



漆包线热处理系统的建模与控制¹⁾

陈树中 郑毓蕃 D. Prätzel-Wolters

(华东师范大学数学系, 上海 200062) (凯撒斯劳滕大学, 数学系(德国))

摘要

本文描述了漆包线热处理系统的结构和辨识, 利用得到的数学模型, 给出了几个不同控制器的仿真比较。

关键词: 系统辨识, 自校正控制器, 分散控制。

一、系统结构

系统由电炉, 通风部件, 传动装置, 漆缸和铜线组成, 图1是该系统略图。图中1—14既表示电炉内的测温点, 也表示控制输入点, 输入电压取两个值(0和220V)。建模条件是通风量和铜线传动速度固定, 因此在系统工作点附近, 可将它近似为14个输入-输出的定常线性系统。

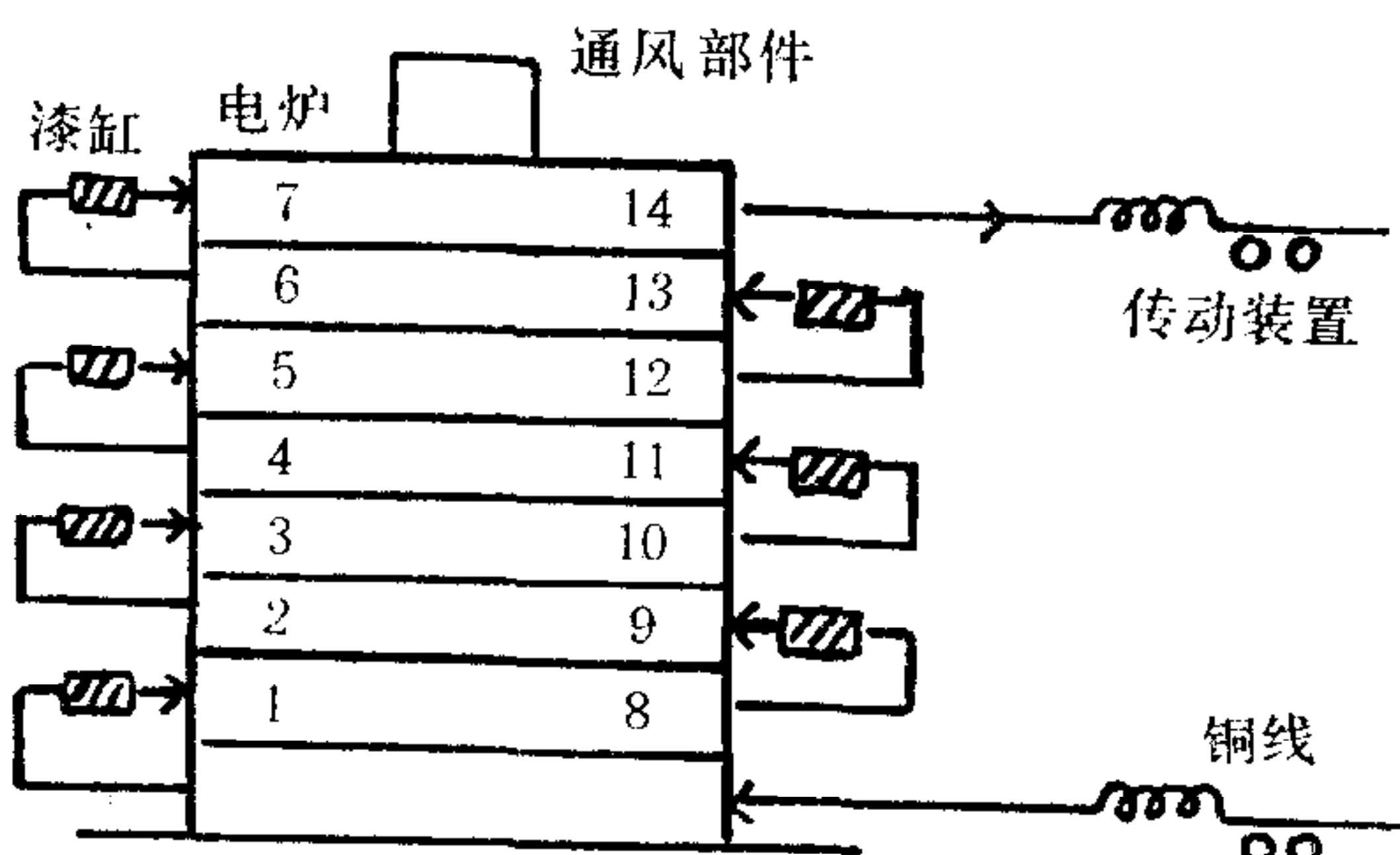


图 1

二、系统辨识

在系统工作点附近, 对电炉作如下假设: 1)电炉左, 右两部分是解耦的; 2)电炉左, 右两部分的动态特性相同; 3)第*i*层温度仅依赖第*i*层输入电压, 第*i*-1和*i*+1层的输出温度; 由假设1)—2), 仅需研究由炉子左半部分组成的系统。

本文于1991年3月4日收到。
1) 本课题得到德国VW基金资助。

系统目前的控制方式是同一输入，输出点和一个比例控制器相连，构成一个局部回路、不同局部回路间完全解耦。笔者做了7个辨识实验，采样间隔为5分钟。在每个实验中，首先使炉子各回路在闭环状态，进入工作点附近后让一个回路变成开环，输入规定值，其余回路仍为闭环。由于仅有一个回路为开环，系统基本上仍在工作点附近。7个实验的数据集记为 S_1-S_7 ， S_i 的开环回路是第*i*个。按假设3)，系统有如下数学模型：

$$A(q^{-1})\mathbf{y}(t) = B(q^{-1})\mathbf{u}(t), \quad (1)$$

$$A(q^{-1}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & a_{45} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & a_{55} & a_{56} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{65} & a_{66} & a_{67} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{76} & a_{77} \end{pmatrix}, \quad B(q^{-1}) = \text{diag}(b_{11} \cdots b_{77}),$$

$$\mathbf{y}(t) = (\mathbf{y}_1(t) \cdots \mathbf{y}_7(t))^T, \quad \mathbf{u}(t) = (\mathbf{u}_1(t) \cdots \mathbf{u}_7(t))^T,$$

a_{ii} 和 b_{ii} 是 q^{-1} 的多项式。

数学模型要反映实际系统，所以对(1)式加上如下限制：1) $a_{ii}(q^{-1})$, $i = 1 \cdots 7$ 和 $\det A(q^{-1})$ 的特征值在单位圆内；2) $b_{ii}(1) \geq 0$, $i = 1 \cdots 7$, 这意味着正的输入产生正的输出；3) $a_{ij}(1) \leq 0$, $i \neq j$, 这表示若第*j*个输出为正，它对第*i*个输出的影响为正。

电炉输入电压是开关式的，采用5分钟间隔内的电路接通时间作为输入，因此有 $0 \leq \mathbf{u}_i(t) \leq 5$. 按电炉调试要求，各输入 $\mathbf{u}_i(t) = 2.5$ 时，各点输出温度达到设定值。记各点设定温度为 \mathbf{y}'_i ，让

$$\bar{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{y}(t) - \mathbf{y}', \quad \bar{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{u}(t) - \mathbf{u}', \quad \mathbf{y}' = (\mathbf{y}'_1 \cdots \mathbf{y}'_7)^T, \quad \mathbf{u}' = (2.5 \cdots 2.5)^T$$

在工作点附近，(1)式可表示为

$$A(q^{-1})\bar{\mathbf{y}}(t) = B(q^{-1})\bar{\mathbf{u}}(t). \quad (2)$$

为了辨识 $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ 中第*i*行的元素，有

$$a_{i,i}(q^{-1})\bar{\mathbf{y}}_i(t) + a_{i,i-1}(q^{-1})\bar{\mathbf{y}}_{i-1}(t) + a_{i,i+1}(q^{-1})\bar{\mathbf{y}}_{i+1}(t) = b_{ii}(q^{-1})\bar{\mathbf{u}}(t), \quad (3)$$

取多项式不高于二次，时迟为一个采样间隔，则

$$\begin{aligned} a_{i,i}(q^{-1}) &= 1 + a_i^1 q^{-1} + a_i^2 q^{-2}, \quad b_{i,i}(q^{-1}) = b_i^1 q^{-1} + b_i^2 q^{-2}, \\ a_{i,i-1}(q^{-1}) &= a_i^1 q^{-1} + a_i^2 q^{-2}, \quad a_{i,i+1}(q^{-1}) = \beta_i^1 q^{-1} + \beta_i^2 q^{-2}. \end{aligned}$$

(3)式可用向量形式表示为

$$\bar{\mathbf{y}}_i^j(t) = \phi_i^j(t)\theta_i. \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \phi_i^j(t) &= (-\bar{\mathbf{y}}_i^j(t-1) - \bar{\mathbf{y}}_i^j(t-2) - \bar{\mathbf{y}}_{i-1}^j(t-1) \\ &\quad - \bar{\mathbf{y}}_{i-1}^j(t-2) - \bar{\mathbf{y}}_{i+1}^j(t-1) - \bar{\mathbf{y}}_{i+1}^j(t-2))\bar{\mathbf{u}}_i^j(t-1)\bar{\mathbf{u}}_i^j(t-2)), \\ \theta_i &= (a_i^1 \ a_i^2 \ \alpha_i^1 \ \alpha_i^2 \ \beta_i^1 \ \beta_i^2 \ b_i^1 \ b_i^2)^T, \end{aligned}$$

其中指标 *j* 表示该数据来自实验数据 S_i ，设 n_i 是 S_i 的样本数，从 S_i 得

$$S_{ij} = X_{ij}\theta_i, \quad S_{ij} = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{y}}_i^j(3) \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{y}}_i^j(n_i) \end{pmatrix}, \quad X_{ij} = \begin{pmatrix} \phi_i^j(3) \\ \vdots \\ \phi_i^j(n_i) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

在 S_i 中, 开环输入位置是 i , 当 $i = j$ 时, $\mathbf{u}_i^j(t)$ 是直接测量到的开环输入; 当 $i \neq j$ 时, $\mathbf{u}_i^j(t)$ 是闭环输入, 可利用控制器的已知性质, 根据相应输出值计算得到.

最后有

$$Y_i = X_i \theta_i, \quad Y_i = \begin{pmatrix} S_{i1} \\ \vdots \\ S_{i7} \end{pmatrix}, \quad X_i = \begin{pmatrix} X_{i1} \\ \vdots \\ X_{i7} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

θ_i 的最小二乘估计为

$$\hat{\theta}_i = (X_i^T R_i X_i)^{-1} X_i^T R_i Y_i, \quad (7)$$

其中 $R_i = \text{diag}(\delta_1^i I_1 \cdots \delta_7^i I_7)$, δ_i^i 是加在数据 X_{ii} 上的标量系数. 辨识 θ_i 时, δ_i^i 应当最大, 因为 X_{ii} 来自参数 S_i , 它的开环位置是 i , 对局部回路 i 的动态特性影响最大, 其次是 δ_{i+1}^i 和 δ_{i-1}^i . 通过修改 R_i , 得到了满足限制的数学模型 S .

三、控制器算法和仿真比较

由于在实际系统中存在着干扰, 因此将(2)式改写成

$$A(q^{-1})\bar{\mathbf{y}}(t) = B(q^{-1})\bar{\mathbf{u}}(t) + \alpha c(q^{-1})\mathbf{e}(t) + d \text{mod}(t, 40), \quad (8)$$

其中 $\mathbf{e}(t)$ 是白噪声, α 和 d 是常数, $c(q^{-1})$ 是稳定对角阵,

$$\text{mod}(t, 40) = \begin{cases} 0, & t \neq 40K, \\ 1, & t = 40K. \end{cases}$$

1. 控制器 C_1 算法(完全分散自校正极点配置调节器)

第一步. 分散参数估计(不考虑耦合项)

让

$$\theta_i = (a_i^1 \ a_i^2 \ b_i^1 \ b_i^2)^T, \quad \phi_i(t) = (-\bar{\mathbf{y}}_i(t-1) - \bar{\mathbf{y}}_i(t-2)\bar{\mathbf{u}}_i(t-1)\bar{\mathbf{u}}_i(t-2)),$$

θ_i 由递推最小二乘法估计

$$\begin{cases} \hat{\theta}_i(t) = \hat{\theta}_i(t-1) + K_i(t)(\bar{\mathbf{y}}_i(t) - \phi_i(t)\hat{\theta}_i(t-1)), \\ K_i(t) = P_i(t-1)\phi_i^T(t)/(1 + \phi_i(t)P_i(t-1)\phi_i^T(t)), \quad i = 1 \cdots 7, \\ P_i(t) = (I - K_i(t)\phi_i(t))P_i(t-1), \\ \hat{\theta}_i(0) = 0, \quad P_i(0) = 10^6 I. \end{cases} \quad (9)$$

第二步. 利用 a_{ii}, b_{ii} 的估计 $\hat{a}_{ii}, \hat{b}_{ii}$ 解多项式方程

$$\hat{a}_{ii}\hat{G}_i + \hat{b}_{ii}\hat{F}_i = 1, \quad i = 1 \cdots 7, \quad (10)$$

其中 $\hat{G}_i = 1 + \hat{g}_i q^{-1}$, $\hat{F}_i = \hat{f}_i^0 + \hat{f}_i^1 q^{-1}$.

第三步. 计算控制量 $\bar{\mathbf{u}}_i(t)$

$$\hat{F}_i \bar{\mathbf{y}}_i(t) + \hat{G}_i \bar{\mathbf{u}}_i(t) = 0, \quad i = 1 \cdots 7. \quad (11)$$

由于 $\bar{\mathbf{u}}_i(t)$ 是限幅的, 所以若(11)式得到 $|\bar{\mathbf{u}}_i(t)| > 2.5$, 则取 2.5 或 -2.5.

2. 控制器 C_2 算法(集中参数估计, 分散极点配置)

C_2 和 C_1 的差异仅在第一步中 θ_i 和 $\phi_i(t)$ 用下式代替:

$$\begin{aligned} \theta_i &= (\alpha_i^1 \ \alpha_i^2 \ a_i^1 \ a_i^2 \ \beta_i^1 \ \beta_i^2 \ b_i^1 \ b_i^2)^T, \\ \phi_i(t) &= (-\bar{\mathbf{y}}_{i-1}(t-1) - \bar{\mathbf{y}}_{i-1}(t-2) - \bar{\mathbf{y}}_i(t-1) - \bar{\mathbf{y}}_i(t-2) \\ &\quad - \bar{\mathbf{y}}_{i+1}(t-1) - \bar{\mathbf{y}}_{i+1}(t-2)\bar{\mathbf{u}}_i(t-1)\bar{\mathbf{u}}_i(t-2)). \end{aligned}$$

3. 控制器 C_3 算法

$$\bar{u}_i(t) = \begin{cases} -2.5\bar{y}_i(t)/7, & |\bar{y}_i(t)| \leq 7, \\ 2.5, & \bar{y}_i(t) < -7, \\ -2.5, & \bar{y}_i(t) > 7. \end{cases} \quad (12)$$

4. 控制器 C_4 算法

除第二步外, 同算法 C_2 , 第二步修改如下:

记 $A(q^{-1}) = A_1(q^{-1}) + A_2(q^{-1})$, 求解矩阵方程

$$\hat{G}\hat{A}_1 + \hat{B}\hat{F} = I + T, \quad (13)$$

其中 $A_1 = \text{diag}(a_{11} \cdots a_{77})$, $\hat{G} = \text{diag}(\hat{G}_1 \cdots \hat{G}_7)$,

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & 0 & a_{23} & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & & & \\ & \cdots & a_{67} & & \\ 0 & & a_{76} & 0 & \end{pmatrix}, \quad \hat{F} = \begin{pmatrix} \hat{F}_1 & \hat{F}_{12} & 0 & \cdots & 0 \\ \hat{F}_{21} & \hat{F}_2 & \hat{F}_{23} & \cdots & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & \cdot & \cdot & \cdot & F_{67} \\ 0 & & 0 & F_{76} & F_{77} \end{pmatrix},$$

$$T = \begin{pmatrix} 0 & t_{12} & 0 & \cdots & 0 \\ t_{21} & 0 & t_{23} & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & & t_{67} \\ t_{76} & 0 & & & \end{pmatrix},$$

T 的形式和 A_2 相同, 数值待定. \hat{A}_1 和 \hat{A}_2 是 A_1 和 A_2 的估计.

\hat{G}_i 和 \hat{F}_i 与控制器 C_2 一样满足方程(10), 为了确定 \hat{F}_{ii} , 记

$$\hat{b}_{ii} = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2}, \quad \hat{F}_{ii} = f_0 + f_1 q^{-1},$$

$$\hat{G}\hat{A}_2 = (r_{ii}), \quad r_{ii} = r_1 q^{-1} + r_2 q^{-2} + r_3 q^{-3}.$$

由(13)式得

$$t_{ii} + r_{ii} = (b_1 f_0 + r_1) q^{-1} + (b_1 f_1 + b_2 f_0 + r_2) q^{-2} + (b_2 f_1 + r_3) q^{-3}, \quad (14)$$

选取 f_0, f_1 使(14)式系数平方和极小, 等价地 f_0, f_1 是下面联立方程的解:

$$\begin{cases} (b_1^2 + b_2^2)f_0 + b_1 b_2 f_1 = -(b_1 r_1 + b_2 r_2), \\ b_1 b_2 f_0 + (b_1^2 + b_2^2)f_1 = -(b_1 r_2 + b_2 r_3). \end{cases} \quad (15)$$

5. 控制器 C_5 算法(集中自校正极点配置调节器)

第一步. 用最小二乘法估计 $A(q^{-1}), B(q^{-1})$ 的系数, 得到的估计记为 \hat{A}, \hat{B} ;

第二步. 解矩阵方程

$$\hat{A}\hat{G} + \hat{B}\hat{F} = T, \quad (16)$$

其中 $\hat{G} = I + \hat{G}_1 q^{-1}$, $\hat{F} = \hat{F}_0 + \hat{F}_1 q^{-1}$, 它们没有特殊形式. T 是预先指定的稳定多项式矩阵;

第三步. 解矩阵交换方程

$$\bar{G}\hat{F} = \bar{F}\hat{G}, \quad (17)$$

其中 $\bar{G} = I + \bar{G}_1 q^{-1}$, $\bar{F} = \bar{F}_0 + \bar{F}_1 q^{-1}$;

第四步. 计算 $\bar{u}(t)$

$$\bar{G}\bar{u}(t) + \bar{F}\bar{y}(t) = 0, \quad (18)$$

和控制器 C_2 一样, 对 $\bar{u}(t)$ 要限幅处理.

利用上述控制器做的仿真分析表明, 在无外干扰条件下, C_1 的控制效果比 C_2 好. 记 $\tilde{A}_1 = A_1 - \hat{A}_1$, $\tilde{B} = B - \hat{B}$, $\hat{G} = \text{diag}(\hat{G}_1 \cdots \hat{G}_7)$, $\hat{F} = \text{diag}(\hat{F}_1 \cdots \hat{F}_7)$. 假定由(11)式得到的 $|\bar{u}_i(t)| \leq 2.5$, 则控制器 C_1 和 C_2 的闭环方程是

$$(I + \hat{G}\tilde{A}_1 + \tilde{B}\hat{F} + \hat{G}A_2)\bar{y}(t) = 0. \quad (19)$$

由于在矩阵中 A , 非主对角线元素 a_{ij} 的系数比主对角线元素 a_{ii} 中的系数小得多, 所以在这两个算法中, 作者试图将局部回路的闭环极点配置在原点. 在渐近情形, 控制器 C_2 的参数估计收敛到真值, 局部回路的闭环极点确是原点. 但对控制器 C_1 是不真实的, 因为参数估计不收敛到真值. 由于(19)式中含有 $\hat{G}A_2$, 在稳态情形, 控制器 C_2 中参数矩阵 \hat{G} 的某些数值比 C_1 中 \hat{G} 的相应数值大得多, 因此尽管 C_2 中局部回路的闭环极点配置在原点, 其效果还不如 C_1 .

控制器 C_4 的闭环方程是

$$(I + T + \hat{G}\tilde{A}_1 + \tilde{B}\hat{F} + \hat{G}A_2)\bar{y}(t) = 0,$$

在极限情形, T 非主对角线元素的作用是使闭环系统的耦合项尽可能小. 在有干扰和无干扰条件下的仿真结果表明, 控制器 C_4 的效果比 C_2 好.

表 1 是几个控制器在不同情形的统计结果.

表 1

| 控制器 | C_1 | | C_3 | | C_4 | | C_5 | |
|------------------------------|----------------|----------|----------------|----------|----------------|----------|----------------|----------|
| $\sum_{i=21}^n \bar{y}^2(i)$ | $\alpha = 0.5$ | $d = 10$ |
| $n = 20$ | 15.8 | 230.1 | 23.9 | 138.3 | 15.3 | 140.9 | 99.9 | 185.2 |

从表中可看出, 在 C_1 , C_4 , C_5 三个极点配置类型的自适应控制器中, C_4 效果较好. 若改变 C_5 中的 T , 可能有更好的控制效果, 但在实际系统上去调整它是困难的, 另外它的计算量也最大. C_3 和 C_4 的控制效果比较接近, 且计算十分简单, 但将数学模型 S 的参数稍微改动, 仿真表明 C_3 的适应性不如 C_4 . 因此, C_4 是几个控制器中最合适的一个.

参 考 文 献

- [1] Goodwin, G.C. and Payne, R.L, Dynamic System Identification, Academic Press, 1977.
- [2] Ljung, L., System Identification-theory for the User Prentice Hall, 1987.
- [3] Harris, C.J. and Billings, S.A., Self-tuning and Adaptive Control: Theory and Application, the Institution of Electrical Engineers, London and New York, 1981.
- [4] Wang, S.H. and Davison, E.J., On the Stabilization of Decentralized Control Systems, IEEE Ac-18 (1973) 473—478.

MODELLING AND CONTROL FOR THE HEAT TREATMENT SYSTEM OF LACQUERED WIRE

CHEN SHUZHONG ZHENG YUFAN

(Departement of Mathematics East China Normal University, 200062)

D. PRÄTZEL-WOLTERS

(Department of Mathematics Kaiserslautern University (F. R. G))

ABSTRACT

The paper describes the structure and identification of the heat treatment system for lacquered wire. The simulation results of several controllers are compared using the obtained mathematical model.

Key words: system identification; self-tuning controller; decentralized control;

(上接第 212 页)

- 6. 先进驾驶信息系统 7. 自动车辆
- 8. 人的因素以及人机交互 9. 软件安全性
- 10. 教育与培训 11. 新型交通系统的社会影响 12. 其它

会议形式: 所有论文都在技术小组中宣读与讨论, 大会报告与邀请小组将由 IPC 组织, 并邀请专家主持。

展览: 本会拟举办小型展览, 以展出交通系统与交通工程方面新的产品或研制品, 如交通控制的新软件, 为交通系统应用的管理方面的 CAD 软件。

时间表:

1. 500 英文词的摘要四份在 1993. 6. 15 前寄交 IFAC TS'94 秘书处。
2. 论文接受与否通知将在 1993. 11. 1 发出。
3. 论文全文将在 1994. 1. 15 前寄至指定地点。
4. 1994. 7. 25—28 在中国天津召开 IFAC TS'94。

有关会议其它事项可讯问 IFAC TS'94 秘书处。

300072, 天津 天津大学系统工程研究所

IFAC TS'94

贺国光教授

电传 022—718657