



## 研究简报

## 模糊函数模型辨识的引导点方法

刘伟杰 张以杰

(西安电子科技大学电子工程系, 西安 710071)

**关键词:** 模糊函数模型, 线性回归, 引导点.

## 一、引言

模糊模型辨识近年已引起重视, 并形成函数模型辨识和关系模型辨识两个分支。在函数模型辨识中, 线性多元回归形式占主导地位, 其单一规则具有如下形式

$$\text{IF } x_1 \text{ is } A_1 \text{ and } \cdots \text{ and } x_n \text{ is } A_n \text{ THEN } y = p_0 + p_1 x_1 + \cdots + p_n x_n, \quad (1)$$

其中  $(x_1, \dots, x_n)$  为输入,  $y$  为输出,  $A_1, \dots, A_n$  为相应论域的模糊子集,  $p_0, p_1, \dots, p_n$  为待定回归系数。现有方法是在一定假设条件下, 用优化算法对参数寻优, 存在收敛慢和局部收敛问题。本文方法不用优化算法, 也无须对规则数目和隶属函数形式作任何特别假设。

## 二、基本步骤

## 1. 确定规则数目

1) 将  $m$  组数据看作  $R^{n+1}$  空间的  $m$  个点, 即  $P_i = \{x_1^i, \dots, x_n^i, y^i\} \in R^{n+1}$ ,  $i = 1 \dots m$ 。以起点和终点作为初始引导点, 即记  $i_1 = 1$ ,  $i_2 = m$ ; 或确定距离最远的两点

$$d(i_1, i_2) = \max_{1 \leq j \leq m} d(i, j), \quad (2)$$

此处  $d(i, j)$  定义为  $P_i$  与  $P_j$  之间的欧氏距离。 $P_{i_1}$  和  $P_{i_2}$  称为初始引导点。

2) 记  $l = 2$ 。并定义  $d(k; i, j)$  表示点  $P_k$  到点  $P_i, P_j$  连线的距离。若  $P_k$  到  $P_i, P_j$  连线的垂点在  $P_i, P_j$  连线的延长线上, 则定义  $d(k; i, j) = \min[d(k, i), d(k, j)]$ 。

3) 计算

$$d(k'; i_c, i_{c+1}) = \max_{1 \leq k \leq m} \min_{1 \leq j \leq l-1} d(k; i_j, i_{j+1}). \quad (3)$$

点  $P_{k'}$  称为新的扩充引导点, 并进行调整  $l = l + 1$ ,  $i_j = i_{j-1}$  ( $j = l - c + 2$ ),  $i_{c+1} = k'$ 。

4) 若(3)式的  $d(k'; i_c, i_{c+1}) \leq \varepsilon$  (给定允许误差) 或  $l - 1$  值达到要求的规则数目, 则结束; 否则转 3)。 $l - 1$  值即规则数目。

2. 确定每条规则的回归系数  $p_0, p_1, \dots, p_n$ 以第  $k$  条规则为例。

- 1) 在  $m$  个点中找满足条件  $d(j; k, k+1) \leq d(j; i, i+1), i = 1-(l-1), i \neq k, j = 1-m$  的点, 进而求出这些点到  $P_k, P_{k+1}$  连线的距离的最大值  $\Delta_k$ .
- 2) 在  $m$  个点中找满足条件  $d(j; k, k+1) \leq \Delta_k, j = 1-m$  的点, 设有  $m_k$  个点.
- 3) 对上述  $m_k$  个点进行直线拟合, 得

$$y = k_1 x_1 + b_1, \dots, y = k_n x_n + b_n, \quad (4)$$

其中  $k_i, b_i$  是  $(x_i, y)(i = 1-n)$  的  $m_k$  组数据最小二乘线性回归结果. 并取  $p_0 = (b_1 + \dots + b_n)/n, p_i = k_i/n, i = 1-n$ .

### 3. 确定每条规则中的模糊隶属度

对第  $k$  条规则, 直线(4)是其几何表示. 点  $P_i$  在输入空间的投影点  $(x_1^i, \dots, x_n^i)$  到直线(4)在输入空间的投影直线  $k_1 x_1 + b_1 = \dots = k_n x_n + b_n$  的距离, 记为  $D_k(x_1^i, \dots, x_n^i)$ , 对于辨识直线(4)的  $m_k$  个点其最大值记为  $D_{km}$ , 则任意输入  $(x_1, \dots, x_n)$  对第  $k$  条规则的隶属度可以表示为  $\beta_k = [\alpha \cdot D_{km} - D_k(x_1, \dots, x_n)]/\alpha \cdot D_{km}$ , 其中  $\alpha$  是略大于 1 的常数(本文取  $\alpha = 1.1$ ). 模糊函数模型总的输出为  $y = \sum_{k=1}^{l-1} \beta_k \cdot y_k / \sum_{k=1}^{l-1} \beta_k$ , 其中  $y_k$  为第  $k$  条规则输出. 如果必要, 可由  $\beta_k - x_i (i = 1-n)$  的曲线形状拟合适当的  $A_i$  的隶属函数, 从而构成具有形式(1)的规则.

至此, 并列  $l-1$  条规则就构成了模糊函数模型.

## 三、 实例

用 Box-Jenkins 煤气炉数据<sup>[3]</sup>验证本文方法. 将  $x(k), y(k)$  量化到  $[-60, +60]$ , 并取  $y = y(k), x_1 = x(k-4), x_2 = y(k-1), k = 5-296$ . 可以看出,  $y-x_1$  和  $y-x_2$  具有极复杂的非线性关系(图略). 结果, 辨识均方误差  $Q$  随规则数 RN 的变化有: RN = 1,  $Q = 0.302$ ; RN = 10,  $Q = 0.187$ ; RN = 15,  $Q = 0.155$ ; RN = 30,  $Q = 0.127$ . 和模糊关系模型的一些辨识结果<sup>[1,2]</sup>相比, 不论是  $Q$  的绝对值, 还是  $Q$  随 RN 的变化, 这里得到的结果都更好. 此外, 本文方法计算量小, 概念简单, 并且规则形式比模糊关系方程简便.

## 参 考 文 献

- [1] 王春燕, 刘少民, 建立动态系统规则模型方法, 自动化学报, 17(1991), (3), 354—358.
- [2] 于静江, 顾钟文, 周春晖, 模糊模型的结构辨识, 自动化学报, 17(1991), (2), 245—246.
- [3] Box, G. E. P., and Jenkins, G. M., Time Series Analy., Forecasting and Cont., Revised Ed., Holden-Day Inc., San Francisco, 1976, 532—533.

## IDENTIFICATION OF FUZZY FUNCTIONAL MODEL WITH LEADING-POINTS

LIU WEIJIE

ZHANG YIJIE

(Dept. of Electronics Engineering, Xidian University, Xi'an 710071)

**Key words:** Fuzzy functional model; linear regression; leading-points.