

基于二次曲线的立体视觉¹⁾

司绍华 马颂德

(中国科学院自动化研究所国家模式识别实验室, 北京 100080)

摘 要

我们提出了一种基于二次曲线的立体视觉方法。在以前基于曲线的立体视觉方法[1][2]中,曲线只是用于计算点的特征,从而更加容易地实现点对应。我们提出的方法以图像中的二次曲线为匹配基元,无需点与点之间的对应,我们给出了两幅图像中二次曲线对全局匹配的准则。在匹配的基础上,给出了二次曲线重建的方法,重建的过程具有解析形式的解。此方法可以实时实现。本文的最后给出了解的唯一性分析和在真实图像上所做的实验结果。

关键词: 立体视觉,二次曲线,匹配,重建。

一、前 言

立体视觉是从不同视点得到的图像中恢复出景物三维描述的技术。大多数立体视觉的研究工作集中在双目立体视觉上,即从不同位置的两幅图像中观察景物然后恢复其三维结构。立体视觉的主要研究问题为:(1)确定匹配基元以及它们在图像中的几何关系;(2)寻找两幅图像中基元之间的对应(Correspondence);(3)从对应的基元中重建三维景物。文献[6]给出了这方面的综述。

从文献中可以看出,绝大多数的研究工作都是用边缘点或直线段作为匹配基元。这些基元在图像中相对来说比较容易检测,但是由于图像中有太多的边缘点和直线段,使得匹配变得非常困难。另外,双目立体视觉的几何约束也不能保证点与点或直线段与直线段之间获得唯一对应。为了解决这些问题,许多研究者使用了启发式约束(如[3]中的视差连续性假设),分割的几何关系[4][5]和假设——检验策略等。从匹配的角度来看,所有这些方法都可以看作是利用物理世界的知识把特征结合得更加紧密,使得匹配更加方便、容易实现,以避免在寻找基元对应时遇到的组合爆炸问题。显然,使用的特征越高层,匹配就越容易实现,但这里也有一个在时间复杂性上的折衷问题,因为使用的特征越高层,从图像中抽取它们所花费的时间就越多。最近有些研究工作[1][2]使用曲线作为基元,显然在处理曲线形状的物体时它比使用点基元或线基元更合理、特征结合的更紧密,但是从三维重建的角度来看,这些方法都不能称为“真正的”基于曲线的立体视觉,因为在这些方法中曲线只是用于更加容易地实现点对应(在[2]中,B样条曲线被用于计算曲率以帮助匹配),而重建仍然是基于匹配后的点基元。这种重建方法是非常花费时间的。

本文于1992年1月20日收到。

1) 本文曾在1992年国际模式识别大会上宣读。

在本文中,我们提出了一种基于曲线的立体视觉方法,这种方法适用于存在有二次曲线的物体.在实际景物中,有许多物体、特别是人造物体具有二次曲线的轮廓(如圆柱、圆台、圆锥等),而空间二次曲线在图像上的投影仍然是二次曲线.勿需点与点之间的对应,我们给出了两幅图像中二次曲线对全局匹配的准则,在匹配的基础上,给出了空间二次曲线重建的解析形式解的方法.

二、坐标系统描述

一般物体的刚体运动可描述为旋转运动后面加上一个平移运动,我们记为:

$$A = \begin{bmatrix} R & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{0} = (0, 0, 0)^T$, R 为旋转矩阵, \mathbf{t} 为平移向量, T 表示矩阵转置.

摄像机的几何关系如图 1 所示.两个摄像机的位置决定了两个坐标系统,光心 O_1 (或 O_2) 是坐标系 C_1 (或 C_2) 的原点, z 轴 O_1z_1 (或 O_2z_2) 是主轴,图像平面与 x_1y_1 (或 x_2y_2) 平面平行,且离原点的距离为 f , 不失一般性,设 $f = 1$.

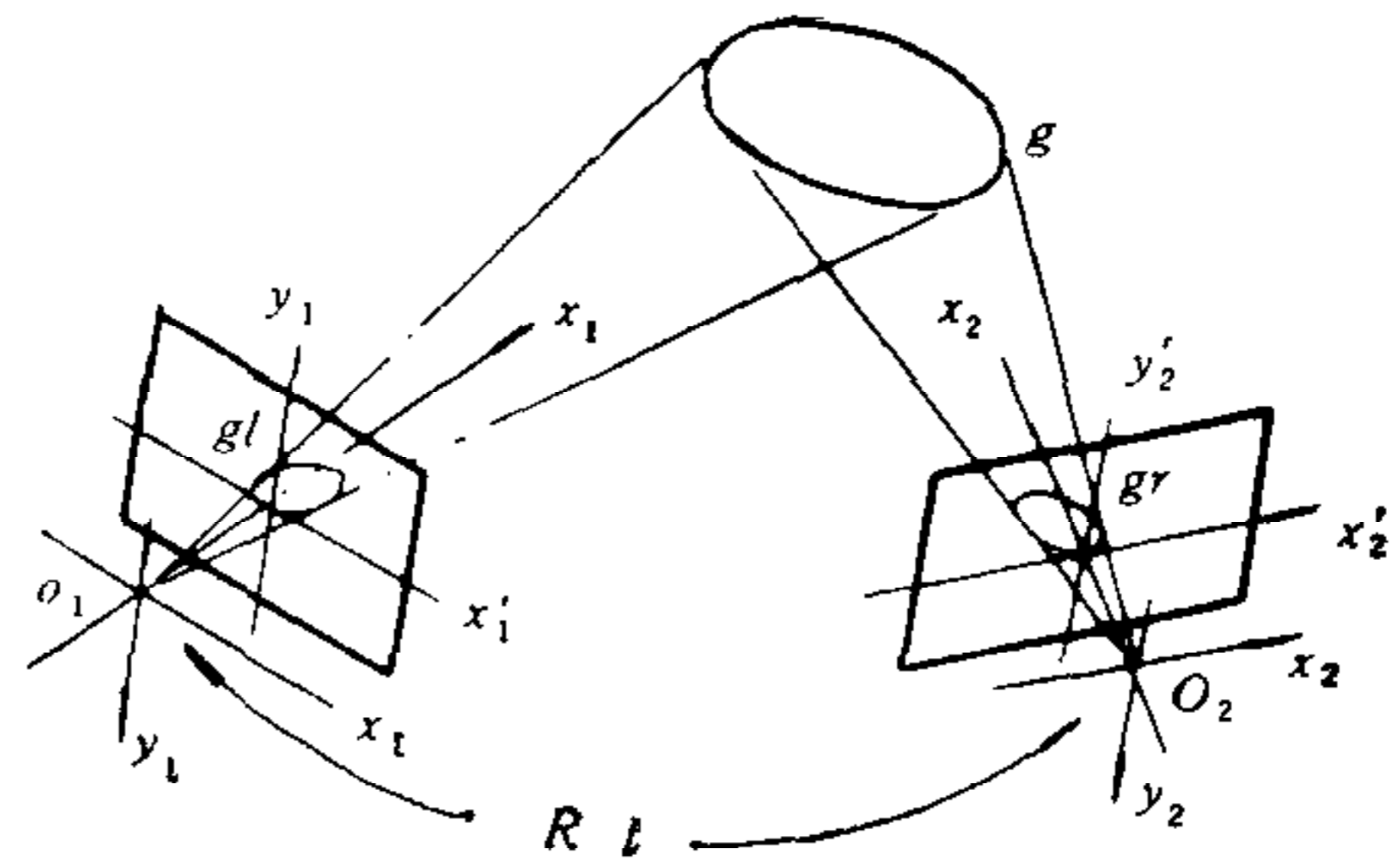


图 1 两个坐标系的几何关系和二次曲线的投影图像

我们考虑景物上一点 P , 令 $P_l = (x_1, y_1, z_1, 1)$ 、 $P_r = (x_2, y_2, z_2, 1)$ 分别为其左、右坐标系中的齐次坐标. 这两个坐标的关系如下:

$$P_r = AP_l = \begin{bmatrix} R & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

我们假定 R 、 \mathbf{t} 预先由摄像机定标算法已经求出.

在左、右坐标系中,空间点 P 在左、右图像中的投影点 P'_l 和 P'_r 的坐标分别为 $P'_l = (x'_1, y'_1, 1)$ 和 $P'_r = (x'_2, y'_2, 1)$. 我们注意到: P'_l 和 P'_r 即可看成两幅图像中的齐次坐标,也可看成空间同一点的非齐次坐标(因为 $f = 1$).

应用摄像机的针孔模型可知:

$$x'_i = \frac{x_i}{z_i}, \quad y'_i = \frac{y_i}{z_i} \quad (i = 1, 2) \quad (3)$$

三、二次曲线的匹配

在这一节中,我们给出两幅图像中对应于空间同一条二次曲线的一对二次曲线投影匹配时应该满足的约束条件.假定 g_l 、 g_r 分别为空间二次曲线 g 在左、右图像中的投影,我们通过用最小二乘法对边缘点进行曲线拟合来求得二次曲线 g_l 和 g_r . 二次曲线 g_l 和 g_r 可以表示为:

$$g_l: [x'_1, y'_1, 1]G_l \begin{bmatrix} x'_1 \\ y'_1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

$$g_r: [x'_2, y'_2, 1]G_r \begin{bmatrix} x'_2 \\ y'_2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (5)$$

其中 G_l 和 G_r 是 3×3 对称矩阵.

把方程(3)代入方程(4)和(5)后产生:

$$\text{锥 1: } [x_1, y_1, z_1]G_l \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = 0 \quad (6)$$

$$\text{锥 2: } [x_2, y_2, z_2]G_r \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (7)$$

我们注意到(6)(或(7))表示通过光心 O_1 (或 O_2)、图像上二次曲线 g_l (或 g_r) 以及空间曲线 g 的锥体.

为了在同一坐标系 C_1 中表示锥体 1 和锥体 2, 可将方程(7)重写成:

$$\text{锥 2: } [x_2, y_2, z_2, 1] \begin{bmatrix} G_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (8)$$

把(2)式代入(8)式可得:

$$\text{锥 2: } [x_1, y_1, z_1, 1] \begin{bmatrix} R^T G_r R & R^T G_r t \\ t^T G_r R & t^T G_r t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (9)$$

假定二次曲线 g 在平面 f' 上:

$$f': z_1 = ax_1 + by_1 + c \quad (10)$$

三维空间的二次曲线 g 即可用(6)和(10)式或者用(9)和(10)式表示.

把(10)式代入(6)和(9)式消去 z_1 后可以得到两个二次曲线方程表示同一条二次曲线 g_0, g_0 为 g 在 $x_1 y_1$ 平面上的正交平行投影.

$$g_0: [x_1, y_1, ax_1 + by_1 + c]G_l \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ ax_1 + by_1 + c \end{bmatrix} = 0 \quad (11)$$

或者

$$g_0: [x_1, y_1, ax_1 + by_1 + c, 1]$$

$$\begin{bmatrix} R^T G, R & R^T G, t \\ t^T G, R & t^T G, t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ ax_1 + by_1 + c \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (12)$$

令

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ ax_1 + by_1 + c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & b & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ ax_1 + by_1 + c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ \mathbf{u}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

把(13)、(14)式代入(11)、(12),可以得到 g_0 的两种等价表示:

$$g_0: [x_1, y_1, 1] F^T G_1 F \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (15)$$

$$g_0: [x_1, y_1, 1] [F^T, \mathbf{u}] \begin{bmatrix} R^T G, R & R^T G, t \\ t^T G, R & t^T G, t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ \mathbf{u}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (16)$$

其中 $\mathbf{u}^T = [0, 0, 1]$.

因为(15)和(16)式表示同一条二次曲线 g_0 , 而 $\mathbf{x}^T G \mathbf{x} = 0$ 和 $\mathbf{x}^T k G \mathbf{x} = 0$ 表示同一曲线, 其中 k 为比例因子, 所以:

$$k F^T G_1 F = [F^T, \mathbf{u}] \begin{bmatrix} R^T G, R & R^T G, t \\ t^T G, R & t^T G, t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ \mathbf{u}^T \end{bmatrix} \quad (17)$$

由(17)式可得:

$$F^T (k G_1 - R^T G, R) F = B \quad (18)$$

其中

$$B = F^T R^T G, t \mathbf{u}^T + \mathbf{u} t^T G, R F + \mathbf{u} t^T G, t \mathbf{u}^T \quad (19)$$

把 $\mathbf{u}^T = [0, 0, 1]$ 代入(19)式可以看出 B 是对称矩阵, 且其左上方的四个元素均为 0:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & b_{13} \\ 0 & 0 & b_{23} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{bmatrix} \quad (20)$$

因此 B 的行列式值为 0:

$$|F^T (k G_1 - R^T G, R) F| = |B| = 0 \quad (21)$$

这里 $|X|$ 表示矩阵 X 的行列式.

我们假定 $|F| \neq 0$, 即坐标系 C_1 的原点 O_1 不在平面 f' 上; 同时假定 $|G_1| \neq 0$, 即左边成像面的二次曲线非奇异, 由此可得:

$$|kI - G_l^{-1}R^T G_r R| = 0 \quad (22)$$

这里 I 为 3×3 单位矩阵.

从(22)式可知: k 是矩阵 $G_l^{-1}R^T G_r R$ 的特征值,另外从(17)式可知: k 应该为一个实数. 我们把以上分析总结成下面的定理:

匹配定理: 令 G_l 和 G_r 分别表示左右图像上的两条二次曲线,矩阵 R 和向量 t 表示两个摄像机之间的几何变换关系,那么如果满足下列方程,则 G_l 和 G_r 对应于三维空间中平面 f' 上的同一条二次曲线:

$$F^T(kG_l - R^T G_r R)F = B \quad (23)$$

其中 k 是矩阵 $G_l^{-1}R^T G_r R$ 的任一个实特征根, F 由平面 f' 所定义.

显然方程(23)是匹配的必要条件. 除了在一些特殊情况下(比如: 平面 f' 垂直于 $x_1 y_1$ 平面,此时平面 f' 的方程为 $ax_1 + by_1 + c = 0$), 它也是匹配的充分条件.

四、重建过程

在前言中我们已经指出并不需要基于点基元的重建,重建过程是以三维空间二次曲线的整体来进行的. 令

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{12} & g_{22} & g_{23} \\ g_{13} & g_{23} & g_{33} \end{bmatrix} = kG_l - R^T G_r R \quad (24)$$

$$C = \begin{bmatrix} c_1^T \\ c_2^T \\ c_3^T \end{bmatrix} = R^T G_r \quad (25)$$

因此(23)可以写成:

$$F^T G F = B \quad (26)$$

因为 B 是 3×3 对称矩阵,方程(26)中包含六个方程,其中五个为相互独立的(在求解 k 时已经用了约束条件 $|B| = 0$). 下面列出此六个方程:

$$a^2 g_{33} + 2ag_{13} + g_{11} = 0 \quad (27)$$

$$b^2 g_{33} + 2bg_{23} + g_{22} = 0 \quad (28)$$

$$c^2 g_{33} - ct^T c_3 - t^T G_r t = 0 \quad (29)$$

$$abg_{33} + ag_{23} + bg_{13} + g_{12} = 0 \quad (30)$$

$$cg_{13} + acg_{33} - c_1^T t = 0 \quad (31)$$

$$cg_{23} + bcg_{33} - c_2^T t = 0 \quad (32)$$

观察上面六式可以看出: a 、 b 、 c 分别可以由(27)–(29)中三个一元二次方程求出,于是平面 $f': z_1 = ax_1 + by_1 + c$ 可求解得出. 这样空间二次曲线就可由平面 f' 与锥 1 或(锥 2)相交得到. 若二次曲线为椭圆,由方程(6)和(10)可以求出椭圆长、短轴的方向和长度,椭圆中心的位置等参数,从而重建出整个椭圆.

方程(30)–(32)可以作为两条二次曲线 g_l 和 g_r 的匹配准则. 由此可以把匹配准则写成如下形式:

$$ERR = (abg_{33} + ag_{23} + bg_{13} + g_{12})^2 + (cg_{13} + acg_{33} - \mathbf{c}_1^T \mathbf{t})^2 + (cg_{23} + bcg_{33} - \mathbf{c}_2^T \mathbf{t})^2 \quad (33)$$

五、解的唯一性分析和实验结果

我们注意到在求比例因子 k 和平面 f' 的方程时, 产生了多解情况. 从(22)式可知: k 是矩阵 $G_i^{-1}R^T G_i R$ 的特征值, 它至少有三个解. 另外, 式(27)–(29)均为二次方程, a 、 b 、 c 相应分别有两个解. k 、 a 、 b 、 c 的组合共有 $3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$ 个解. 从直观上, 我们也知道不可能存在如此多的解. 在实验中, 根据以下规则可以舍弃不正确的解, 最后总是有两个解存在:

1. k 应该是实数;

2. a 、 b 、 c 应该是实数;

3. 从(27)–(29)中求出的 a 、 b 、 c 应该满足(30)–(32), 这意味着(30)–(32)即可作为曲线匹配的准则, 也可用来舍弃不正确的解.

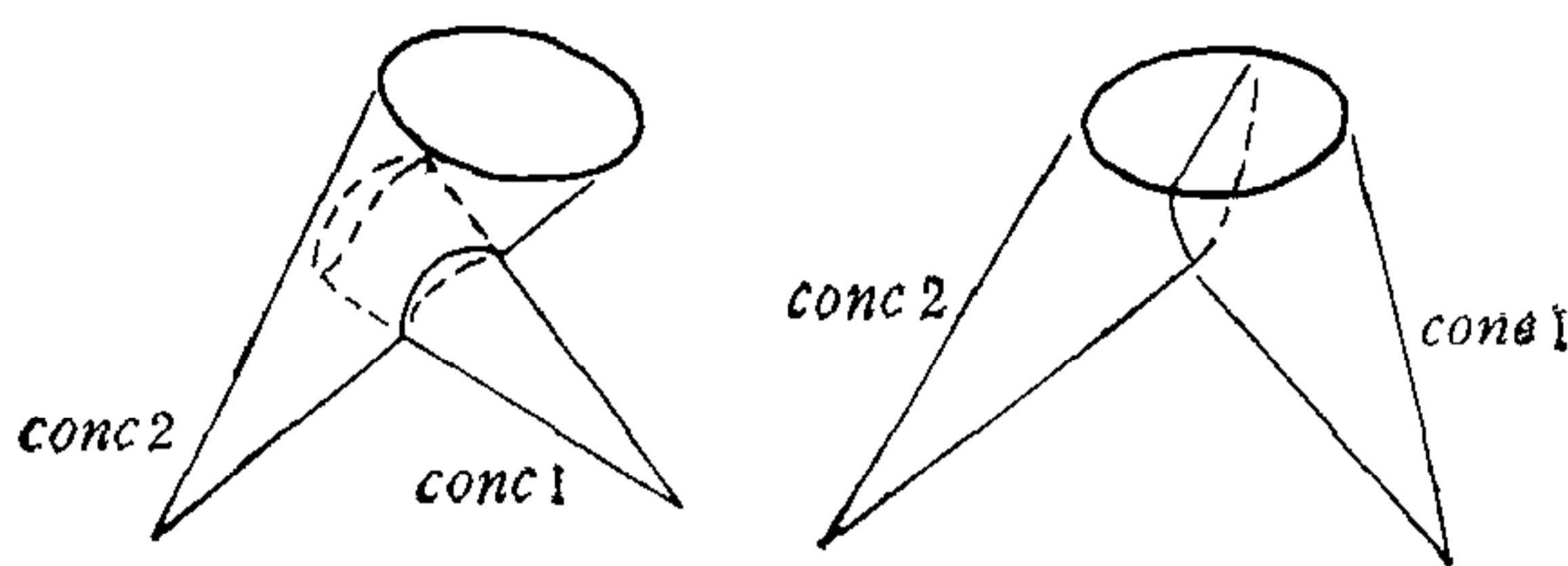


图2 两锥体相交的图示

我们用图2来说明两个解存在的合理性. 空间中任意两个锥的交线所形成的曲线一般来说不是平面曲线(图2左边所示), 但是如果这两个锥体是由同一平面二次曲线经过中心投影形成的话, 那么它们在空间就形成两个平面二次曲线形式的交线(图2右边所示). 最后再根据重建结果, 可以舍弃两个解中的一个, 得到唯一的合理解.

对此方法我们用模拟数据和真实图像均作了实验. 表1、2为真实图像的结果, 图3为拍摄的真实图像及重建后的投影. 真实图像由装在机器人手上的同一 CCD 摄像机在两个位置拍摄而成.

两个摄像机坐标系之间的旋转矩阵 R 和平移向量 \mathbf{t} 及摄像机的内部参数由摄像机定标算法得到. 图3左上方和右上方的两幅图是在两个视点拍摄的图像, 每个图像中

有五条二次曲线(椭圆). 我们首先用 DRF 算法[7]抽取边缘点, 然后对边缘点用聚类方法(grouping)检测出直线和椭圆, 对每幅图像我们只找到四个椭圆(图3所示). 这些

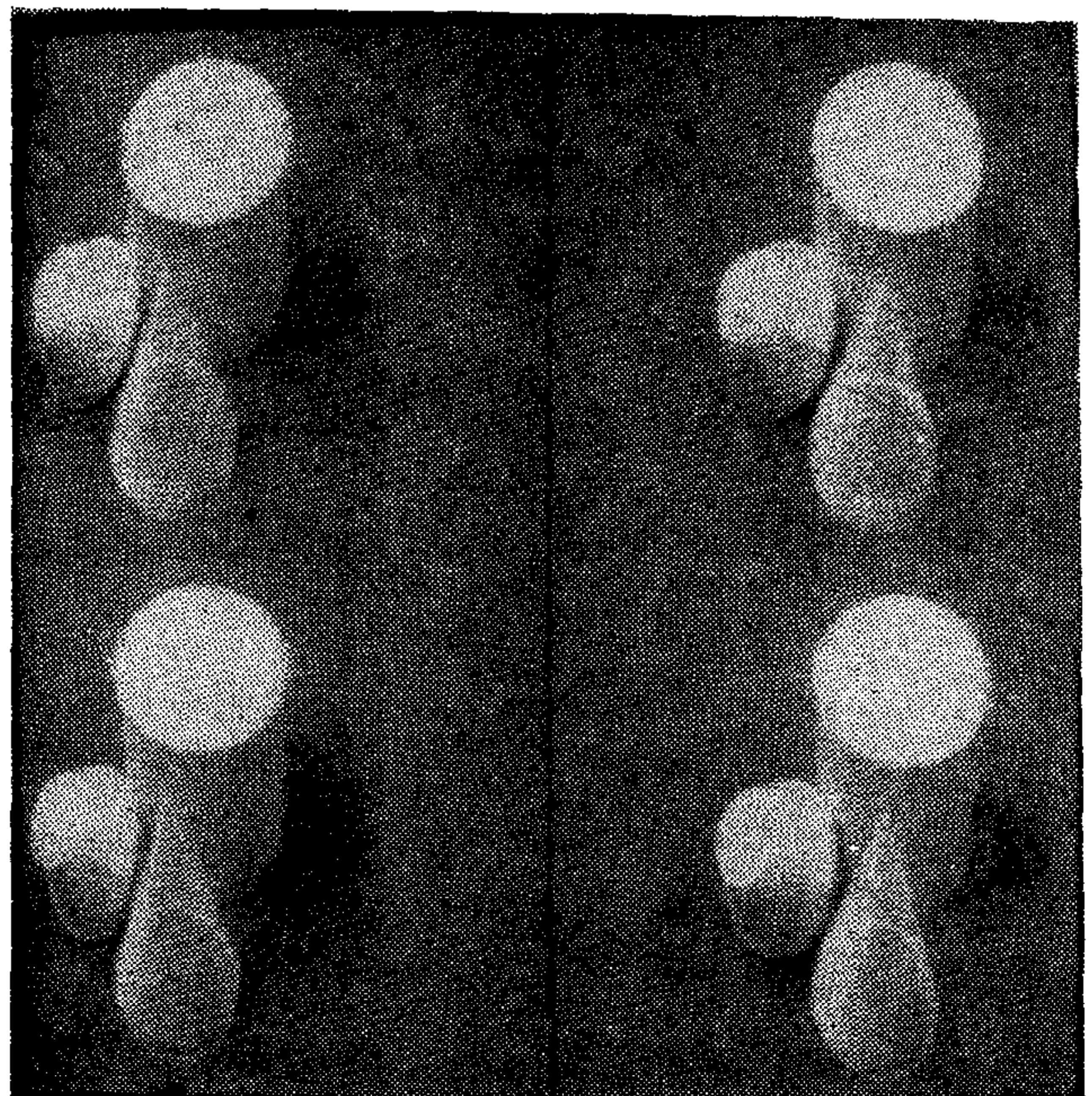


图3 (a) 左上: 左边图像及从边缘点得到的二次曲线 (b) 右上: 右边图像及从边缘点得到的二次曲线 (c) 左下: 左边图像及二次曲线重建后的投影 (d) 右下: 右边图像及二次曲线重建后的投影

椭圆的匹配由计算公式(33)的 ERR 值实现。表 1 为对应于每一对椭圆计算出的 ERR 值,其中第 i 列、第 j 行的值相应于左边图像第 i 个椭圆与右边图像第 j 个椭圆匹配时的 ERR 值,对角线的值相应于左右图像中椭圆正确匹配时计算出的 ERR 值,显然它们都比较小,而其它值都很大(符号 \\ 意味着此时找不到 a, b, c 的解)。

表 2 给出了二次曲线重建时的误差,我们只列出了椭圆长、短半轴的长度。表 2 中左右列分别对应物体长、短半轴的实际值和计算值。物体上的二次曲线均是圆,所以实际物体上椭圆的长、短半轴相等且均为表面轮廓圆的半径。从表中可以看出相对误差均小于 10%。在图像中二次曲线拟合的越精确,摄像机定标越精确,则重建的误差就越小。图 3 的左下方和右下方的两幅图分别为重建后的曲线再反投影到左右图像上后叠加而成的图像,由此可以形象地看出重建的误差大小。

表 1 匹配准则 ERR 值

0.399528	\\	\\	347.419922
46.033164	0.496108	16.669674	30.436892
72.048989	21.506343	2.663249	35.305559
\\	\\	\\	3.426068

表 2 空间椭圆的长短半轴长度: 计算值和实际值(单位: 毫米)

椭圆	长 半 轴		短 半 轴	
	实际值	计算值	实际值	计算值
1	60.0	61.8	60.0	58.5
2	23.0	24.0	23.0	22.7
3	44.0	45.0	44.0	40.1
4	43.0	43.5	43.0	39.0

六、结 束 语

我们在本文中提出了一种基于二次曲线的立体视觉方法。此方法的主要优点在于:

1. 它不需要点与点之间的对应。二次曲线可以从两幅图像中得到全局匹配。我们提出的匹配定理给出了必要的而且在一般情况下也是充分的匹配条件。

2. 二次曲线在空间的重建可以从其图像投影的轨迹方程中直接实现。

3. 它具有极快的计算速度。匹配的准则和重建的过程都是解析形式的公式,能够实时求解。

但是,本文提出的方法只适用于具有二次曲线轮廓的物体,作者现在正考虑将此方法推广到其它类型的曲线上。

参 考 文 献

- [1] Brint, A. T. and Brady, M., Stereo Matching of Curves, In IAPR, 1st Int. Workshop on Multi-sensor

- Fusion and Environment Modelling, Oct. 1989.
- [2] Robert, L., O. Faugeras, "Curve-Based Stereo: Figural Continuity and Curvature", Proc. of CVPR, Hawaii, June 1991, 57—61.
- [3] Marr, D. and Poggio, T., A Computational Theory of Human Stereo Vision, Proc. Roy. Soc. London, B-204(1979), 301—328.
- [4] Horaud R. and Skordas T., Stereo Correspondence Through Feature Grouping and Maximal Cliques, *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.* PAMI-11, 11, 1168—1193.
- [5] Ayache N. and Faucher B., Efficient Registration of Stereo Images by Matching Graph Descriptions of Edge Segments, *Int. J. Computer Vision*, 1(1987), 2.
- [6] Nishihara K. and Poggio T., "Stereo Vision for Robotics Research", First Int. Symp., R. Paul and M. Brady, Eds, Cambridge, MA, MIT Press, (1984), 489—505.
- [7] Shen J., Carstan S., An Optimal Linear Filter in Edge Detection, Proc. of CVPR, Miami, Florida, June 22, 1986, 104—109.

QUADRIC CURVE BASED STEREO VISION

SI SHAOHUA MA SONGDE

(National Pattern Recognition Laboratory, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences,
Beijing 100080)

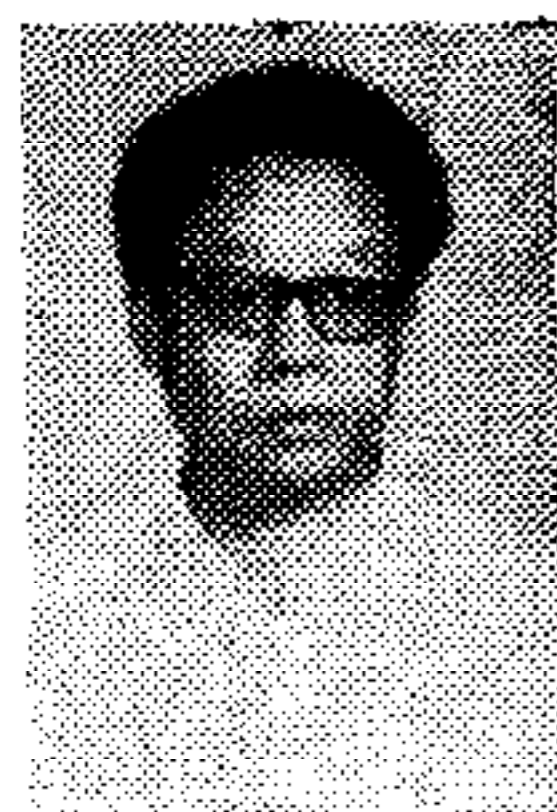
ABSTRACT

We present a stereo-vision method based on quadratic curves. Used for computing the features of the points and for establishing the point-point correspondence between the left and the right image, we provide a closed form solution for the global matching criterion of two quadratic curves in two images and furthermore, a closed form solution for the global reconstruction of the conics in the scene. The algorithm can be implemented in real time. The proof of uniqueness and the results of experiments on the real image data are given in the paper.

Key words : Stereo vision; quadric curve; matching; reconstruction.



司绍华 1966年生于郑州, 1989年7月毕业于清华大学计算机系, 获工学学士学位; 1992年3月毕业于中国科学院自动化研究所, 获工学硕士学位。现在联想集团公司研发中心从事技术工作。



马颂德 1946年7月生于上海, 1968年毕业于清华大学自动控制系, 1983年获法国巴黎第六大学博士学位, 1986年获法国国家博士学位。1983—1984年任美国马里兰大学计算机视觉实验室客座研究员, 1984—1986年任法国国立信息与自动化研究所客座研究员, 1986年至今任中国科学院自动化所国家模式识别实验室主任。

马颂德多年来从事计算机视觉的研究, 研究兴趣为三维计算机视觉、神经网络计算方法、计算机图形合成等。