widetilde{B}_i$，$\widetilde{C}_i(i=1,2,\cdots p)$，对 $\forall s\in \boldsymbol{C}^+(\forall s\in \boldsymbol{C})$，当 $s\neq\lambda_i(i=1,2,\cdots q)$ 时，由条件 i) 及引理 1，(15)式成立。

当 $s=\lambda_i(i=1,2,\cdots q)$ 时，令

$$P_i\triangleq\begin{bmatrix}1 & 0\cdots & 0\\ \lambda_i & 1\cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ \lambda_i^{q-1} & \lambda_i^{q-2}\cdots & 1\end{bmatrix}_{q\times q},$$

则有

$$(\bar{C}-\lambda_i I_q)P_i=\begin{bmatrix}0 & I_{q-1}\\ 0 & Q_{21}\end{bmatrix}.$$

式中 Q_{21} 表示一个非零的 $1\times(q-1)$ 的行向量。令 $Q_i\triangleq\begin{bmatrix}I_{q-1} & 0\\ -Q_{21} & 1\end{bmatrix}$，

则有

$$Q_i(\bar{C}-\lambda_i I_q)P_i=\begin{bmatrix}0 & I_{q-1}\\ 0 & 0\end{bmatrix}_{q\times q}.$$

取

$$\bar{P}_i\triangleq\mathrm{blockdiag}\{I_{n+\sum_{i\in\varphi} m_i},\underbrace{P_i,P_i,\cdots,P_i}_{\sum_{i\in\varphi} r_i\text{个矩阵}}\},$$

$$\bar{Q}_i\triangleq\mathrm{blockdiag}\{I_{n+\sum_{i\in(p-\varphi)} r_i^m},\underbrace{Q_i,Q_i,\cdots Q_i}_{\sum_{i\in\varphi} r_i\text{个矩阵}}\},$$

则有

$$\mathrm{rank}M_\varphi(\lambda_i)=\mathrm{rank}\bar{Q}_i M_\varphi(\lambda_i)\bar{P}_i$$

$$=\mathrm{rank}\left[\begin{array}{cc|c}A-\lambda_i I & B_\varphi & \\ C^m_{(p-\varphi)} & 0 & \\ C_\varphi & D_\varphi & \\ \hline & & I_{\sum_{i\in\varphi} r_i(q-1)}\end{array}\right].$$

再由条件 ii)，知 $s=\lambda_i$ 时(15)式也成立。因此条件 i)，ii) 也是充分的。　　证毕

结　束　语

本文提出并研究了一种新的大系统伺服控制方案即动态递阶伺服控制。比较定理 1 与引理 3 不难发现，动态递阶伺服控制较分散伺服控制适用更为广泛的大系统。动态递阶伺服控制所要求的内部通讯的多少及控制器结构的复杂性等介于分散伺服控制和集中伺服控制之间，它为存在不稳定分散固定模的大系统的伺服控制提供了一条新的途径。

参　考　文　献

[1] Davison, E. J., The Robust Decentralized Control of a General Servomechanism Problem, *IEEE* **AC-21** (1976), (1), 14—24.

[2] Gao, W. B., Shi, Z. C. and Yu, R. Y., A New Approach to Hierarchical Control of Large Scale Systems, 4th IFAC/IFORS Symp. on LSS: Theory and Applications, Zurich, Switzerland, (1986).

THE ROBUST DYNAMIC HIERARCHICAL CONTROL OF A GENERAL SERVOMECHANISM PROBLEM FOR LARGE SCALE SYSTEMS

XIONG YUNHONG AND GAO WEIBING

(The Seventh Research Division, Beijing University of Aero. & Astro.)

ABSTRACT

A general servomechanism problem of large scale systems which may have unstable decentralized fixed modes is considered. The dynamic hierarchical control scheme proposed recently is applied to the problem. The structure of the dynamic hierarchical servo controller which enables asymptotic tracking independant of disturbances in the plant, perturbations in the parameters, and gains of the system is given. Conditions under which the new type controller can be designed are obtained.

Key words: Large scale systems; servomechanism problems; hierarchical control; decentralized control.

熊运鸿　1966年4月出生于新疆北屯，1988年于北京航空航天大学自动控制系毕业，1991年获该校工学硕士学位。目前正在攻读博士学位，研究兴趣包括线性系统和大系统理论。