

生产系统的 Petri 网模型¹⁾

陆维明

(中国科学院数学研究所, 北京 100080)

林闯

(国家信息中心信息科学研究所, 北京 100045)

摘 要

本文提出了有消解过程的系统建模方法, 并为随机模型建立了逐步精细原则, 展示了系统性能分析的实例, 探讨了建立外部监控模型的原理, 研究了调控模型智能化问题, 引入了用智能方法实现理想外部监控器的研究结果。

关键词: Petri 网, 工厂自动化, 系统性能评估, 系统监控, 智能模型。

一、引 言

自从 Petri 发表了著名论文^[1]之后, Petri 网的研究工作已是信息科学中一个重要方向, 并取得了丰硕成果。Petri 网应用最早的领域之一是工厂自动化^[2], 但是这方面的工作近年来才活跃起来。

Petri 网可用图形表示, 用户界面 (UI) 极好, 可充分利用并行性^[3,4], Petri 网有不同等级, 高级的易于作规格说明, 低层的适于实现细节^[5], 并有映射方法。网系统往往是不确定系统, 调度与控制可以方便地利用这种不确定性。

网理论提供了不变量、同步、网子类…等手段与方法, 使调度与控制的规则较易于转化为子系统, 进而可能与原模型合成一个闭环系统。这优点是其他许多模型没有的。

网表示知识是方便的^[6]; 网运行实现因果关系是一种推理机制; 调控规则可以形式化, 这些特性给讨论模型智能化提供了方便。

二、Petri 网

对无时间约束的 Petri 网这里采用文献[7]中定义的位置/变迁网系统(简称 P/T 系统)。为符号一致性与定义自封闭性下面引入含时间约束的 Petri 网。

2.1 定义. 加时 P/T 系统是二元式 $T_dPN = (\Sigma, \sigma_d)$ 满足 1) $\Sigma = (S, T; F, K,$

本文于 1991 年 12 月 13 日收到。

1) 国家自然科学基金资助课题; 中国科学院管理、决策、信息系统开放实验室资助课题。

W, M_0)是 P/T 系统^[7]; 2) $\sigma_t: T \rightarrow \mathcal{R}$. 这里 \mathcal{R} 是非负实数集合. 其中时间约束的含义为: 对于每个变迁 $t \in T$, 均有一个 $r \in \mathcal{R}$ 与之对应, 即 t 的实施需时间 r ^[8].

2.2 定义. 时间 P/T 系统是二元式 $TPN = (\Sigma, \sigma_t)$ 满足 1) Σ 是 P/T 系统; 2) $\sigma_t: T \rightarrow AP$. 这里 AP 的元素为递增非负实数对 $ap = (a_{\min}, a_{\max})$, $a_{\min}, a_{\max} \in \mathcal{R}$, $a_{\min} \leq a_{\max}$. 其中时间约束的含义为: 对每个 $t \in T$, 均有一个 $ap \in AP$ 与之对应, 记 t 在时间 μ 时使能, 它可在时间区间 $[\mu + a_{\min}, \mu + a_{\max}]$ 实施. 可以看出, 在 $a_{\min} = 0$, $a_{\max} = \infty$ 时 TPN 就是 P/T 系统, 亦即 P/T 系统是 TPN 的特例.

利用 TPN 描述动态系统一些重要行为十分方便, 比如, 延迟行为, 只要令 $a_{\min} = a_{\max}$ 即可.

这里定义 2.1 和 2.2 引入的时间约束使得对于 P/T 系统十分有用的可达图或覆盖图^[9], 不能直接用于 T_dPN 和 TPN. 有趣的是按下列方式定义具有随机时间约束的随机 P/T 系统之后, 可达图不但有用而且重要.

2.3 定义. 随机 P/T 系统是二元式 $SPN = (\Sigma, \sigma_t)$ 满足 1) Σ 是 P/T 系统; 2) $\sigma_t: T \rightarrow \lambda$. 记 $|T| = m$, $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m\}$ 是 T 元素指数分布的随机参数, 表示平均执行速度, 即 λ_i 是 $t_i \in T$ 在单位时间内平均执行(实施)次数.

从一个 SPN 立即可得与其可达图同构的一维马尔柯夫链 MC. 可见, SPN 既有 P/T 系统为背景^[5], 又可借助于 MC 研究成果^[10].

三、用 Petri 网为生产系统建模

3.1 具有确定性时间约束的系统模型

现考察图 3.1 所示的加工系统, 图中第 i 步到第 $i + 1$ 步弧上标有后步工作要求前步物料的个数.

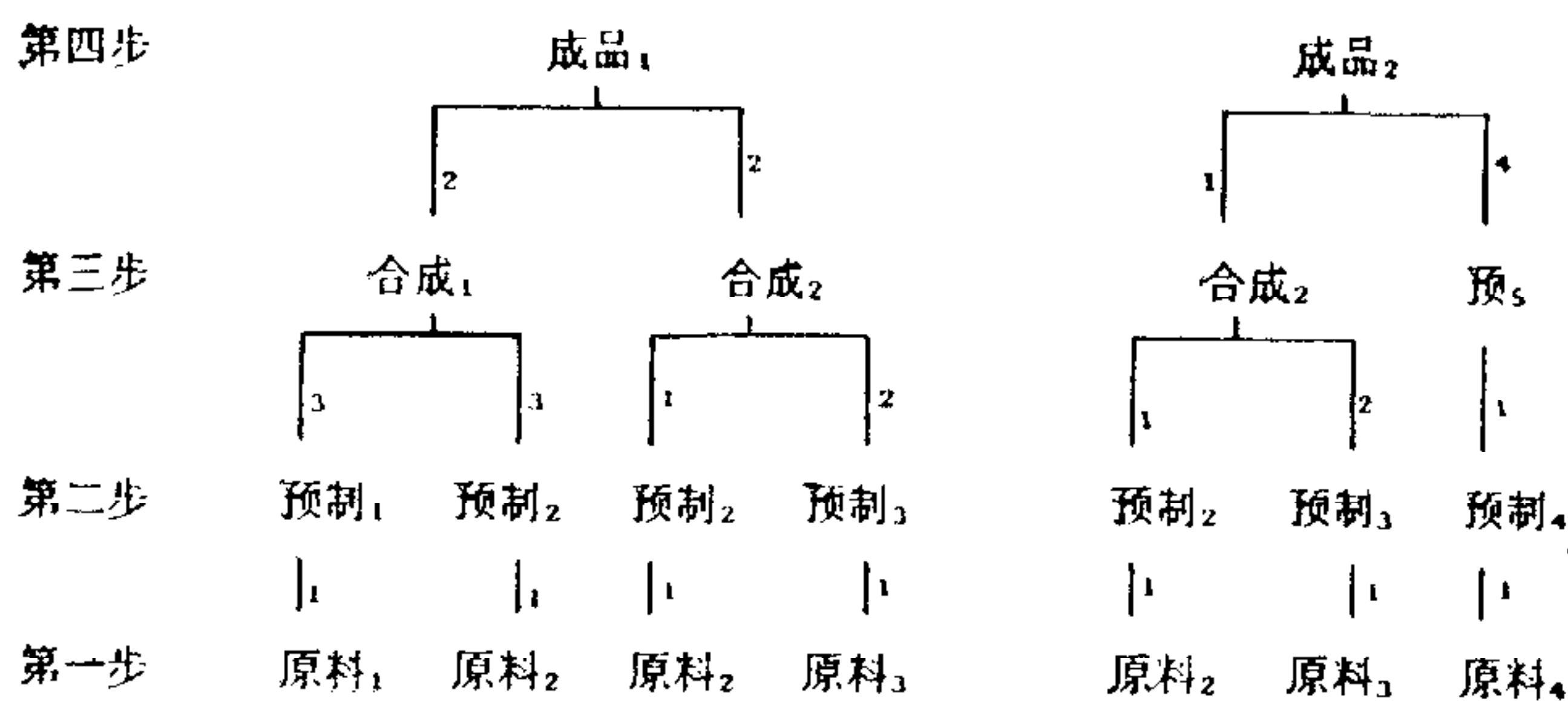


图 3.1 一种简易的物料加工系统

用 P/T 系统为之建模示于图 3.2. 其中 t_1 是生产 1 号成品; t_1^\bullet 与 t_1 连接弧上的数字分别表示生产 1 号成品需要 6 份 1 号原料、8 份 2 号原料、4 份 3 号原料... 这里用循环模型, 否则 P/T 系统应是 $p_{12}^\bullet = p_{13}^\bullet = \phi$, 而 p_{12} 与 p_{13} 分别表示 1 号成品与 2 号成品的存放库位, t_1 和 t_2 应分别从外界订货单上获取生产需求信息.

若有确定时间约束 $\sigma_t = \{1, 4, 1, 1, 1, 1, 3, 2, 1, 3, 4\}$, 模型变为图 3.2 Σ 上加 σ_t 约束

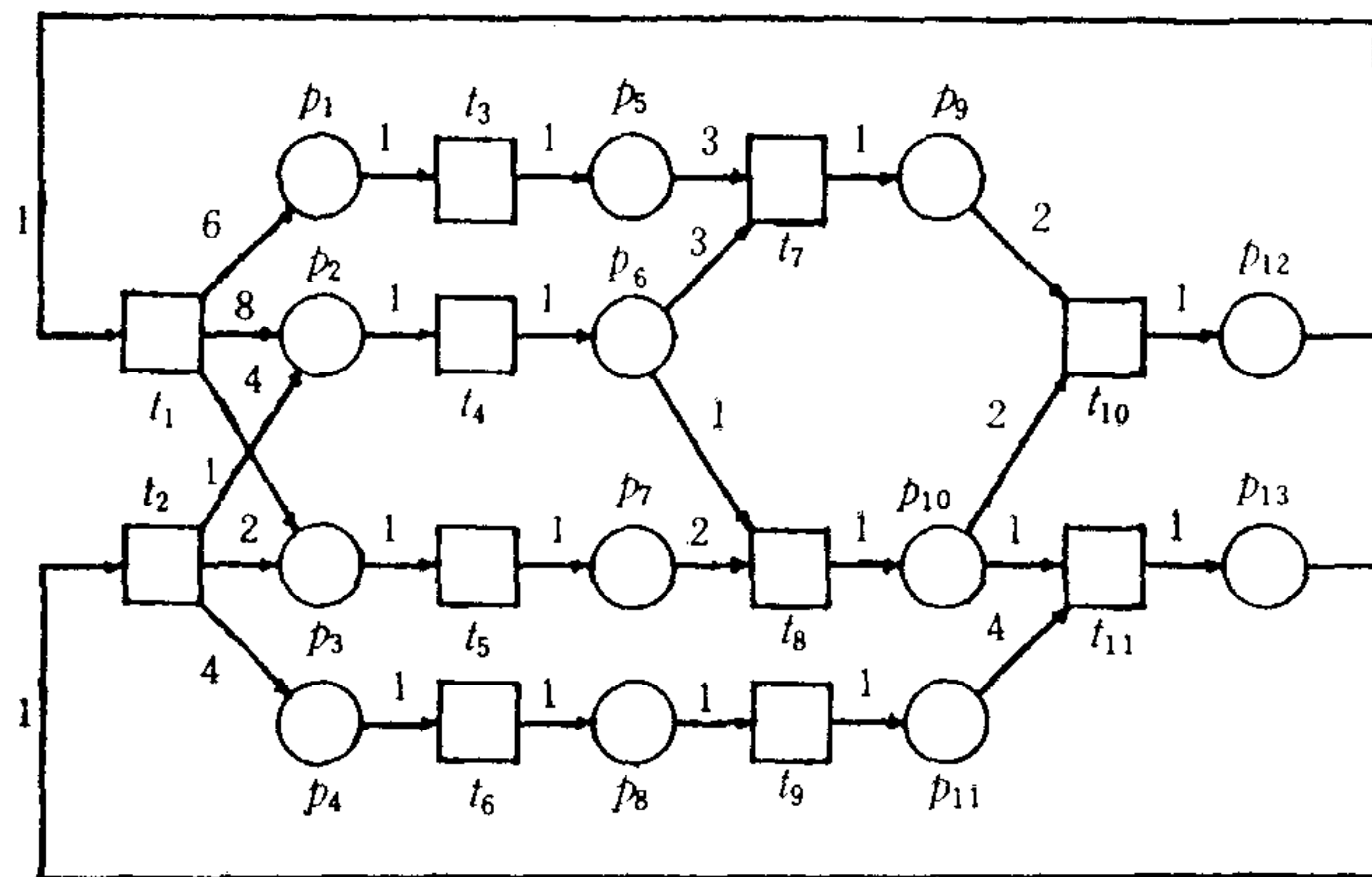
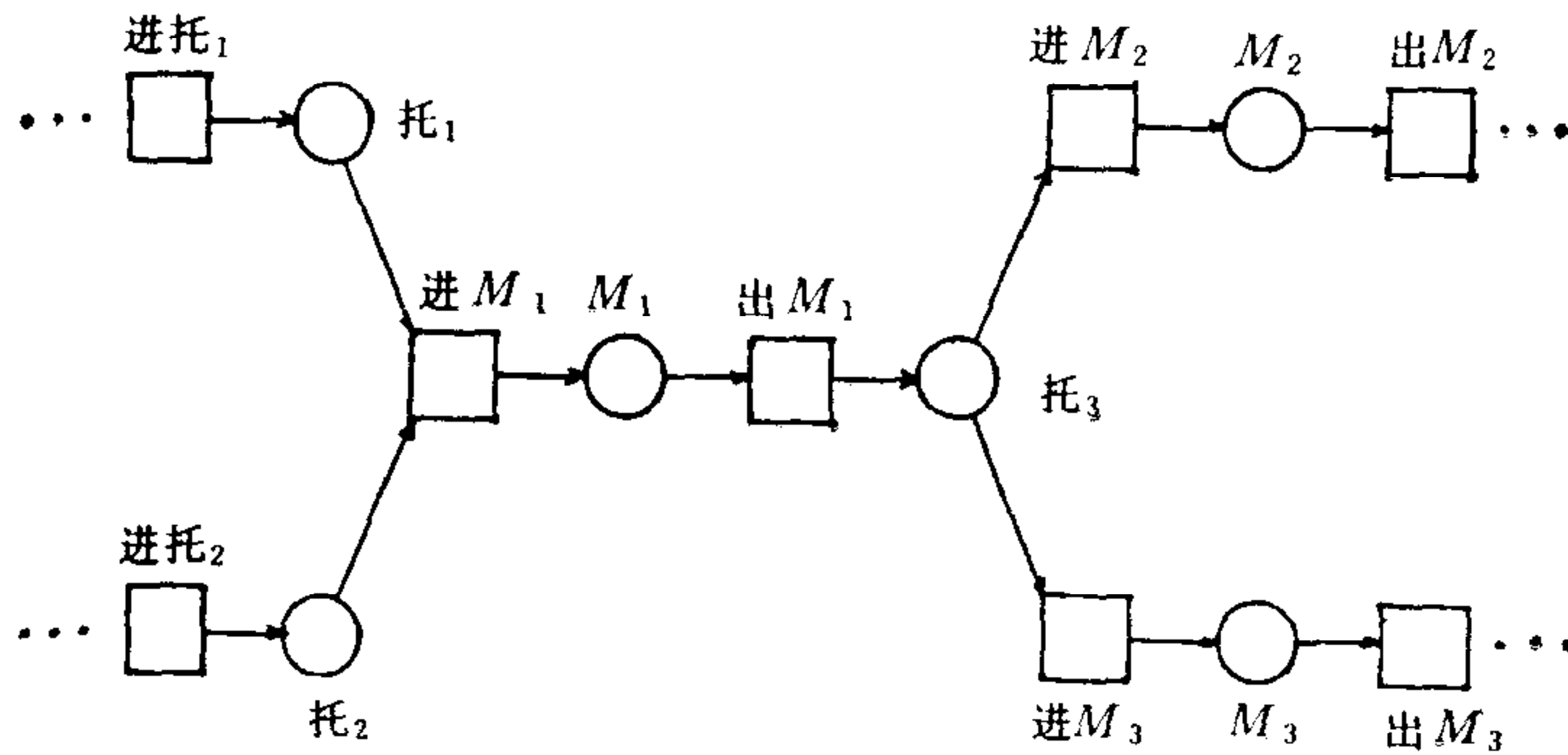
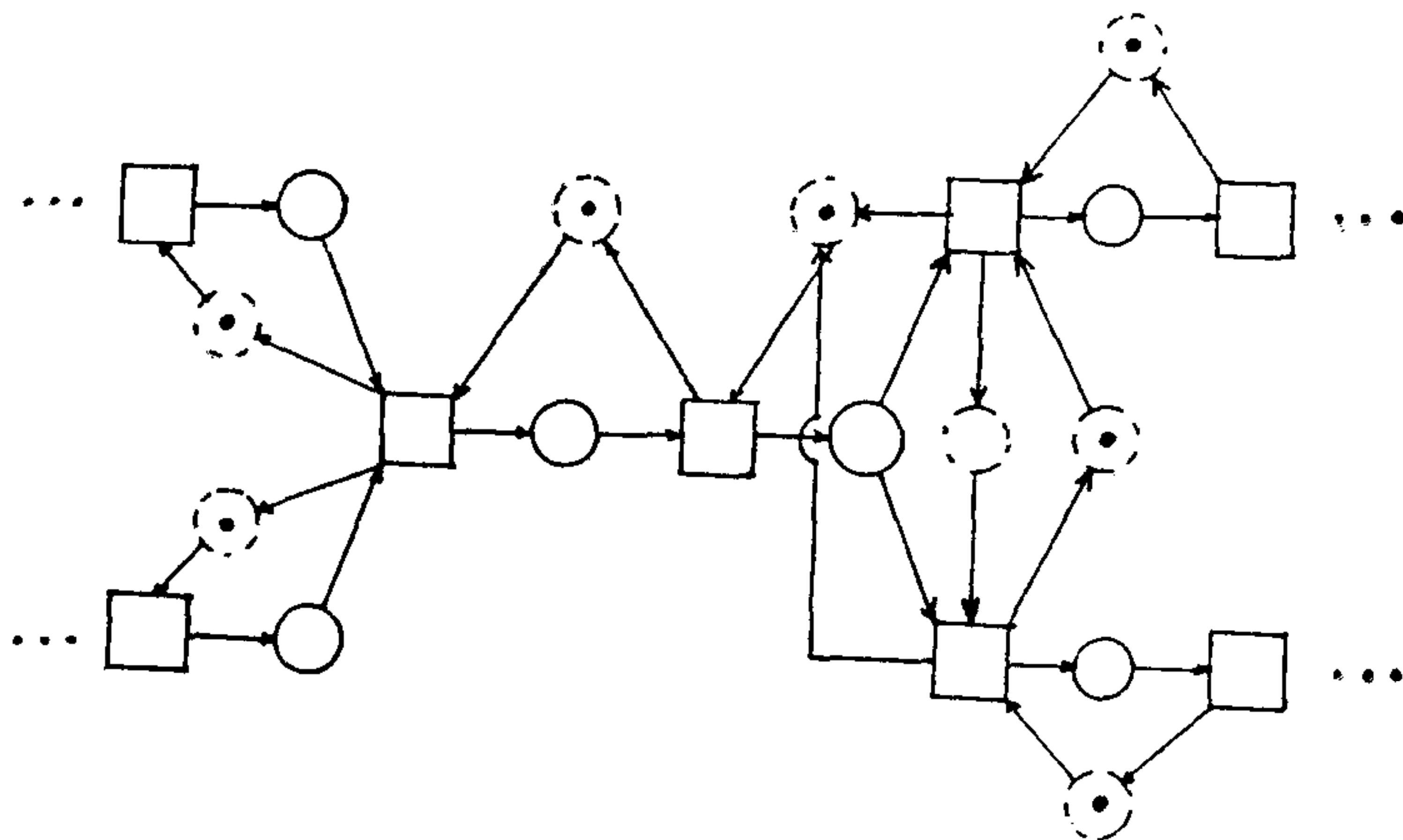


图 3.2 图 3.1 系统的 P/T 模型 Σ



(a) 一种加工的 P/T 系统模型



(b) 对 (a) 消解后的模型

图 3.3 Petri 网模型的消解方法

的 $T_dPN = (\Sigma, \sigma_d)$.

3.2 为有消解过程的系统建模

考察如下加工：1 号机床从两个托盘得到装配件组装，所得组合件经由 2 号机床或 3 号机床作钻孔、开槽等加工。

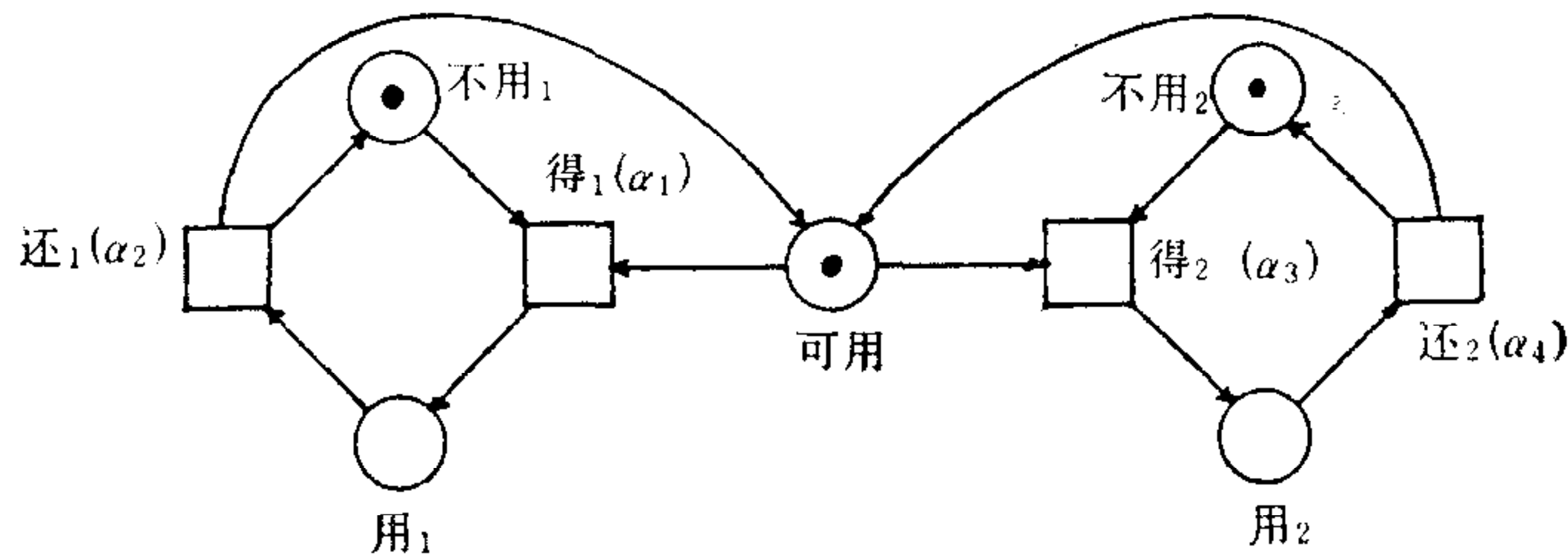
用 P/T 系统建模示于图 3.3(a)。分析模型知其中含冲突现象，也含抵触现象^[5]。在其他模型方法中要用调度、控制等策略进行消解。Petri 网方法以模型改造为消解，使外界调控约束溶于模型之中。消解后的 P/T 系统示于图 3.3(b)。

在图 3.3(b) 中，虚线 S 元素的标志以及与之连接的 F 元素是后加的。由 (b) 模型运行可知，只有 1 号托盘与 2 号托盘为空时待装配件才能送进；只有先前组合件已送到 3 号托盘后，1, 2 号托盘上工件才能送上 1 号机床 M₁。这里设 2 号机床与 3 号机床加工能力、速度指标都是一样的，故它们平均分担了任务、机床加工能力有差异时建模方法一样，只是结果略有区别。

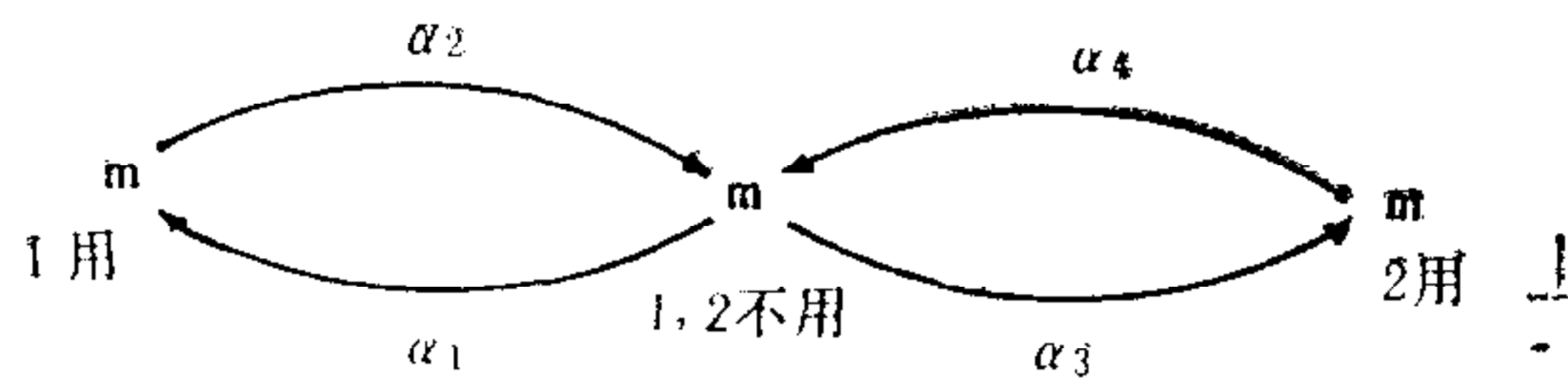
3.3 具有不确定时间约束的系统模型

在生产中，动作发生时间符合统计规律时，为系统建立 Petri 网模型可用随机 P/T 模型 SPN^[10-12]。

考察两条生产线共享一台昂贵机床。设第一条生产线的不使用时间以参数 $1/\alpha_1$ 记，使用时间为 $1/\alpha_2$ ；第二条生产线分别为 $1/\alpha_3$ 和 $1/\alpha_4$ 。建立 SPN 模型如图 3.4(a) 所示。其中(b)是(a)可达图同构的 MC (定义 2.3)。



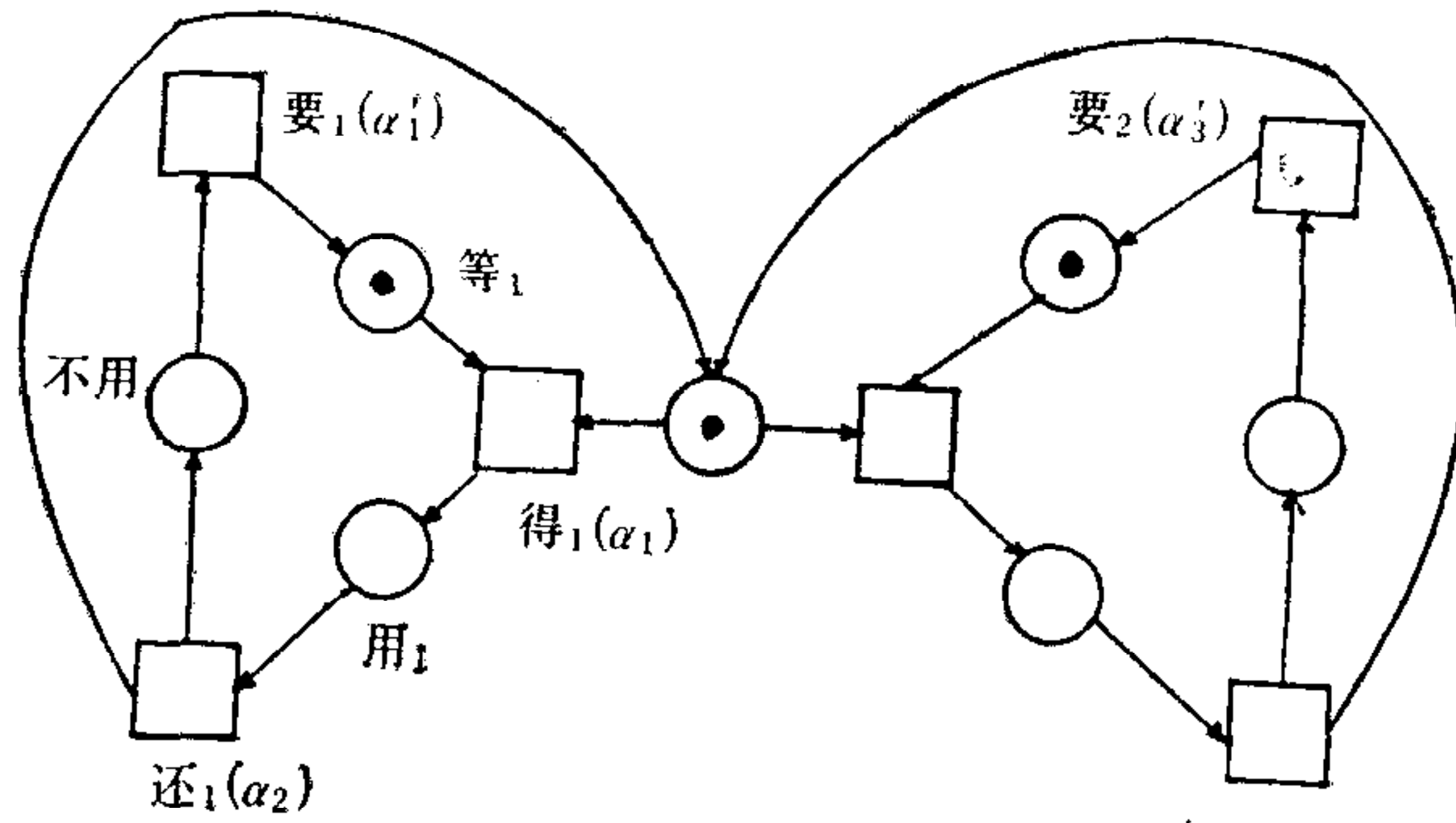
(a) 共享系统的 SPN 模型



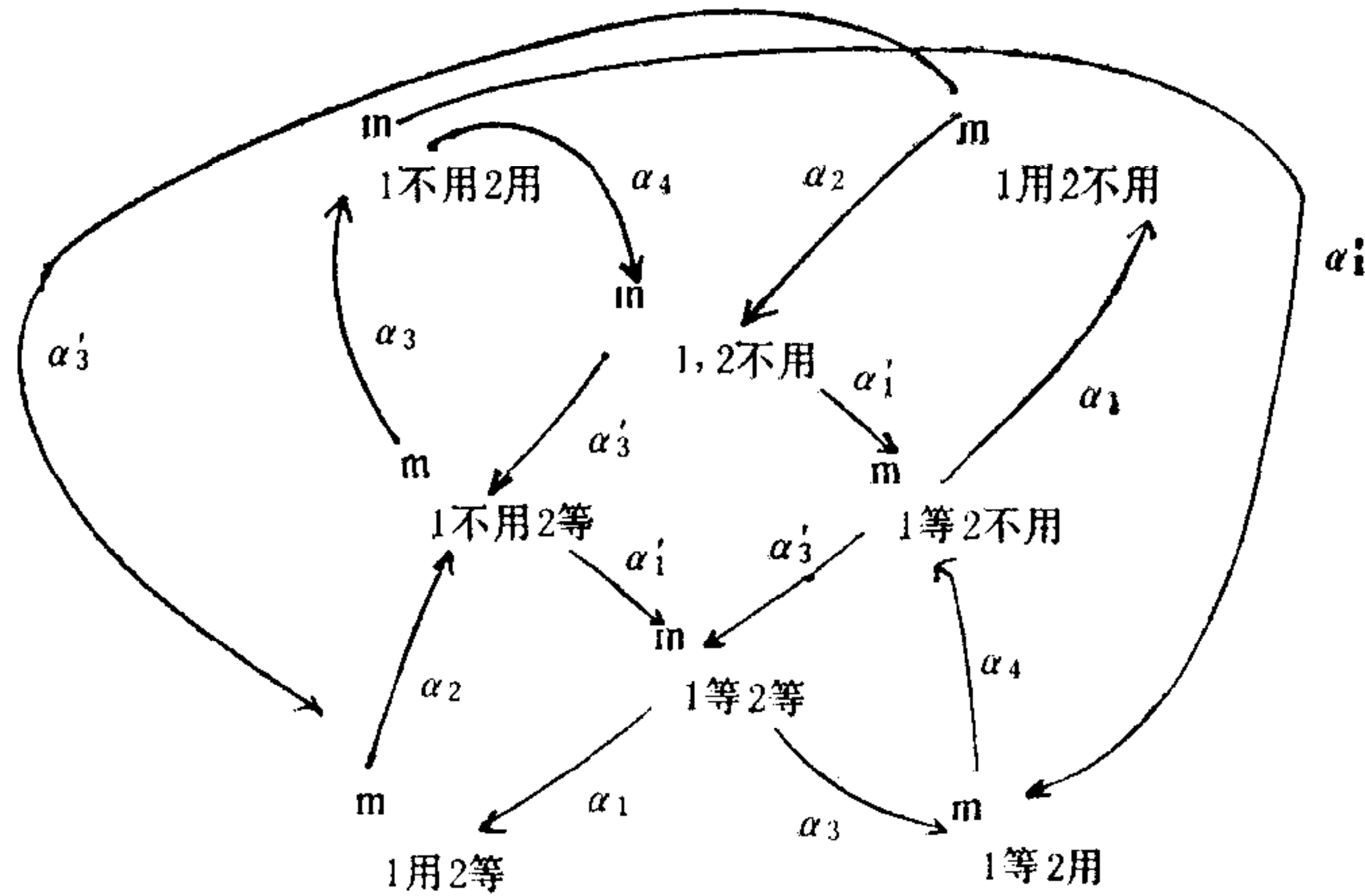
(b) 与 (a) 可达图同构的 MC 模型

图 3.4 共享系统的两种随机模型

若每条生产线在得到这台昂贵机床使用权之前均需申请，则其 SPN 模型及与其可达图同构的 MC 模型均有变化，如图 3.5 所示。很明显，SPN 模型作了一点细化之后，与其可达图同构的 MC 变化相当大。由此得出极为有用的准则：在为系统建立模型时可取较细的 SPN，为使分析简单易行，可保留与粗一级 SPN 可达图同构的 MC。



(a) 对图 3.4(a) 细化一步的 SPN 模型



(b) 与(a)可达图同构的 MC 模型

图 3.5 对图 3.4 系统的细化模型

四、Petri 网系统模型的性能分析

4.1 有确定性时间约束系统的性能分析示范

设让图 3.2 模型按外部订单 (1 号与 2 号成品产量成 1:2) 生产。从该模型可以导出生产周期的下界、稳态的平均标识(状态)、加工件在传送小车上平均停留时间等^[11]。首先得到四个独立的最小 S 不变量^[7]

$$SI_1 = (1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 3, 0, 0, 6, 0); \quad SI_2 = (0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 3, 1, 0, 8, 1);$$

$$SI_3 = (0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 2, 0, 4, 2); \quad SI_4 = (0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 4).$$

从初始标识 $M_0 = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1)$ 可算出对于四个独立 S 不变量的不变关系值 $L_i (L_i = SI_i \cdot M_0): L_1 = 6, L_2 = 9, L_3 = 6, L_4 = 4$ 。

按上述外部订单可有如下每个生产周期的基本数据: 变迁 T 元素 t_1 至 t_{11} 分别要执行 1, 2, 6, 10, 8, 8, 2, 4, 8, 1, 2 次; 时间约束 σ_i 为 1, 4, 1, 1, 1, 1, 3, 2, 1, 3, 4 (同上节)。

设任何一个 T 元素均不能与自己并发(对于生产系统此假设合理), 而变迁相互间只

要可能并行均允许且无延迟。按此假设立即可得此系统的最小生产周期(最高生产效率)是10,这意味着 t_4 所对应的机械电子设备须不停运行,没有休整。

允许有生产延迟时可算出生产周期 ≥ 16 。对应于 SI_4 生产回路的生产周期是 8,生产两件 2 号成品需 16,故此下界是 SI_4 回路无生产延迟的时间值。

4.2 具有不确定性时间约束系统性能分析

从定义 2.3 得到的 SPN 模型有一个突出的优点: 容易找到与其可达图同构的连续马尔柯夫链 MC。这意味着 SPN 性能分析可借助 MC 研究成果^[10-12]。

SPN 运行时,其前向标识集中的每个标识均可到达,但可能性不同。现称状态 M_i 的可能性为 M_i 的稳定概率,记 $p_i = P(M_i)$ 。

计算 P 的方法: 1) 从可达图得全部 l 个标识; 2) 计算矩阵 R 的所有元素 $r_{ij}(i, j = 1, 2, \dots, l)(i \neq j), r_{ij} =$ 若 $\exists t_k \in T: M_i[t_k \rangle M_j$ 则 λ_k , 否则零 ($i = j$), $r_{ij} = -\sum \lambda_k$, 其中 k 是不等于 i 的每个值使得 $\exists M' \in [M_0] \exists t_k \in T: M_i[t_k \rangle M'$;

3) 解线性方程组
$$\begin{cases} PR = 0, \\ \sum p_i = 1. \end{cases}$$

得稳定概率向量 P , 其第 i 个元素 p_i 即为标识 M_i 的稳定概率。除此之外还有类似算法可算 P 。

五、Petri 网调度器、监控器和控制方法

在生产系统的 Petri 网模型上,讨论调度和控制问题实用性强,也较易产生效益^[11,13,14]。

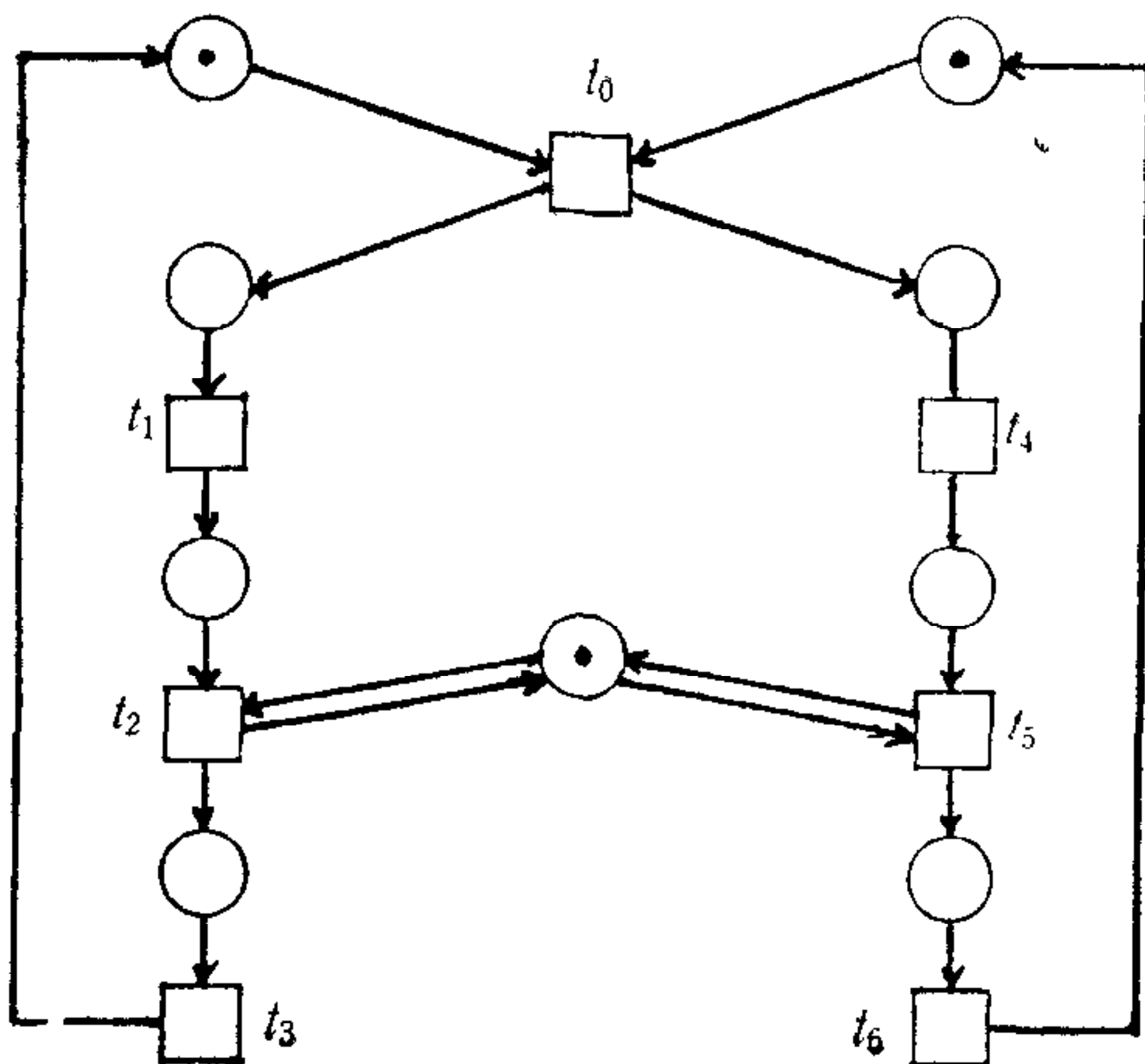


图 5.1 一种周期生产的 T_dPN 模型

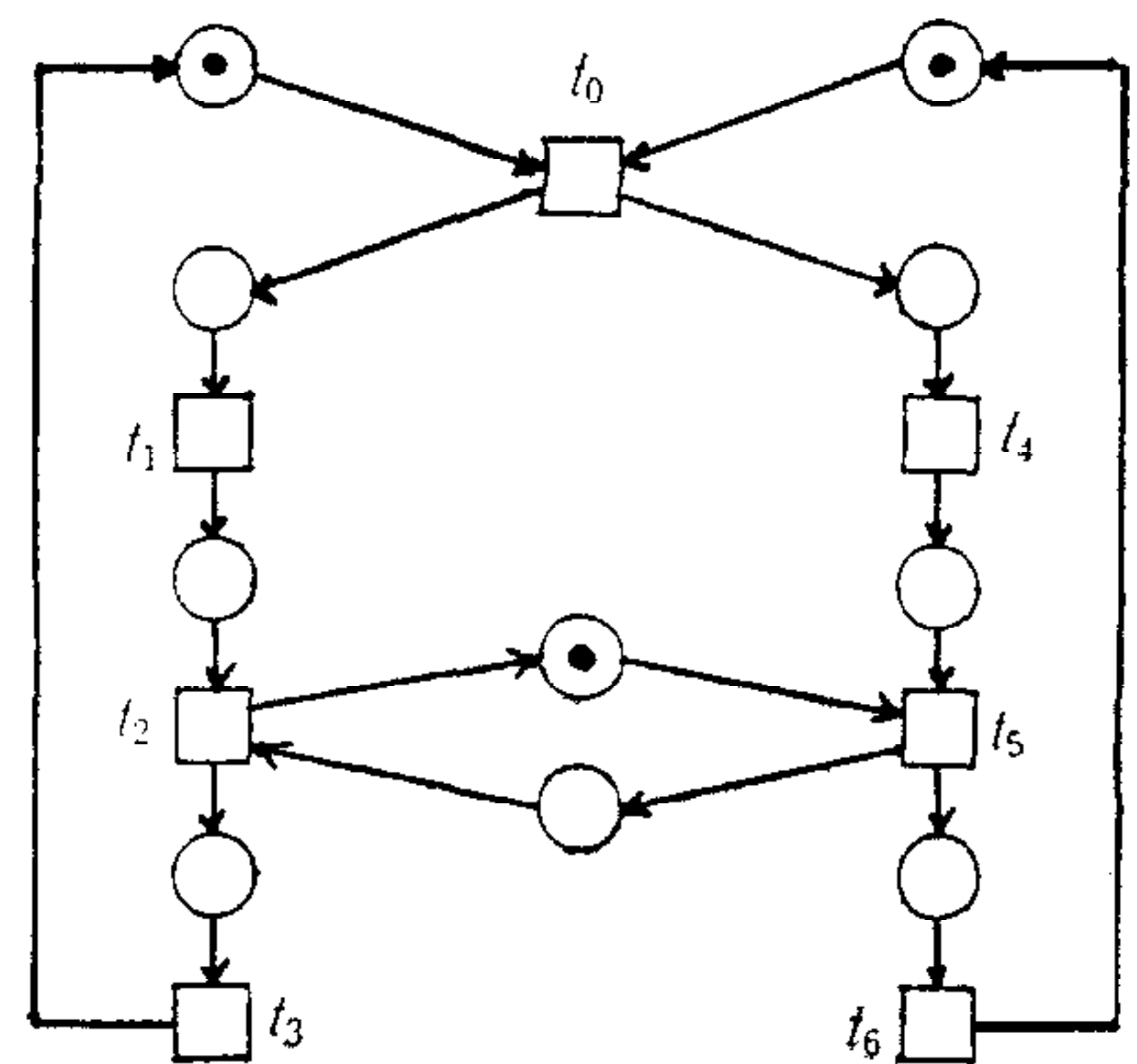


图 5.2 修改图 5.1 模型、固定优化调度

5.1 Petri 网改造调度

考察图 5.1 T_dPN 模型。 t_2 与 t_3 共享一种特殊托盘。按照使能就实施的原则,生产周期为 10; 该原则加上 t_3 具有优先使用特殊托盘的权利,则生产周期为 9。

设调度是为了加快生产速度,上述计算可指导人们优化调度。图 5.2 即为对图 5.1

T_sPN 修改后的模型。这种修改,在网论中是对冲突消介加正则子网的办法,有一定普遍意义。但由于调度的目的不总是加快速度,因而改造模型不是一种或多种法则所能定下来的。

5.2 含禁止弧的控制模型

有一个制造系统的结构与性能为

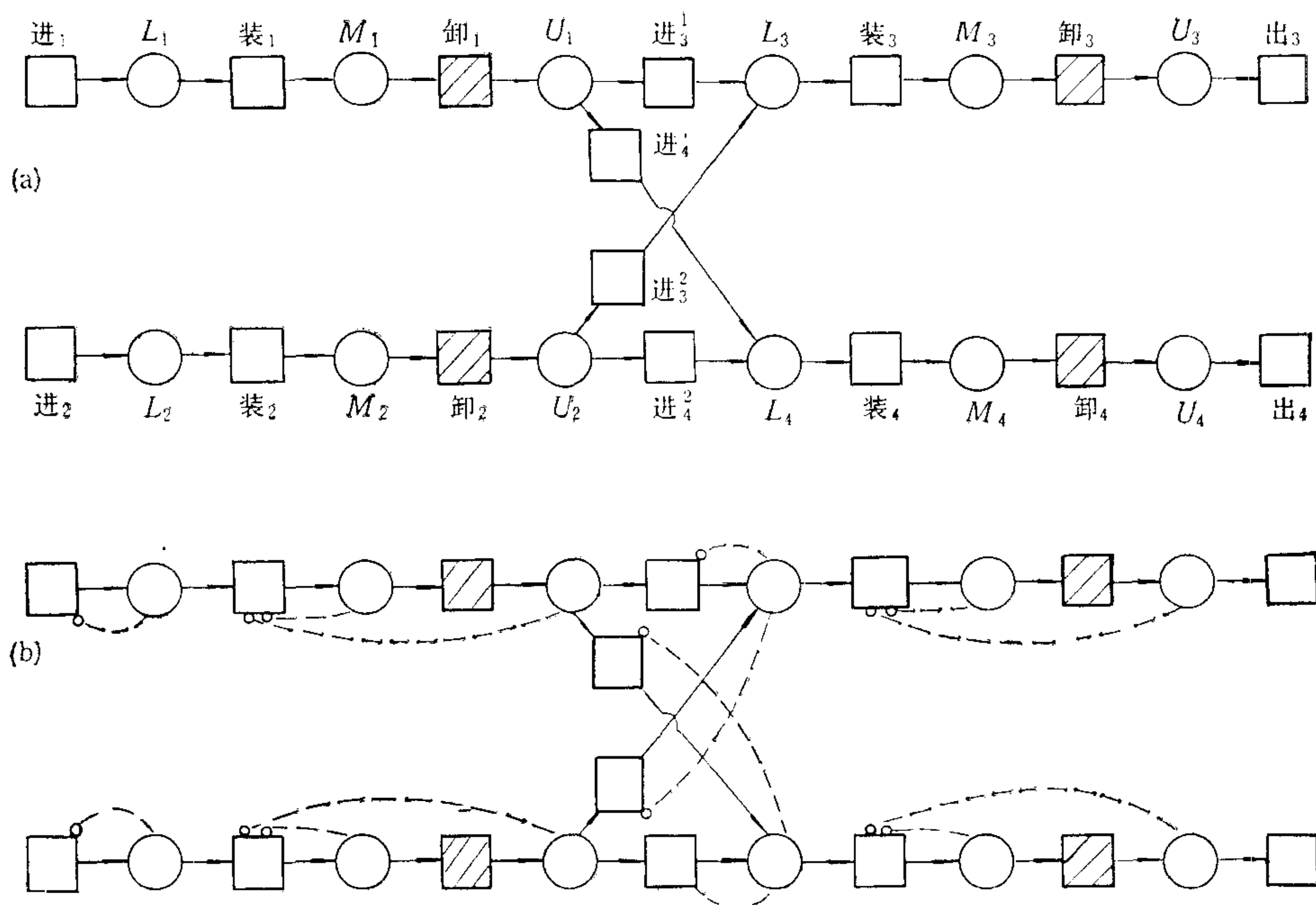
- 1) 由四个工作站组成;
- 2) 每一工作站均由一组机床与两个缓冲区(分别作装及卸);
- 3) 一组机床每次只允许一个工件进入;
- 4) 装与卸缓冲区内均只能存放一个工件;
- 5) 装与卸不可同时进行(一个站内)。

工件流程是

- 1) 工件进入系统先由 1,2 号工作站加工, 然后至 3,4 号工作站;
- 2) 卸动作不可控制。

为该系统所建模型示于图 5.3(a)。其中变迁用加斜杠方块表示不可控制。该模型还不能满足制造系统所要求的一些性能,还须加控。加控后的模型含禁止弧示于图 5.3(b)。图中位置 L 对变迁装所引的禁止弧和位置 M 对变迁装所引禁止弧都是为了控制只能有一个工件进入装缓冲区,有一个工件在机床组上加工;而位置 U 对变迁装所引的禁止弧是为了控制只能有一个工件进入卸缓冲区,且避免了同时有装、卸动作的发生。

控制目标也没有统一的标准,几乎难以找到统一的控制算法。



(a) 一种制造系统的 P/T 模型 (b) (加控)含禁止弧模型

图 5.3 一种含禁止弧的控制模型

5.3 外部监控原理

1) 外部监控设计

按控制论观点，控制就是对 P/T 系统的可控变迁集 T_c 施加一个控制模型 $\mathcal{D} = \{d | T_c \rightarrow (0,1)\}$ ，其中 $d: T_c \rightarrow (0,1)$ 是一个控制模式，意为若 $t \in T_c$ ， $d(t) = 1$ 则只要 t 使能就可执行； $d(t) = 0$ 则即使 t 使能也不可执行。

从形式语言学看，P/T 系统 Σ 产生的语言是 $L(\Sigma) = \{\beta | \beta \text{ 是 } \Sigma \text{ 实施序列}\}$ ，则控制问题是如何实施 \mathcal{D} 于 Σ 使得得到 $L(\Sigma)$ 的真子集语言 $L'(\Sigma)$ 。

设计 Petri 网监控器 C 使之实现 \mathcal{D} ，可记为 $C = (\Sigma_c, \varphi)$ ，其中 $\Sigma_c = (S^c, T; F^c, K^c, W^c, M_0^c)$ ，这里 T 就是 Σ 变迁集， $S^c \cap S = \phi$ ， $\varphi: M^c \rightarrow \mathcal{D}$ ，即 φ 将 Σ_c 的一个标识 M^c 映射为一个控制模式 $d \in \mathcal{D}$ 。

2) 监控器 C 和系统 Σ 连接闭环运行

Σ 和 C 共用变迁集合 T ，其连接可看成闭环系统 C/Σ ，以二元式 $\bar{M} = (M, M^c)$ 记录其标识。显然，在 $\bar{M} = (M, M^c)$ 时 $t \in T$ 可实施的充要条件是 $M[t] > 0$ and $M^c[t] > 0$ and $\varphi(M^c)(t) = 1$ ； t 实施后标识为 $\bar{M}' = (M', M'^c)$ ，其中 $M \xrightarrow[t]{\Sigma} M'$ ， $M^c \xrightarrow[t]{\Sigma_c} M'^c$ ；受控系统 Σ 的真子集语言 $L'(\Sigma)$ 即 $L(C/\Sigma)$ 。

3) 实现监控器 C

若能使 C 满足 $M^c[t] > 0$ 蕴涵着 $\varphi(M^c)(t) = 1$ ，则 C 是理想监控器，反之亦然。一般意义下， C 超越了 P/T 系统定义范围，伴有简单的关于 φ 的计算，是易于实现的。

六、调控模型智能化

知识工程三要素；知识表示、知识获取与推理机是广泛研究的课题，已有不少成熟技术，并有结合 Petri 网的工作^[5,6,15,16]。把 Petri 网应用于系统模型、知识模型和推理模

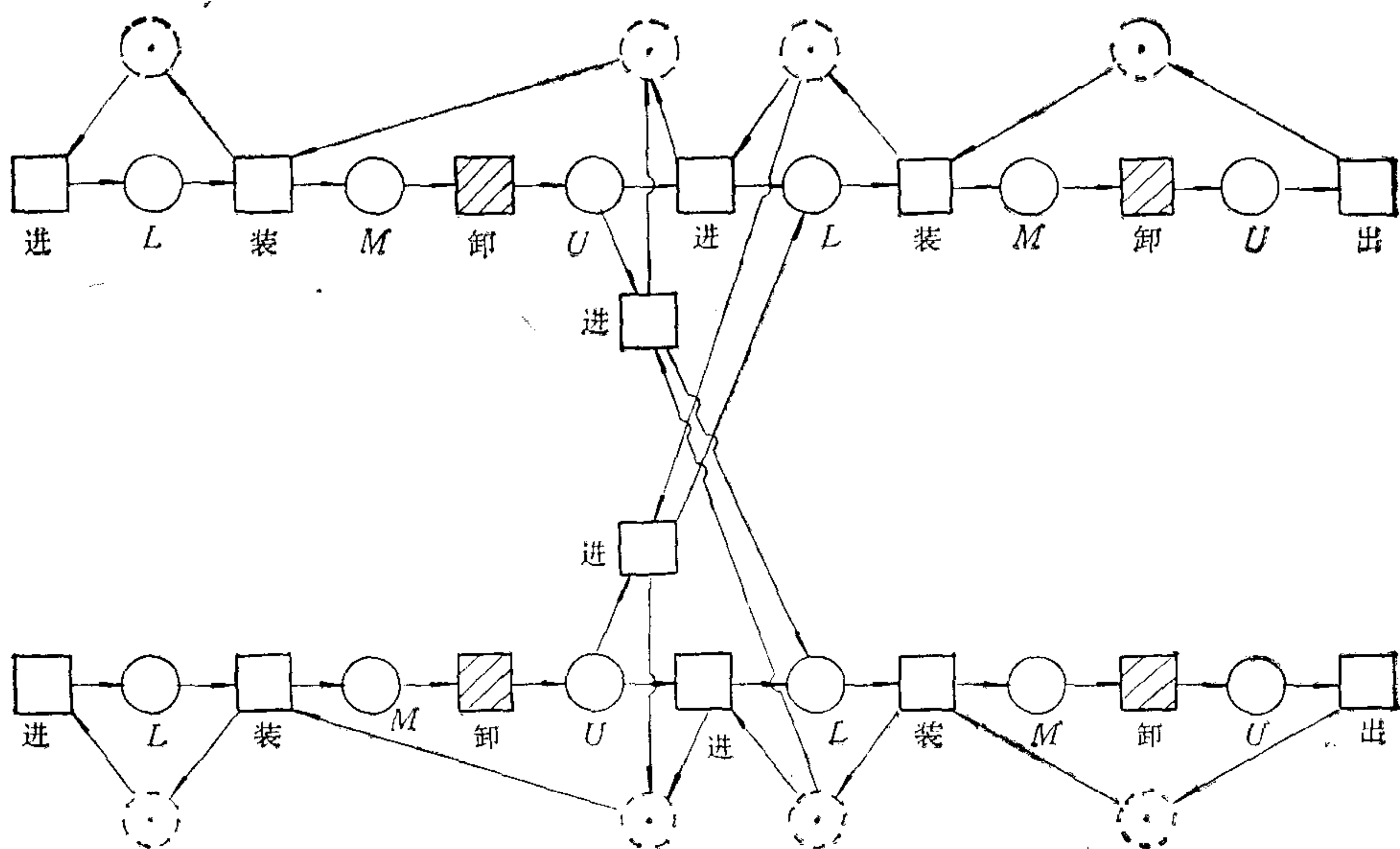


图 6.1 一个实现理想监控的系统模型

型,使之模型归一,溶成一体,开发出基于网的智能系统模型。本节以例说明将控制规则溶入系统模型实现理想监控器。

再考察图 5.3(a) 系统模型。对每个工作站控制目标与知识按规则写出:

- 1) 若输入托盘上有工件则进动作不可执行;
- 2) 若已有工件在机床组则装动作不可执行;
- 3) 若机床组加工结束则一定要卸下工件至输出托盘;
- 4) 装在进之后,卸在装之后;

5) 工作站之间连接规则是第一工作站或第二工作站加工完毕的工件可送入第三工作站或第四工作站进一步加工。

按规则 1, 进动作应有一位控制,它可从 4 获得;同理,装动作应有一位控制,由 3, 它应从工作站 3 或工作站 4 的进动作或出动作提供,...

图 6.1 示出符合控制目标的模型,这是一个实现了理想监控器的系统模型。其中虚线圆及其标志是 S^c 与 M_0^c , 与 S^c 连接的弧是 F^c 。

七、结 论

用 Petri 网为生产系统建模方便、简洁、直观;对网模型作性能分析可作为生产系统投产前的评估,也可为系统改造提供理论依据;系统模型可以智能化。通过讨论可进一步认识

1) 并行性在网系统中易于揭示与体现;2) 可灵活地建立调控器;3) 可与知识工程技术结合;4) 网模型有多种级别,级高易于建模,级低易于实现;5) 已有不少计算机软件——网工具,可用于辅助工作。

参 考 文 献

- [1] Petri, C. A., Kommunikation mit Automaten, Ph. D. Thesis, University of Bonn, 1962, also, Communication with Automata, Supplement 1, Technical Report, RADG-TR-65-377, 1966.
- [2] Hack, M. H. T., Analysis of Production Schemata by Petri Nets, Project MAC, MIT (1972) 119.
- [3] 陆维明,一种用于说明并发算法的工具,计算机学报(1984)(9) 341—352.
- [4] Lu, W. M., A Note for enhancing the Applicability of BP Scheme, Proc. 1st International Conference on Computers and Applications, BEIJING, CHINA (1984) 397—405.
- [5] Petri, C. A., Introduction to General Net Theory, LNCS 84(1980) 1—19.
- [6] 林闯、陆维明, Petri 网用于表示知识,计算机学报(1992)(1) 1—16.
- [7] Best, E. and Fernandez, C., Notions and Terminology on Petri Net Theory-revised Version, Petri net newsletter 23(1986) (4.) 21—46.
- [8] Ramchandani, C., Analysis of Asynchronous Concurrent Systems by Timed Petri Nets, Research Report MAC-TR 120, MIT, (1974) 21.
- [9] Reisig, W., PETRI NETS, Springer Verlag, (1985) 161.
- [10] Marsan, M. A., Stochastic Petri Nets: An Elementary Introduction, Springer Verlag, LNCS 424(1990) 1—29.
- [11] Silva, M. and Valette, R., Petri Nets and Flexible Manufacturing, Springer Verlag, LNCS 424(1990) 374—417.
- [12] C. Lin and D. C. Marinescu Stochastic High-Level Petri Nets and Applications IEEE Transactions on Computers 37(1988), (7), July 815—825.
- [13] Murata, Tomo., et al, A Petri Net Based Controller for Flexible and Maintainable Sequence Control and Its

- Applications in Factory Automation, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **IE33** (1986), (1) 1—8.
- [14] Nagao, Y., et al, Petri Net Based Programming System for FMS, Work in Progress of the 3rd PNPM, KYOTO, JAPAN (1989)16.
- [15] Bourey, J. P. and Gentina, J. C., Computer Aided Design for Structuration and Representation of Control of Flexible Manufacturing Systems, Proc. of 8th Workshop on Application and Theory of Petri Nets, ZARAGOZA, SPAIN (1987) 117—136.
- [16] Valette, R. and Atabakhche, H., Petri Nets for Sequence Constraint Propagation in Knowledge Based Approaches, Springer Verlag, *Concurrency and Nets* (1987), 555—570.

PETRI NET MODEL OF MANUFACTURING SYSTEMS

LU WEIMING

(Institute of Mathematics, Academia Sinica, Beijing 100080)

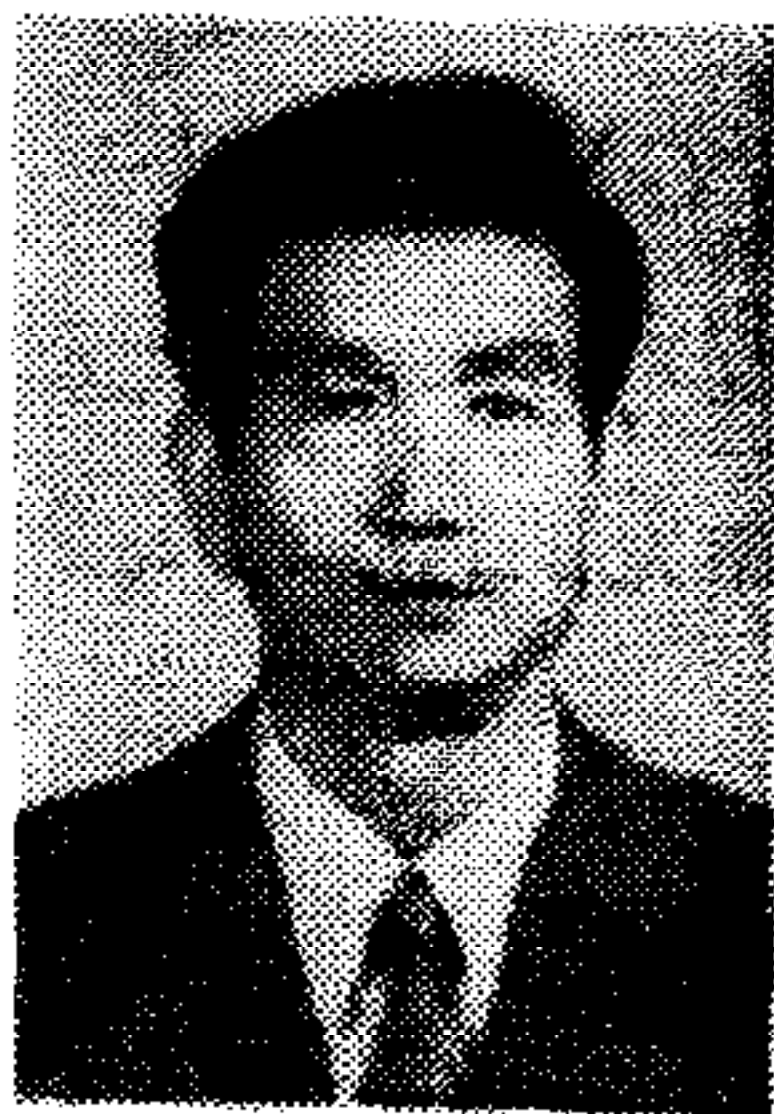
LIN CHUANG

(Institute of Information Science and Application State Information Center, Beijing, 100045)

ABSTRACT

System modelling is presented in this paper, especially for the system that needs resolution. When a manufacturing system is modelled by stochastic Petri net, it is possible to use stepwise refinement. Examples of the performance model are showed to verify the enhancement of the applicability of nets. Two net controllers are constructed to demonstrate the method introduced in the paper. Finally, an intelligent scheduling and control net model is given.

Key words : Petri net; factory automation; system performance; system control; intelligent model



陆维明 中国科学院研究员。1963年南京大学毕业，1982年和1987年两度在原西德国家计算机科学研究中心，以Petri教授为首的研究所工作两年多；现任数学所计算机科学室主任和中国计算机学会Petri网专业委员会主任委员。目前从事网论及其应用研究，发表论文50余篇。



林闯 国家信息中心副研究员。1981年中国科学院硕士研究生毕业，1985年在美国普渡大学进修做研究工作，1989年又应邀做为客座研究员访问美国德克萨斯大学。主要研究领域为计算机系统性能评价、Petri网应用和人工智能推理研究。先后在IEEE Trans. on Computers 和中国《计算机学报》发表过多篇论文。