第19卷 第3期 自 动 化 学 报 Vol. 19, No. 3
1993 年 5 月 ACTA AUTOMATICA SINICA May, 1993

短 文

广义分散控制系统脉冲固定模

储 德 林
(清华大学自动化系CIMS中心，北京 100084)

摘 要

文献[1]讨论了广义分散控制系统脉冲固定模的代数特征，给出了几个有关脉冲固定模的存在性定理. 本文意在修正文献[1]中的模糊之处，严格地给出这些定理的证明.

关键词： 广义分散控制系统，脉冲固定模.

一、问 题 描 述

考虑广义分散控制系统

$$\begin{cases} E\dot{x} = Ax + \sum_{i=1}^{N} B_i u_i, \\ y_i = C_i x, i = 1,\cdots,N. \end{cases} \tag{1}$$

其中 $x \in \mathbf{R}^n$ 是状态矢，$u_i \in \mathbf{R}^{r_i}$ 是第 i 个控制站的控制输入矢，$y_j \in \mathbf{R}^{m_j}$ 是第 j 个控制站的输出矢. E, A 为 $n \times n$ 阶常阵. B_i, C_i 分别为 $n \times r_i$ 和 $m_i \times n$ 阶常阵，$i = 1,\cdots,N$，E 奇异.

假定 $\det(sE - A) \not\equiv 0, s \in \mathbf{C}$，即系统(1)是正则的. 记

$$B = [B_1,\cdots,B_N] \in \mathbf{R}^{n\times r}, \quad r = \sum_{i=1}^{N} r_i,$$

$$C = [C_1^T,\cdots,C_N^T] \in \mathbf{R}^{m\times n}, \ m = \sum_{i=1}^{N} m_i.$$

对系统(1)应用分散输出反馈控制

$$u_i = K_i y_i, \ i = 1,\cdots,N,$$

记 $K = \text{block-diag}\{K_1,\cdots,K_N\}$，则闭环系统为

$$E\dot{x} = (A + BKC)x.$$

定义集合 K^* 为

$$K^* = \{K : K = \text{block-diag}\{K_1,\cdots,K_N\}, \\ \det(sE - A - BKC) \not\equiv 0, s \in \mathbf{C}, K_i \in \mathbf{R}^{r_i\times m_i}\}.$$

以等价的形式给出系统(1)脉冲固定模的定义.

本文于1991年4月18日收到.

定义[2]. 给定系统(1)，若

$$\deg\{\det(sE-A-BKC)\}<q=\operatorname{rank}E,\ \forall K\in K^*,$$

则称系统(1)具有脉冲固定模.

文献[1]研究了系统(1)脉冲固定模的代数特征，得到了如下结论：

定理 1. 给定系统(1)，设 S_E 表示 E 的最大右零比矩阵，即 $ES_E=0$，且 $\operatorname{rank}E+\operatorname{rank}S_E=n$，则系统(1)具有脉冲固定模的充要条件为：对于 $\{1,\cdots,N\}$ 的某个不相交分划 $\{i_1,\cdots,i_k\}$ 和 $\{i_{k+1},\cdots,i_N\}$ 有

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} E & AS_E & B_{i_1}\cdots B_{i_k} \\ 0 & C_{i_{k+1}}S_E & 0\cdots 0 \\ \vdots & \vdots & \\ 0 & C_{i_N}S_E & 0 \end{bmatrix}<n.$$

定理 2. 给定系统(1)，设 T_E 表示 E 的最大左零比矩阵. 则系统(1)具有脉冲固定模的充要条件为：对于$\{1,\cdots,N\}$的某个不相交分划 $\{i_1,\cdots,i_k\}$ 和 $\{i_{k+1},\cdots,i_N\}$ 有

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} E & 0\ \cdots\ 0 \\ T_EA & T_EB_{i_1}\cdots T_EB_{i_k} \\ C_{i_{k+1}} & \\ \vdots & 0 \\ C_{i_N} & \end{bmatrix}<n.$$

文献[1]未直接给出定理 1、定理 2 的证明，而是指出利用性质：系统(1)具有脉冲固定模当且仅当

$$\operatorname{rank}[E(A+BKC)S_E]<n,\qquad \forall K\in K^*,$$

等价地

$$\operatorname{rank}[ET_E(A+BKC)]<n,\qquad \forall K\in K^*,$$

再由类似于文[4]证明定理 1[4] 的方法，立即可证明定理 1 和定理 2.

但是上述观点是不准确的. 因为文献[4]证明其定理 1 的方法是建立在集合

$$\tilde{K}^*=\{K:K=\text{block-diag}\{K_1,\cdots,K_N\},K_i\in \boldsymbol{R}^{r_i\times m_i}\}$$

之上的. 对于 $\tilde{K}^*$ 的任一子集，文[4]定理 1 证明的每一步是否成立都必须重新加以考虑. 另一方面，不难看出 $K^*\subset\tilde{K}^*$. 故文献[1]关于定理 1 和定理 2 证明的叙述是不准确的，定理 1 和定理 2 需要重新加以严格的证明.

二、定理 1 和定理 2 的证明

引理 1[3]. 假设 $P:\boldsymbol{C}^k\to\boldsymbol{C}$ 是一个关于 k 个变量的有限次多项式. 记

$$Z=(Z_1,\cdots,Z_k)^T\in\boldsymbol{C}^k,\ \|Z\|_\infty=\max_i|Z_i|,$$

且

$$\hat{Z}\in\boldsymbol{C}^k,P(\hat{Z})=0,\|\hat{Z}\|_\infty=\min(\|Z\|_\infty:P(Z)=0,Z\in\boldsymbol{C}^k),$$

则存在 $x\in\boldsymbol{C}^k,\|\hat{Z}\|_\infty=|x_i|,i=1,\cdots,k$ 满足 $P(x)=0$.

引理 2. 存在 $\varepsilon_0>0$ 使得

$$\tilde{K}^*_{\varepsilon_0}=\{K\in\tilde{K}^*:\|K\|_\infty<\varepsilon_0\}\subset K^*.$$

证明. 因为 (E,A) 正则，从而存在 $s_0\in\boldsymbol{C}$ 使得 $\det(s_0E-A)\neq 0$. 记 $P(K)=$

$\det(s_0E-A-BKC)$, $K=\text{block-diag}\{K_1,\cdots,K_N\}$,则 $P(K)$ 是一个关于 $K_1,\cdots,K_N$ 元素的有限次多项式，$P(0)\neq 0$. 定义

$$\varepsilon_0=\min(\|K\|_\infty : P(K)=0),$$

易知 $\varepsilon_0>0$. 基于引理 1，存在 $\hat{K}=\text{block-diag}\{\hat{K}_1,\cdots,\hat{K}_N\}$, $\hat{K}_i(i=1,\cdots,N)$ 的元素的模为 ε_0,并且 $P(\hat{K})=0$. 对于任意的 $K\in\tilde{K}^*$, $\|K\|_\infty<\varepsilon_0$,均有 $P(K)\neq 0$, 进而 ε_0 即为所求 证毕

定理 3. 给定系统(1),则

$$\operatorname{rank}[E(A+BKC)S_E]<n,\quad \forall K\in K^*$$

的充要条件为

$$\operatorname{rank}[E(A+BKC)S_E]<n,\quad \forall K\in\tilde{K}^*.$$

证明. 由于 $K^*\subset\tilde{K}^*$. 因此充分性得证.

必要性. 假设存在 $K_0\in\tilde{K}^*$ 使得

$$\operatorname{rank}[E(A+BK_0C)S_E]=n,$$

记 π_K 为矩阵 $[E(A+BKC)S_E]$ 的 $n\times n$ 阶子阵，并且记 $P(K)=\Sigma|\det\pi_K|$，则 $P(K_0)\neq 0$. 由于 $0\in K^*$, $0\in\tilde{K}^*$,因此不失一般性,不妨设 $P(0)=0$. 令

$$\varepsilon^*=\min\{\|K\|_\infty : K\in\tilde{K}^*, P(K)\neq 0\}.$$

下面证明 $\varepsilon^*=0$. 事实上若 $\varepsilon^*>0$,则记 $\hat{K}_0\in\tilde{K}^*$, $\|\hat{K}_0\|_\infty=\varepsilon^*$, $P(\hat{K}_0)\neq 0$, 由引理 1，让

$$\delta_0=\min\{\|K\|_\infty : K\in\tilde{K}^*, P(\hat{K}_0+K)=0\},$$

根据 $P(K)$ 的连续性知 $\delta_0>0$, 因此对任意的 $K\in\tilde{K}^*$, $\|K\|_\infty<\delta_0$ 均有 $P(\hat{K}_0+K)\neq 0$. 进一步,取 $\bar{K}_0\in\tilde{K}^*$, $\|\bar{K}_0\|_\infty<\delta_0$, $\bar{K}_0$ 的 (i,j) 元素 $\bar{k}_{ij}$ 与 $\hat{K}_0$ 的 (i,j) 元素 $\hat{k}_{ij}$ 有关系

$$\bar{k}_{ij}=0,\qquad \text{若 } \hat{k}_{ij}=0;$$

$$\begin{cases}\bar{k}_{ij}\cdot\hat{k}_{ij}<0,\\ |\bar{k}_{ij}|<|\hat{k}_{ij}|,\end{cases}\qquad \text{若 } \hat{k}_{ij}\neq 0;$$

则

$$P(\hat{K}_0+\bar{K}_0)\neq 0,\quad \|\hat{K}_0+\bar{K}_0\|_\infty<\varepsilon^*.$$

上式与 ε^* 的定义相矛盾,故 $\varepsilon^*=0$.

设 ε_0 由引理 2 定义,则 $\varepsilon^*=0$ 意味着存在 $K\in\tilde{K}^*_{\varepsilon_0}$ 满足

$$P(K)\neq 0.$$

等价地

$$\operatorname{rank}[E(A+BKC)S_E]=n.$$

利用上式和引理 2 立即知：必要性成立. 证毕

在定理 3 的基础上,再利用文[4]证明其定理 1 的方法,立即可证明定理 1 和定理 2 . 此处略.

参 考 文 献

[1] 张庆灵、谢绪恺,脉冲固定模式的代数特征,自动化学报,**17**(1991),(1), p85.

[2] 王朝珠、王恩平,奇异分散控制系统的无穷远固定模,系统科学与数学, **8**(1988),(4), p142.

[3] Doyle, J. C., Analysis of Feedback Systems with Structured Uncertainties, Proc. IEE, **129**(1982), p242.

[4] 谢绪恺、荆海英,分散控制系统的固定模式,自动化学报,**12**(1986),(2), p165.

IMPULSIVE FIXED MODE IN SINGULAR DECENTRALIZED CONTROL SYSTEMS

CHU DELIN
(CIMS Centre, Department of Automation, TsingHua University, Beijing 100084)

ABSTRACT

Recently, [1] studied the impulsive fixed mode in singular decentralized control systems and gave some existence theorems. The purpose of this paper is to revise an unsuitable viewpoint and give a strict proof for those existence theorems.

Key words: Singular decentralized control systems; impulsive fixed mole.

第一届全球华人智能控制与智能自动化大会将在北京召开

第一届全球华人智能控制与智能自动化大会 CWCICIA'93——The First Chinese World Congress on Intelligent Control and Intelligent Automation 将于 1993 年 8 月 26—30 日在北京召开. 大会主办单位有：清华大学、IEEE Robotics and Automation Society、中国自动化学会、中国人工智能学会等.

CWCICIA'93 会议主题为：智能控制与智能自动化的理论、方法和应用.

智能控制是当前控制技术发展的新动向，是人工智能与控制理论、方法和技术相结合，控制系统向智能化方向发展的产物。例如，具有某种拟人智能特性的控制系统（自学习、自适应、自寻优、自镇定、自识别、自规划、自协调、自修复、自组织、自繁殖…等）；应用某种人工智能理论、方法和技术，设计和实现的控制系统（基于知识推理的专家控制、基于联结机制的神经网络控制、基于模糊逻辑的智能控制…等）.

智能自动化是自动化由体力劳动自动化向脑力劳动自动化发展的新阶段，是智能化与自动化的集成模式。由于人工智能的概念、理论、方法和技术向自动化科学技术领域的不断渗透，计算机在各种自动化技术工具和系统中的广泛应用，促进了各种新型智能控制器、调节器、传感器、执行机构、智能元件、仪表和装置的研制、开发和应用。发展了各种智能控制、智能调节、智能管理、智能决策、智能调度、智能检测、智能辨识、智能建模、智能通信、智能滤波…等新方法、新理论、新技术，开发了各种应用领域的智能自动化系统，如：智能控制系统、智能管理系统、智能信息系统、智能通讯系统、智能武器系统、智能制造系统、智能 CAD 系统、智能机器人系统、智能集成生产系统…等.

CWCICIA'93 的征文范围如下：

1. 智能系统 (Intelligent Systems)
2. 控制 (Control)

（下转 345 页）