第 19 卷 第 4 期　　　　自 动 化 学 报　　　　Vol. 19, No. 4
1993 年 7 月　　　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　　　July, 1993

非最小相位线性系统的可辨识性及辨识方法——平稳输入

王　英
(中科院自动化所图像部，北京　100080)

阎平凡　常　迥
(清华大学自动化系，北京　100084)

摘　要

本文首先将传统意义下的不相关及其与协方差函数之间的关系推广到 n ($n\geq 2$) 阶不相关及其与高阶累积函数之间的关系. 以此为基础，讨论了非最小相位线性随机系统的可辨识性及辨识方法. 将可辨识性条件从独立同分布放宽到 n ($n>2$) 阶不相关. 对用熵函数进行辨识的方法做了较详细的研究并给出了可辨识性定理.

关键词: 随机过程,系统辨识,反褶积.

一、引　言

本文研究辨识离散系统

$$z(t) = h(t) * \mu(t) + n(t) \tag{1.1}$$

的问题. 其中，$h(t)$ 是未知的系统脉冲响应，$\mu(t)$ 是随机输入，$n(t)$ 是干扰噪音，$z(t)$ 是量测输出. 传统的方法是假定输入为白噪音及系统是最小相位的，通过谱分解或最小二乘来估计最小相位的系统脉冲响应. 但在天文学、地震勘探及通讯等领域认为系统相位不确定且输入不可量测,这为辨识领域提出了新课题.

文[1、2、3]中,在已知输入及(或)系统脉冲响应部分采样点的条件下，给出了若干可辨识性定理. 在实际中,较多的情况是已知输入的某些统计特征. 因此,本文从随机角度研究问题,比文[1、2、3]更具有实用意义.

在输入独立同分布条件下,文[4]中给出了可辨识性定理及辨识方法. 鉴于实际输入肯定不满足这一条件,有必要对其放宽. 为此,本文提出了 n 阶不相关概念，独立同分布仅是其特例,在此基础上研究了可辨识性及辨识方法.

本文于 1990 年 5 月 3 日收到.

二、可辨识性研究

方差向高阶的推广是累积量 (cummulant)[5] 将不相关向高阶推广，定义高阶不相关为：

定义 1. 给定随机序列 $x(t)$，如果存在 n 使得当 $k \leqslant n$ 时，

$$E[x^{k(1)}(t_1)x^{k(2)}(t_2)\cdots x^{k(l)}(t_l)] \equiv E[x^{k(1)}(t_1)]\cdots E[x^{k(l)}(t_l)] \tag{2.1}$$

称 $x(t)$ 为 n 阶不相关，其中 $k(1)+\cdots+k(l)=k$，$k(1)$ 至 $k(l)$ 及 n 均为正整数，如果 $m \neq j$ 则 $t_m \neq t_j$.

由此得，相互独立的随机序列为任意阶不相关，二阶不相关即为传统意义下的不相关.

定义 2. 平稳序列 $x(t)$ 的 k 阶累积函数

$$c_k(t_1,\cdots,t_{k-1}) \triangleq \mathrm{cum}[x(t),x(t+t_1),\cdots,x(t+t_{k-1})] \tag{2.2}$$

其中，cum 是求累积量符号[5].

k 阶累积函数是 k 变量函数

$$G(s_0,\cdots,s_{k-1}) = \ln\left\{E\left[e^{i\sum_{t=0}^{k-1} x(t+t_j)s_j}\right]\right\} \tag{2.3}$$

泰勒级数中 $(i)^k s_0 s_1\cdots s_{k-1}$ 项的系数[5]. 其中，i 为虚数单位，$t_0=0$. 为书写简便，将上式表达为

$$G(k) = \ln[G_e(k)] = \ln\{E[g_e(k)]\} \tag{2.4}$$

从而可得

引理 1. 函数 $G(k)$ 的 $m(m \leqslant k)$ 阶偏导数

$$\frac{\partial^m}{\partial s_0\partial s_1\cdots\partial s_{m-1}}G(k) = i^m f_m(k)/G_e^m(k) \tag{2.5}$$

其中

$$f_m(k) = \sum(-1)^{p-1}(p-1)!E\left[g_e(k)\prod_{j\in\nu_1}x(t+t_j)\right]\cdots$$
$$E\left[g_e(k)\prod_{j\in\nu_p}x(t+t_j)\right]G_e^{m-p}(k) \tag{2.6}$$

是对集合 $(0,1,\cdots,m-1)$ 上的所有分割 (partition) 求和，$p=1,2,\cdots,m$.

引理 1 的证明见附录 A. 从上面可以看出

$$c_m(t_1,\cdots,t_m) = f_m(k)|_{s_0=s_1=\cdots=s_{k-1}=0},\quad m \leqslant k \tag{2.7}$$

利用引理 1 及(2.7)式可证明

定理 1. 如果平稳序列 $x(t)$ 为 $n(n \geqslant 2)$ 阶不相关，则其 $k(1<k\leqslant n)$ 阶累积函数满足

$$c_k(t_1,\cdots,t_{k-1}) = \begin{cases} c_k(0,\cdots,0), & t_1=t_2=\cdots=t_{k-1}=0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \tag{2.8}$$

其中 $c_k(0,\cdots,0)$ 称为 $x(t)$ 的 k 阶累积量，简记为 γ_k.

证. 由上式看出，只需证明当 $t_1 = \cdots = t_{k-1} = 0$ 条件不成立时，累积函数等于零. 不失一般性,可假定 $t_{k-1} = \cdots = t_{k-l} \neq t_{k-l-1}, \cdots, t_0$ 且 $0 < l < k$. 利用引理 1 得

$$f_{k-l+1}(n) = \frac{\partial f_{k-l}(n)}{\partial s_{k-l}} G_e(n) - (k-l) f_{k-l} \frac{\partial G_e(n)}{\partial s_{k-l}} \tag{2.9}$$

经整理得

$$f_{k-l+1}(n) = \sum(-1)^{p-1}(p-1)! \sum_{q=1}^{p} g_q(n) G_e^{k-l+1-p}(n) - \sum(-1)^{p-1} p! g(n) G_e^{k-l-p}(n) E[g_e(n) x(t + t_{k-l})] \tag{2.10}$$

$$g(n) = E\left[g_e(n) \prod_{j \in \nu_1} x(t + t_j)\right] \cdots E\left[g_e(n) \prod_{j \in \nu_p} x(t + t_j)\right] \tag{2.11}$$

$$g_q(n) = g(n) E\left[g_e(n) x(t + t_{k-l}) \prod_{j \in \nu_q} x(t + t_j)\right] \Big/ E\left[g_e(n) \prod_{j \in \nu_q} x(t + t_j)\right] \tag{2.12}$$

式 (2.10) 是对集合 $(0, 1, \cdots, k-l-1)$ 上的所有分割求和，$p = 1, \cdots, k-l$. 当 $s_0 = \cdots = s_{n-1} = 0$ 时，利用 $x(t)$ 的 n 阶不相关性得 $f_{k-l+1}(n) = 0$，即 $(k-l+1)$ 阶累积函数等于零. 如果 $l = 1$，则利用上述结果，定理已得证. 当 $l > 1$ 时，继续利用不相关性得

$$\left.\frac{\partial^j f_{k-l+1}(n)}{\partial s_{k-l+1} \cdots \partial s_{k-l+j}}\right|_{s_0 = \cdots = s_{n-1} = 0} = 0 \tag{2.13}$$

其中，$j = 1, \cdots, l-1$，上式推导过程见附录 B.

反复利用递推公式(2.9)可得

$$f_k(n) = \frac{\partial^{l-1} f_.}{\partial s_{k-l+1} \cdots \partial s_{k-1}} G_e^{l-1}(n) + \sum_{j_1} \cdots \sum_{j_r} \frac{\partial^{j_1} f_.}{\partial s_.^{j_1}} \cdots \frac{\partial^{j_p} f_.}{\partial s_.^{j_p}} \frac{\partial^{j_{p+1}} G_e(n)}{\partial s_.^{j_{p+1}}} \cdots \frac{\partial^{j_r} G_e(n)}{\partial s_.^{j_r}} G_e^d(n) C. \tag{2.14}$$

其中，$C.$ 为常数，$f.$ 即为 $f_{k-l+1}(n)$，$\partial s_.^j$ 是 $\partial s_{k_1} \cdots \partial s_{k_j}$ 的简写，$j_1 + \cdots + j_r = l-1$，d 为大于或等于零的整数. 根据 (2.3) 及(2.4)式及假设条件 $t_{k-1} = \cdots = t_{k-l}$，我们得到

$$\left.\frac{\partial^j f_.}{\partial s_.}\right|_{s_0 = \cdots = s_{n-1} = 0} = \left.\frac{\partial^j f_{k-l+1}(n)}{\partial s_{k-l+1} \cdots \partial s_{k-l+j}}\right|_{s_0 = \cdots = s_{n-1} = 0} \tag{2.15}$$

其中，$j = 1, \cdots, l-1$. 根据(2.13)式可知上式结果为零. 由此利用(2.7)及(2.14)式可知

$$C_k(t_1, \cdots, t_{k-1}) = 0$$

即当 $t_1 = \cdots = t_{k-1} = 0$ 条件不成立时，k 阶累积函数等于零,定理得证.

下面,证明定理 1 的逆命题.

定理 2. 如果平稳序列 $x(t)$ 的 $k\ (1 < k \leqslant n)$ 阶累积函数满足(2.8)式,则 $x(t)$ 为

n 阶不相关序列.

证. 当 $n=2$ 时，定理显然成立. 假定当 $n=m$ 时定理同样成立，则当 $n=m+1$ 时,不失一般性,只需证明当 $t_{n-l} \neq t_{n-l-1}, t_{n-l-2}, \cdots, t_0$, $t_0=0$ 及 $l \geqslant 1$ 时

$$\begin{aligned} & E[x^l(t+t_{n-l})x(t+t_{n-l-1})\cdots x(t+t_0)] \\ & = E[x^l(t+t_{n-l})]E[x(t+t_{n-l-1})\cdots x(t+t_0)] \end{aligned} \tag{2.16}$$

定理便可得证. 在 (2.9) 至 (2.15) 式中用 n 代替 k 并令 $t_{n-1}=t_{n-2}=\cdots=t_{n-l}$, 则当 $l=1$ 时,利用 m 阶不相关的假设条件由(2.10)式得

$$\begin{aligned} & f_{n-l+1}(n)\big|_{s_0=s_1=\cdots=s_{n-l}=0} \\ & = E[x^l(t+t_{n-l})x(t+t_{n-l-1})\cdots x(t+t_0)] \\ & \quad - E[x^l(t+t_{n-l})]E[x(t+t_{n-l-1})\cdots x(t+t_0)] \end{aligned} \tag{2.17}$$

据已知条件上式为零,从而(2.16)式成立;当 $l>1$ 时,从附录 B 的推导过程看出,对给定的 j 值,(2.13)及(B.4)式的成立只用到了 $n+j-l+1$ 阶不相关的性质,因此,利用 m 阶不相关假定条件和(2.13)、(2.14)、(2.15)、(B.4) 及 (B.5) 得

$$\begin{aligned} f_n(n)\big|_{s_0=\cdots=s_{n-1}=0} & = \frac{\partial^{l-1} f_{n-l+1}(n)}{\partial s_{n-l+1}, \cdots \partial s_{n-1}}\Bigg|_{s_0=\cdots=s_{n-1}=0} \\ & = E[x^l(t+t_{n-l})x(t+t_{n-l-1})\cdots x(t+t_0)] \\ & \quad - E[x^l(t+t_{n-l})]E[x(t+t_{n-l-1})\cdots x(t+t_0)] = 0 \end{aligned} \tag{2.18}$$

从而(2.16)式成立. 由上看出，如 $n=m$ 时定理成立，则当 $n=m+1$ 时定理同样成立,又已知 $n=2$ 时成立,因此当 $n \geqslant 2$ 时定理也成立. 〈定理得证〉.

根据定理 1 及 2，平稳序列为 n 阶不相关与其 2 至 n 阶累积函数满足(2.8)式是等价的,这是传统不相关与协方差函数之间的关系向高阶的推广. 下面,利用定理 1 中的结论给出 n 阶不相关与系统可辨识性之间的关系.

定理 3. 当输入为 n 阶不相关过程时，如果至少存在一个 k 满足 $2<k\leqslant n$ 且 $0<|\gamma_k|<\infty$，则利用输出的 k 阶累积函数可唯一地辨识非最小相位的渐近稳定系统(不计常数因子的影响).

此定理与文 [4] 中的定理不同之处仅在于本文将独立同分布放宽到 $n(n>2)$ 阶不相关. 由于这两种条件下的 k 阶累积函数 ($k \leqslant n$) 相同,因此证明方法类似. 这里不再给出,请见文[4].

定理中的可辨识性条件仍是充分的而不是必要的,因此这一理论仍待进一步发展.定理 3 的证明是构造性的[4]，通过分解输出的高阶累积谱即可得到系统脉冲响应. 由于高阶累积谱通常是靠量测数据得到的,本身具有较大误差,由此得到的系统脉冲响应可能十分不准确. 鉴于此,本文采用参数模型进行辨识.

三、辨 识 方 法

拓广 Wiggins[6] 提出的最小熵概念. 把利用非二次型目标函数辨识系统的方法统称为最小熵法. 这样,与功率谱分解对应的是高阶累积谱分解,与最小二乘对应的是最小

熵. 在这里，熵是信号非高斯性的度量，用于辨识非最小相位系统. 为理论分析方便起见,本节认为(1.1)式中的量测噪音恒等于零.

用最小熵辨识系统的关键问题之一是如何选择熵函数并从理论上保证辨识结果的正确性,另一关键是算法选择. Wiggins[6] 定义的熵为

$$\hat{E}_w[\hat{\mu}(t)] = \left[\sum_{t=1}^{N} \hat{\mu}^2(t)/N\right]^2 \bigg/ \left[\sum_{t=1}^{N} \mu^4(t)/N\right] \tag{3.1}$$

$$\hat{\mu}(t) = \hat{h}^{-1}(t) * z(t) \tag{3.2}$$

其中, $\hat{h}(t)$ 是对系统脉冲响应的估计,选择 $\hat{h}(t)$ 使(3.1)式达最小值,则得到了系统脉冲响应的估计. 我们认为文 [6] 中有两个问题没有解决: 一是由于没有对随机输入加必要的约束条件，从而有可能导致解的不正确性，一个极端例子是令估计的系统脉冲响应等于量测数据，则 $\hat{\mu}(t)$ 为 δ 脉冲,其对应的熵值达最小，显然，一般情况下这是不正确的解;二是在讨论熵函数的适用范围时,给出的“稀疏”条件没有严格的数学定义. 为解决上述问题,对(3.1)式取数学期望

$$E_w[\hat{\mu}(t)] = \{E[\hat{\mu}^2(t)]\}^2/E[\hat{\mu}^4(t)] \tag{3.3}$$

以此进行理论分析得

定理 4. 假定 $\mu(t)$ 为 4 阶不相关的非高斯零均值序列,则当其 4 阶累积量(见定理 1) $\gamma_4 > 0$ 时,使上式达最小者; 当 $\gamma_4 < 0$ 时，使上式达最大者为具有正确相位的辨识结果且具有唯一性(不计时延及常数因子的影响);而当 $\gamma_4 = 0$ 时,不能辨识系统相位.

证. 利用四阶不相关隐含着二阶不相关性质,根据 Wold 的分解定理得

$$\hat{\mu}(t) = c[a(t) * \mu(t)] \tag{3.4}$$

$$E[\hat{\mu}^2(t)] = c^2 E[\mu^2(t)] = c^2 C_2 \tag{3.5}$$

其中 $a(t)$ 为幅度谱恒等于一的全通滤波器, c 为常数, 利用 4 阶不相关性质及上两式并经过推导得(篇幅所限,省略推导过程)

$$E[\hat{\mu}^4(t)] = c^4\left[3C_2^2 + \gamma_4 \sum_t a^4(t)\right] \tag{3.6}$$

将(3.6)及(3.5)式代入(3.3)式得

$$E_w[\hat{\mu}^4(t)] = C_2^2 \bigg/ \left[3C_2^2 + \gamma_4 \sum_t a^4(t)\right] \tag{3.7}$$

其中, $\gamma_4 = C_4 - 3C_2^2$, $C_4 = E[\mu^4(t)]$

利用全通滤波器的性质得

$$\sum_t a^4(t) < [\Sigma a^2(t)]^2 = 1, \quad a(t) \neq \pm\delta(t-\tau) \tag{3.8}$$

$$\sum_t a^4(t) = 1, \qquad a(t) = \pm\delta(t-\tau) \tag{3.9}$$

其中 τ 为时延,由上推出

$$E_w[\hat{\mu}(t)] \geqslant C_2^2/[3C_2^2 + \gamma_4] = E_w[\mu(t)], \quad \gamma_4 > 0 \tag{3.10}$$

$$E_w[\hat{\mu}(t)] \leqslant C_2^2/[3C_2^2 + \gamma_4] = E_w[\mu(t)], \quad \gamma_4 < 0. \tag{3.11}$$

当且仅当 $a(t) = \pm\delta(t-\tau)$ 时，等号成立，定理的前半部分得证; 当 $\gamma_4 = 0$ 时，由

(3.8)式看出

$$E_w[\hat{\mu}(t)] \equiv C_2^2/[3C_2^2+\gamma_4] = E_w[\mu(t)] \tag{3.12}$$

因此，不论全通滤波器的形状如何，熵值相等，由于全通滤波器只影响系统的相位，所以系统相位不可辨识.

从定理看出，在利用(3.3)式给定的熵函数时，辨识过程与随机输入 4 阶累积量的符号有关，如果事先不知道其符号可选用熵函数

$$E_4[\hat{\mu}(t)] = -|\mathrm{cum}[\hat{\mu}(t),\hat{\mu}(t),\hat{\mu}(t),\hat{\mu}(t)]|/\{E[\hat{\mu}^2(t)]\}^2 \tag{3.13}$$

由定理 4 的证明看出，不论 γ_4 的符号如何，均为取最小值，当 $\gamma_4=0$ 时，$E_4[\hat{\mu}(t)]\equiv 0$. 因此，理论上保证了不会得到错误的辨识结果. 一般地，我们有

定理 5：如果随机输入为 n 阶不相关非高斯零均值序列且存在 $k(2<k\leqslant n)$ 满足 $\gamma_k\neq 0$，则利用熵函数

$$E_k[\hat{\mu}(t)] = -|\mathrm{cum}[\underbrace{\hat{\mu}(t),\cdots,\hat{\mu}(t)}_{k个}]|/\{E[\hat{\mu}^2(t)]\}^{k/2} \tag{3.14}$$

可正确地辨识系统且辨识结果唯一(不计时延及常数因子的影响).

证. 利用定理 1 的结论及已知条件得

$$\mathrm{cum}[\underbrace{\hat{\mu}(t),\cdots,\hat{\mu}(t)}_{k个}] = c^k\sum_t a^k(t)\gamma_k \tag{3.15}$$

利用全通滤波器的性质得

$$\left|\sum_t a^k(t)\right| \leqslant \sum_t a^2(t)|a^{k-2}(t)| < \sum a^2(t)=1,\ a(t)\neq\pm\delta(t-\tau) \tag{3.16}$$

$$\left|\sum_t a^k(t)\right| = 1,\ a(t)=\pm\delta(t-\tau) \tag{3.17}$$

因此

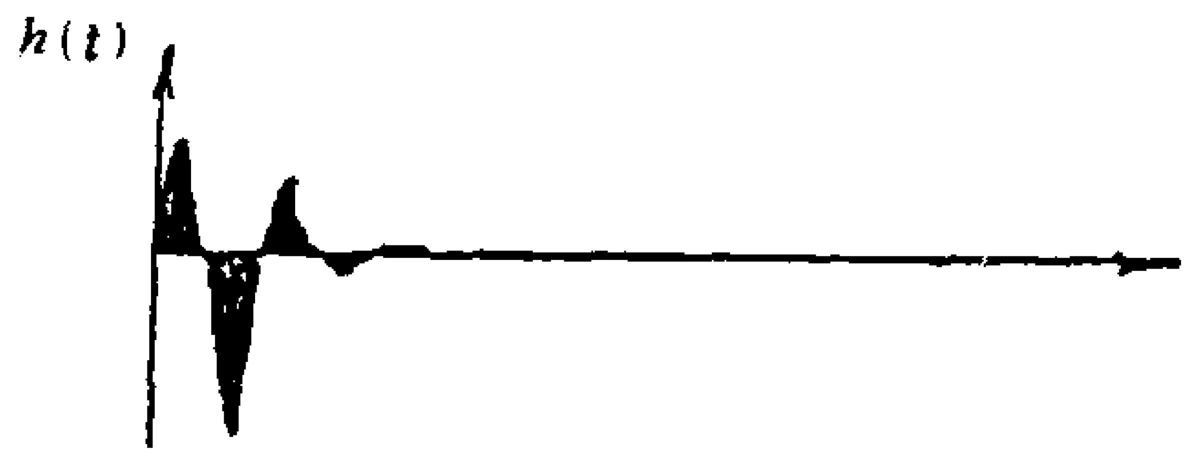
$$E_k[\hat{\mu}(t)] \geqslant E_k[\mu(t)] \tag{3.18}$$

当且仅当 $a(t)=\pm\delta(t-\tau)$ 时上式等号才会成立.

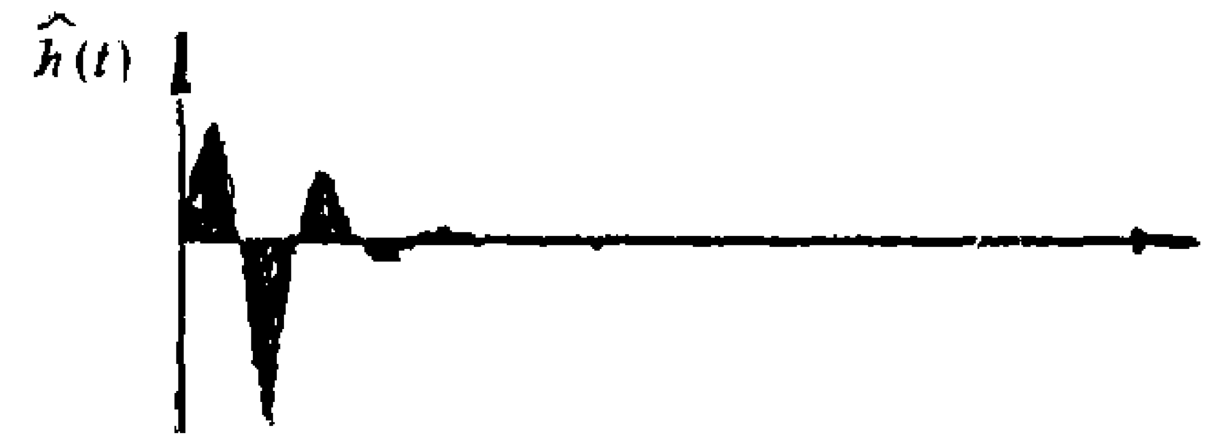
上面两个定理的证明均用到高阶不相关隐含着二阶不相关，所以在选择算法时应利用二阶不相关约束条件. 本文采纳的辨识算法为：用 ARMA(n,m) 模型对系统建模，首先用最小二乘法估计最小相位系统，求出对应的 ARMA 参数，然后将不同相位的系统代入熵函数，熵值最小者为具有正确相位的辨识结果. 由于随着模型阶次的增加，不同相位系统的个数随着 2 的幂次方增加，计算量非常大，为此，采纳了启发式搜索算法. 因篇幅所限，这里不能详述，有兴趣者见本文第一作者的博士论文.

四、仿真结果

我们做了大量的仿真实验并处理了石油勘探领域的实际数据，得出了一些有益结果，因篇幅所限，这里只能给出典型例子. 采用(3.1)式给定的熵函数，随机输入为高斯-伯努利分布满足 4 阶累积量大于零的条件，非最小相位系统的脉冲响应如图 1(a) 所示，当噪信比等于 2.3% 时，估计的脉冲响应如图 1(b) 所示；当噪信比等于 7.2% 时，估计的脉



(a)



(b)

(c)

图 1

冲响应如图 1(c) 所示. 其中噪信比定义为

$$\left[\sum_{t} n^2(t)/\sum y^2(t)\right]^{1/2}$$

$y(t)$ 是不含干扰噪音 $n(t)$ 的理想输出.

五、小 结

本文从随机角度研究了非最小相位线性系统的辨识问题. 将传统意义下的不相关向高阶拓广，定义了 $n(n\geqslant 2)$ 阶不相关以满足辨识非最小相位系统的需要. 侧重于平稳情况推导出了 n 阶不相关与累积函数之间的关系，这是传统不相关与协方差函数之间关系向高阶的推广. 以此为基础将可辨识性条件从独立同分布放宽到 $n(n>2)$ 阶不相关,并对利用最小熵概念进行系统辨识的方法做了较详细的研究,定义了熵函数，给出了唯一性定理，并提出了辨识算法. 仿真结果验证了本文的工作. 加噪后的仿真结果表明本文方法具有一定的鲁棒性.

参 考 文 献

[1] 吴忠泽,李衍达,常迵,利用部分采样点以及幅度谱恢复离散信号,中国科学A辑, **10**(1986),1109—1120.

[2] 徐雷,阎平凡,常迵,有限时宽序列的 Semi-Blind 反褶积——I. 线性问题,中国科学A辑, **4**(1987), 423—436.

[3] ——II. 非线性问题,中国科学A辑, **7**(1987),749—758.

[4] Rosenblatt, M., Linear processes and bispectra, *J. Appl. Probab.*, (1980), 265—270.

[5] Brillinger, D. R., Time Series-Data Analysis and Theory, expanded edition, Holden-Day, Inc., (1981).

[6] Wiggins, R. A., Minimum entropy deconvolution, *Geoexploration*, **1**(1978), 21—35.

附录 A. 引理 1 的证明过程

证：当 $m=1$ 时，对 $G(k)$ 求导得

$$\frac{\partial}{\partial s_0}G(k)=E[ix(t+t_0)g_e(k)]/G_e(k) \tag{A.1}$$

因此引理 1 成立. 假定当 $m=l(l<k)$ 时成立，则当 $m=l+1$ 时，对 $m=l$ 时的(2.5)式两边求导得

$$f_{l+1}(k)=\Sigma(-1)^{p-1}(P-1)!\sum_{q=1}^{p}g_q(k)G_e^{l+1-p}(k)$$
$$+\Sigma(-1)^p p!g(k)E[x(t+t_l)g_e(k)]G_e^{l-p}(k) \tag{A.2}$$

函数 $g(\cdot)$ 和 $g_q(\cdot)$ 的定义见(2.11)及(2.12)式. 上式是对集合 $(x_0,\cdots,x_{l-1})$ 上的所有 p 分剖求和，$p=1,\cdots,l$. 继续整理得

$$f_{l+1}(k)=E[g_e(k)x(t+t_0)\cdots x(t+t_l)]G_e^{l+1}+F_{l+1}(k)$$
$$+(-1)^l l!E[g_e(k)x(t+t_0)]\cdots E[g_e(k)x(t+t_l)] \tag{A.3}$$

$$F_{l+1}(k)=\Sigma(-1)^{p-1}(p-1)!\sum_{q=1}^{p}\{g_q(k)+g(k)E[x(t+t_l)g_e(k)]\}G_e^{l+1-p}(k) \tag{A.4}$$

上式是在集合 $(x_e,\cdots,x_{l-1})$ 上对 $p=2,\cdots,l$ 时的所有 P 分剖求和. 根据分剖定义及上两式得 $f_{l+1}(k)$ 满足(2.6)式，因此，当 $m=l+1$ 时引理同样成立，又已证明 $m=1$ 时引理成立，引理 1 得证.

附录 B. (2.13)式的推导过程

$$f_{k-l+1}(n)=\Sigma(-1)^{p-1}(P-1)!\sum_{q=1}^{p}F_q(n)G_q(n)G_e^{k-l-p}(n) \tag{B.1}$$

$$F_q(n)=E\left[g_e(n)\prod_{j\in\nu_1}x(t+t_j)\right]\cdots E\left[g_e(n)\prod_{j\in\nu_{q-1}}x(t+t_j)\right]E\left[g_e(n)\prod_{j\in\nu_{q+1}}x(t+t_j)\right]\cdots$$
$$E\left[g_e(n)\prod_{j\in\nu_p}x(t+t_j)\right] \tag{B.2}$$

$$G_q(n)=E\left[g_e(n)x(t+t_{k-l})\prod_{j\in\nu_q}x(t+t_j)\right]G_e(n)$$
$$-E[g_e(n)x(t+t_{k-l})]E\left[g_e(n)\prod_{j\in\nu_q}x(t+t_j)\right] \tag{B.3}$$

对 $G_q(n)$ 求导并经整理得

$$\frac{\partial^j G_q(n)}{\partial s_{j_1}\cdots\partial s_{j_j}}=\sum_{k_1=0}^{j}\sum_{k_2=0}^{j-k_1}E\left[g_e(n)x^{k_1+1}(t+t_{k-l})\prod_{j\in\nu_q}x(t+t_j)\right]$$
$$\times E[g_e(n)x^{k_2}(t+t_{k-l})]-E[g_e(n)x^{k_1+1}(t+t_{k-l})]$$
$$\times E\left[g_e(n)x^{k_2}(t+t_{k-l})\prod_{j\in\nu_q}x(t+t_i)\right] \tag{B.4}$$

其中，$k-l+1\geqslant j_1>j_2>\cdots>j_j$，$\partial s^{k_1}=\partial s_{j_1}\partial s_{j_2}\cdots\partial s_{j_{k_1}}$，$\partial s^{k_2}=\partial s_{j_{k_1+1}}\cdots\partial s_{j_j}$. 当 $1\leqslant j\leqslant l-1$ 且 $s_0=\cdots=s_{n-1}=0$ 时，利用 $x(t)$ 的 n 阶不相关也是 $k(k\leqslant n)$ 阶不相关的性质可知 (B.4) 等于零. 又

$$\frac{\partial^{i} f_{k-l+1}(n)}{\partial s_{k-l+1}\cdots\partial s_{k-l+i}} = \Sigma(-1)^{p-1}(p-1)!\sum_{q=1}^{p}\sum_{i_1}\sum_{i_2}\sum_{i_3}\frac{\partial^{i_1}F_q(n)}{\partial s_{\cdot}^{\,i_1}}\frac{\partial^{i_2}G_q(n)}{\partial s_{\cdot}^{\,i_2}}\frac{\partial^{i_3}G_e^{k-l-p}(n)}{\partial s_{\cdot}^{\,i_3}} \tag{B.5}$$

因此，利用 $s_0 = \cdots = s_{n-1} = 0$ 时，(B.4) 式等于零的条件，知此时 (B.5) 式也等于零，从而(2.13)式成立.

IDENTIFIABILITY AND IDENTIFICATION ALGORITHMS OF NON-MINIMUM PAHSE LINEAR SYSTEMS——STATIONARY INPUT

WANG YING YAN PINGFAN CHANG TONG

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing)

ABSTRACT

In this paper the identifiability and identification algorithms for the non-minimum phase linear system with unmeasurable stationary input are discussed. The uncorrelation till n-th order called n-th order uncorrelation is defined, where n is greater than or equal to two. Its relation with commulants till n-th order is proven. This is the generalization of the relation between the traditional uncorrelation and covariance. Based on these definitions and the relations, the original contraint of the input of mutual independence and identical distribution is removed for the identifiability of the system. The entropy is introduced and the identifiability theorem is given when the entropy function is used to identify the system.

Simulation is made and it verifies the correctness of theory and algorithms given in this paper.

Key words: Stochastic systems; system identification; deconvolution.

王英 1982年毕业于东北工学院自动控制系，获学士学位. 1984年在清华大学自动化系获硕士学位. 1988年在清华大学自动化系获博士学位. 现在中国科学院自动化所图信部工作. 感兴趣的研究领域: 图信处理、模式识别、计算机视觉及人工神经元网络.

阎平凡 1955年毕业于清华大学电机系. 现任清华大学自动化系模式识别与智能控制教研室教授，博士生导师. 感兴趣的研究领域: 计算机视觉、自适应信号处理、人工神经元网络及其应用.