第19卷 第3期 自 动 化 学 报 Vol. 19, No. 3
1993年5月 ACTA AUTOMATICA SINICA May, 1993

短 文

离散系统快速递推仿真算法及其在柔性制造系统中的应用[1)]

胡建昆 王广雄 叶 桦 彭永进
(哈尔滨工业大学控制工程系,哈尔滨 150006) (湖南大学,长沙 410012)
王 旭 东
(哈尔滨电工学院,哈尔滨 150040)

摘 要

本文对具有中央服务台形式，队列均为 FCFS 服务规则，不同顾客类不同路径和不同服务速率的闭网络进行了研究. 文中引入多变量排队网络理论建立了一类离散事件系统仿真模型，提出一快速递推算法，该算法计算量小并应用于实际问题.

关键词: 排队网络，仿真，FMS.

一、前 言

已知 FCFS 规则，不同顾客不同服务速率的排队网络不满足乘积解的形式[3]，而现有的近似方法常面临着如下困难： 1）算法收敛；2）无法确知近似程度；3）分析工作量巨大. 本文导出一快速递推的简明算法，可以较为有效地解决上述问题.

二、推导过程及结果

1. 问题的提出

考虑一具有中央服务台形式的闭排队网络，其结构图如图1所示.

系统共有M个服务中心，每个服务中心只有一个服务台. 设系统顾客分为R类，系统顾客总数N由于系统闭环而保持不变. 服务规则为 FCFS，服务时间为负指数分布，其平均服务速率 $\mu_{i,r}$ 随顾客类别不同而变. 参数 $P_{i,r,j,s}$ 表示一个第 r 类的顾客在第 i 服务中心接受服务后，以 $P_{i,r,j,s}$ 概率转换成第 S 类顾客，并进入第 j 中心. 设中央服务台不改变顾客类别，且其中心编号为 $M-1$. $P_{i,r,j,s}$ 取值如下:

本文于1991年8月22日收到.
1) 国家自然科学基金资助的课题.

$$\begin{cases} P_{i,r,j,s}=0 \quad (i,\ j\neq M-1;\quad r,\ s=1,\ 2,\ \cdots,\ R), \\ \sum_{s=1}^{R} P_{i,r,M-1,s}=1 \quad (i\neq M-1,\ r=1,\ 2,\ \cdots,\ R), \\ \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq M-1}}^{M}\sum_{s=1}^{R} P_{M-1,r,j,s}=1 \quad (r=1,\ 2,\cdots,\ R). \end{cases} \tag{1}$$

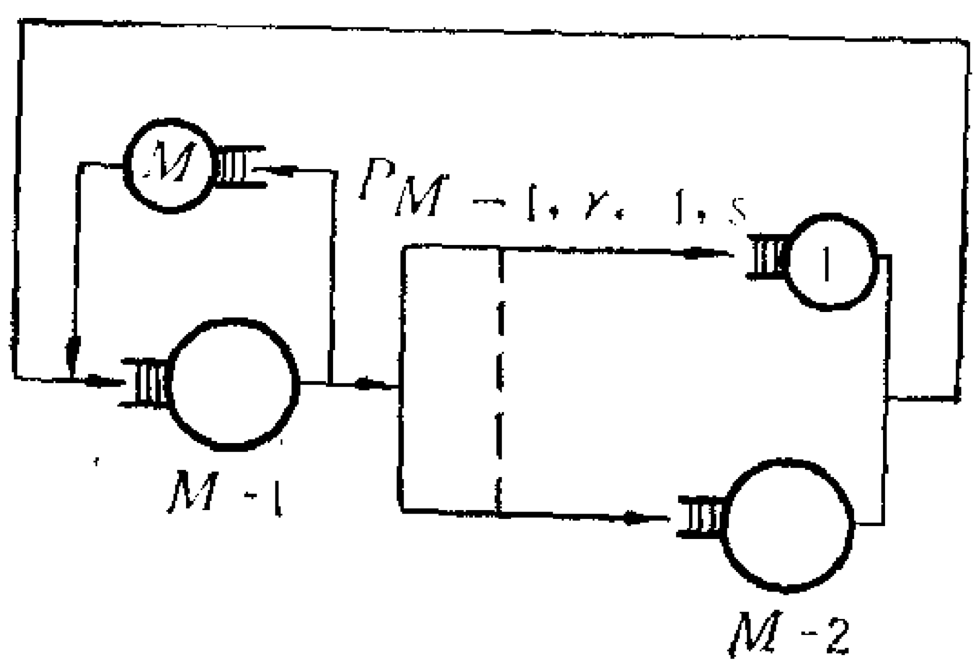

图 1　系统结构图

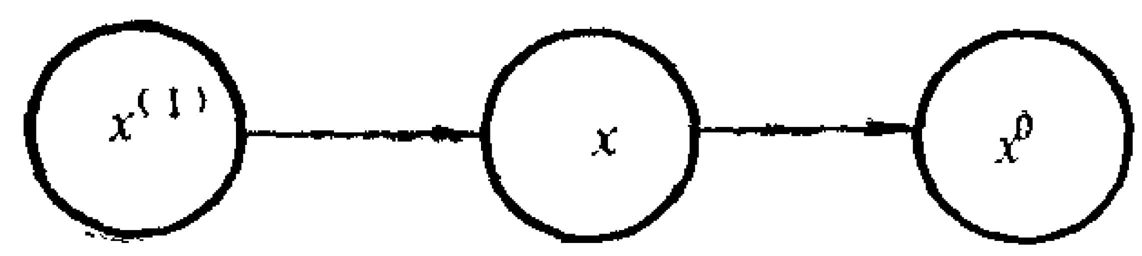

图 2　状态转移图

假定以 (i,r) 为状态的马尔可夫链可以分解成W个遍历的小链，令 $E_1,E_2,\cdots,E_W$ 为这些子链的状态所组成的集合。

定理 1.[2] 设有一连续时间的马尔可夫过程，其状态空间 φ 是可数的且形成一不可约类。则网络处于稳态时，流入某状态节点的概率流速率等于该节点流出的概率流速率。

令 X 表示系统状态

$$\begin{cases} X=(x_1,\ x_2,\cdots,x_M), \\ X_i=(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{i,n_i}). \end{cases} \tag{2}$$

其中 x_i 为 i 服务中心的状态；n_i 为 i 服务中心的顾客（包括正在接受服务的顾客）；X_{ij} 为 i 服务中心排在第 j 位置顾客的类别。 系统 X 的相邻状态有两类，如图 2 所示。

$$\begin{cases} x^0=(x_1,\ x_2,\cdots,\ x_i^0,\cdots,\ x_j^{01},\cdots,\ x_M), \\ x_i^0=(x_{i2},\ x_{i3},\cdots,x_{i,n_i}) \quad (i=1,2,\cdots,M), \\ x_j^{01}=(x_{j1},\ x_{j2},\cdots,\ x_{j,n_j},\ x_{j,n_j+1}^{01}) \quad (j=1,2,\cdots,M), \end{cases} \tag{3}$$

$$\begin{cases} x^{[I1]}=(x_1,\cdots x_i^{[I1]},\cdots,\ x_j^{[I1]},\cdots,x_M) \quad (i,\ j=1,\ 2,\cdots,\ M), \\ x_i^{[I1]}=(x_{i1}^{[I1]},\ x_{i1},\cdots,\ x_{i,n_i}), \\ x_j^{[I1]}=(x_{j1},\ x_{j2},\cdots,x_{j,n_j-1}) \quad (i,\ j=1,\ 2,\cdots,\ M). \end{cases} \tag{4}$$

令 $P(X)$ 表示系统平衡状态分布概率，流出 X 状态的概率流速 V_0 为

$$V_0=P(x)\sum_{i=1}^{M}\varepsilon(n_i)\cdot\mu_{i,x_{i1}}. \tag{5}$$

$$\varepsilon(k)=\begin{cases}0, & k\leqslant 0, \\ 1, & k>0.\end{cases} \tag{6}$$

同理有输入概率流 V_{in}

$$V_{in}=\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M}\varepsilon(n_i)P(x^{(J)})\cdot P_{i,x_{i1,j}^{(I)}x_{j,n_j}}\cdot\mu_{i,x_{i1}^{[I]}}.$$

据定理 1 知，
$$V_{in} = V_0. \tag{7}$$

2. 递推公式推导

设原网络可用 BCMP 网络群逼近[1]，不妨令式(7)有近似解

$$P(x) = C\prod_{i=1}^{M}(1/\mu_i)^{n_i}\prod_{j=1}^{n_i} e_i, x_{i,j}, \tag{8}$$

$$e_{j,s} = \sum_{(i,r)\in E_j} e_{i,r}\cdot P_{i,r,j,s}. \tag{9}$$

其中 C 为归一化常数；$e_{j,s}$ 为转移速率. 令

$$E(x) = V_0(x) - V_{in}(x). \tag{10}$$

$\bar{X}$ 表示 x 的所有集合；$E(n_1,n_2,\cdots,n_M)$ 表示聚合状态方程. 则

$$E(n_1,n_2,\cdots,n_M) = \sum_{x\in\bar{x}} E(x), \tag{11}$$

$$S(N,M) = \sum_{\bar{n}\in(N,M)} E^2(n_1,n_2,\cdots,n_M), \tag{12}$$

$$(N,M) = \left\{n_i \,\middle|\, \sum_{i=1}^{M} n_i = N,\ \bar{n} = (n_1,n_2,\cdots,n_M)\right\}. \tag{13}$$

再令 L_i 表示 i 中心允许的不同顾客类别数，对顾客类别进行重新编号，设 $x_{i,j}^{[1]}$ 表示 i 服务中心 j 位置顾客是服务速率最低的类别，$x_{i,j}^{[2]}$ 次之…….

经过十分复杂的运算，最终结果如下：

$$S(N,M) = Q1 + Q2 + Q3, \tag{14}$$

$$\begin{aligned} Q1 = \sum_{P=1}^{M}\sum_{j=1}^{M}\Bigg[L_P^{-1}\sum_{t=1}^{L_P}\left(\mu_{P,x_{P1}^{(t)}} - \frac{\mu_P}{\mu_{M-1}} * \mu_{M-1,x_{P1}^{(t)}}\right) * L_j^{-1} \\ * \sum_{t=1}^{L_j}\left(\mu_{j,x_{j1}^{(t)}} - \frac{\mu_j}{\mu_{M-1}} * \mu_{M-1,x_{j1}^{(t)}}\right) * T_j^P(N,M)\Bigg], \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} Q2 = 2\sum_{P=1}^{M}\Bigg\{L_P^{-1}\sum_{t=1}^{L_P}\left(\mu_{P,x_{P1}^{(t)}} - \frac{\mu_P}{\mu_{M-1}} * \mu_{M-1,x_{P1}^{(t)}}\right) \\ * L_{M-1}^{-1} * \left[\sum_{t=1}^{L_{M-1}}\mu_{M-1,x_{M-1,1}^{(t)}} - \sum_{\substack{j=1\\ j\neq M-1}}^{M}\sum_{t=1}^{L_j}\left(\mu_{j,x_{j1}^{(t)}} * \frac{\mu_{M-1}}{\mu_j}\right)\right] * T_{M-1}^P(N,M)\Bigg\}, \end{aligned} \tag{16}$$

$$Q3 = \frac{1}{\mu_{M-1}^2}\left[\sum_{t=1}^{L_{M-1}}\mu_{M-1,x_{M-1,1}^{(t)}} - \sum_{\substack{j=1\\ j\neq M-1}}^{M}\sum_{t=1}^{L_M}\left(\mu_{j,x_{j1}^{(t)}} * \frac{\mu_{M-1}}{\mu_j}\right)^2\right] * G(N-1,M), \tag{17}$$

$$\begin{aligned} G(N,M) &= \sum_{\bar{n}\in(N,M)}\prod_{k=1}^{M}(L_K/\mu_k)^{2n_k} \\ &= G(N,M-1) + \left(\frac{L_M}{\mu_M}\right)^2 * G(N-1,M), \end{aligned} \tag{18}$$

$$T_j^P(N,M) = \begin{cases}(L_P/\mu_P)^2 * G(N-1,M), & P = j, \\ (L_P/\mu_P)^2 * (L_j/\mu_j)^2 * G(N-2,M), & P \neq j. \end{cases} \tag{19}$$

令 $\bar{\mu}=(\mu_1,\mu_2,\cdots,\mu_M)$ 为待定 BCMP 网络[1]的结构参数(平均服务速率)，求解 $\min S(N,M)$就可求出系统的最佳解。进而求出系统的各种性能指标。

三、FMS 仿真实例

例. 湖南某机器厂新建一混合型柔性制造系统，它采用环形布局。系统具有 10 个加工工位，共有托盘数 $N=20$。 它可同时加工 4 种零件。 加工参数及工序流程如表 1 所示。

表 1

工位号 / 工件号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A1		14	200	87.65				10	8	5
A2	30	30,15			84.61	60	40	20	8	5
A3	90	45,15		39.6,92.08	143.1	60	85	45	8	5
A4	60	5		60.6,43.64	83.58			15	8	5

	A1 件	A2 件	A3 件	A4 件
工序流程	3→4—2→8—10	1→6—7—2—5—2—8—10	1—4—2—4—5—6—7—2—8—10	1—4—4—5—2—8—10

利用本文的多变量网络的迭代算法进行仿真，所得结果如表 2 所示。

表 2

工　位	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
队　长	0.6298	0.2075	0.8	6.2762	4.9080	0.1883	0.2053	0.0958	1.5955	0.7115
利用率	0.5451	0.3659	0.5875	0.9396	0.8996	0.3522	0.3644	0.2667	0.0037	0.0592

生产率＝0.708/(件/小时)，误差 $S(20,10)\approx 0.0$

作者感谢与中国科学院郑应平研究员及数学所董泽清研究员所进行的有益讨论。

参　考　文　献

[1] Baskett, F., Chandy K. M., Muntz R. R., Palacios F. G., Open, Closed and Mixed Networks of Queues with Diffferent Classes of Customers, *JACM*, **22**(1975), 248—260.

[2] Kendal, D. G., Some Problems in Mathematical Genealogy, In *Perspectives in Probability and Statistics*. Applied Probability Trust, Sheffield, Academic Press, London, 1975.

[3] Chandy, K. M., Martin A. J., A Characterization of Product-Form Queueing Networks. *JACM*, **30**(1983), 286—299.

A FAST RECURSIVE ALGORITHM FOR THE SIMULATION OF DISCRETE EVENT DYNAMIC SYSTEMS AND IT'S APPLICATION TO THE FMS

HU JIANKUN WANG GUANGXIONG AND YE HUA
(*Harbin Institute of Technclogy* 150006)
PENG YONGJIN
(*Hunan University*)
WANG XUDONG
(*Harbin Electric Engineering College* 150040)

ABSTRACT

This paper introduces the BCMP network [1] into a closed system which has only one centlal server, and sets up a new multivariable queueing network model for the system. This method can not only give a measure of the error by approximation, but also minimizes the error. In addition, the algorithm is recursive, and it requires little amount of computation.

Key words: Queueing network model; simulation; FMS.