

改进型 GSM 建模方法及其应用

刘 伟

(唐山工程技术学院自动化系, 063010)

田 树 菴

(天津大学自动化系, 300072)

摘 要

本文提出了一种改进的 GSM 建模方法。该方法以二元插值多项式作为各层的部分描述式,利用 ISM 方法进行输入变量预处理,简化了原方法的整体结构。建模结果表明:改进方法对建立一般复杂过程的数学模型是有效的。

关键词: GMDH 方法, GSM 方法, ISM 方法, 二元插值。

一、引 言

七十年代初期,苏联学者 A. G. Ivakhnenko 等人借助生物控制中的自组织原理,提出了一种用于复杂非线性系统建模的 GMDH (*Group Method of Data Handling*) 方法^[1]。该方法一问世,立即受到了各国学者的重视,并对其进行了许多改进和发展。

文献[2]在 GMDH 方法的基础上,研究了中间变量数目的合适取值问题,提出了原始变量保存的 GMDH 算法。

文献[3,4]针对 GMDH 方法忽视建模对象本身特性,仅根据数据自行处理这一缺陷,提出了一种 GSM (*Group Method and Structural Modeling*) 方法。

二、二元插值多项式作为 GMDH 部分描述式的问题

部分描述式问题是 GMDH 方法的核心问题之一,是该方法的一个薄弱环节。文献[5]提出了一种带有滤波的二次型函数作为部分描述式,文献[6]提出了采用有理多项式作为部分描述式,文献[7]又建议采用正交多项式或样条函数作为部分描述式。由于这些方法从本质上仍是用一元方法解决多元问题,因此,还是难以适用于一般系统建模问题。

近年来,多元逼近理论的日益完善和成熟,为进一步研究这一问题提供了条件,考虑到方法的实用性,本文提出了用三角域上的二元分片二次插值多项式作为 GMDH 方法中的部分描述式问题。

1. 已知数据的选取和处理

设: 1) 系统方程为: $y = f(X)$, $X \in R^m$.

2) $p_1(x^{(i)}, x^{(j)}), p_2(x^{(i)}, x^{(j)}), p_n(x^{(i)}, x^{(j)}), 1 \leq i, j \leq m, i \neq j$, 是一组实系数的线性无关的二元多项式, H_n 表示以它们的基底做成的实线性空间.

3) 已知系统的输入数据点集为

$$E_n = \{(x_1^{(i)}, x_1^{(j)}), (x_2^{(i)}, x_2^{(j)}), \dots, (x_k^{(i)}, x_k^{(j)}), \dots, (x_n^{(i)}, x_n^{(j)})\}$$

$1 \leq i, j \leq m, i \neq j$; i, j 分别表示 m 个输入变量中的第 i, j 个输入变量, y 为输出变量, 与点 $(x_k^{(i)}, x_k^{(j)})$ 相对应的输出数据为 $y_k, 1 \leq k \leq n$.

4) $s(x^{(i)}, x^{(j)})$ 为插值多项式.

一般来说, 二元插值与一元插值不同, 对于给定的 E_n 和 H_n , 不一定有唯一的 $s(x^{(i)}, x^{(j)}) \in H_n$, 满足插值条件 $s(x_k^{(i)}, x_k^{(j)}) = y_k$, 为保证部分描述式的唯一性, 需引入以下定义和定理.

定义. 若对于给定的基函数 $p_1(x^{(i)}, x^{(j)}), p_2(x^{(i)}, x^{(j)}), \dots, p_n(x^{(i)}, x^{(j)})$, 输入数据点集 E_n 和输出数据 $y_k (k = 1, 2, \dots, n)$ 有唯一的 $s(x^{(i)}, x^{(j)}) \in H_n$, 使得 $s(x_k^{(i)}, x_k^{(j)}) = y_k$, 则称 E_n 是 H_n 的适定点集.

定理. E_n 是 H_n 的适定点集的充要条件是: E_n 不在 H_n 中的任何一条代数曲线上.

通过分析向量组 $\{p_1(x_k^{(i)}, x_k^{(j)}), p_2(x_k^{(i)}, x_k^{(j)}), \dots, p_n(x_k^{(i)}, x_k^{(j)})\} (k = 1, 2, \dots, n)$ 的线性无关性, 该定理不难被证明.

定理的意义是将二元插值存在的唯一性这样一个代数问题转化为几何问题.

推论. 设: 1) 点集 E_n 的分布方式为: 有三个点在一条直线上, 另外三个点不共线, 而且都不在这条直线上.

2) H_n 表示所有的二次多项式(即: 形如 $a_0 + a_1x^{(i)} + a_2x^{(j)} + a_3(x^{(i)})^2 + a_4(x^{(j)})^2 + a_5x^{(i)} \cdot x^{(j)}$, $i \neq j$ 的多项式)组成的集合.

则在点集 E_n 下, H_2 中的插值存在且唯一.

例如: 在三角形域 T 上插值时, 若取三个顶点和各边的中点构成点集 E_n , 则在 T 上的二次插值有解且唯一.

由于在实际应用过程中所能采集到的数据一般是不规则的, 因此, 在应用本文方法时须对其进行三角剖分及其优化处理, 以得到适定点集 E_n . 具体方法可参阅[8].

2. 二元二次插值多项式的构成

设: 系统输入数据经过三角剖分处理后得到

$$\tau = \{T_0, T_1, \dots, T_{n-1}\},$$

在每个三角形 $T_f (0 \leq f \leq n-1)$ 的各边上再确定

一点, 使得每个三角形都有六个数据点 $P_{fe} (e = 0, 1, 2, \dots, 5)$ (参见图 1). 在每个 T_f 上构造一个二次曲面 $p_f(x^{(i)}, x^{(j)}) = a_0 + a_1x^{(i)} + a_2x^{(j)} + a_3(x^{(i)})^2 + a_4(x^{(j)})^2 + a_5x^{(i)}x^{(j)}$ 在三角形 T_f 及其内点上, 令: $s(x^{(i)}, x^{(j)}) = p_f(x^{(i)}, x^{(j)})$, 则: $s(x^{(i)}, x^{(j)})$ 构成了 τ 上的分

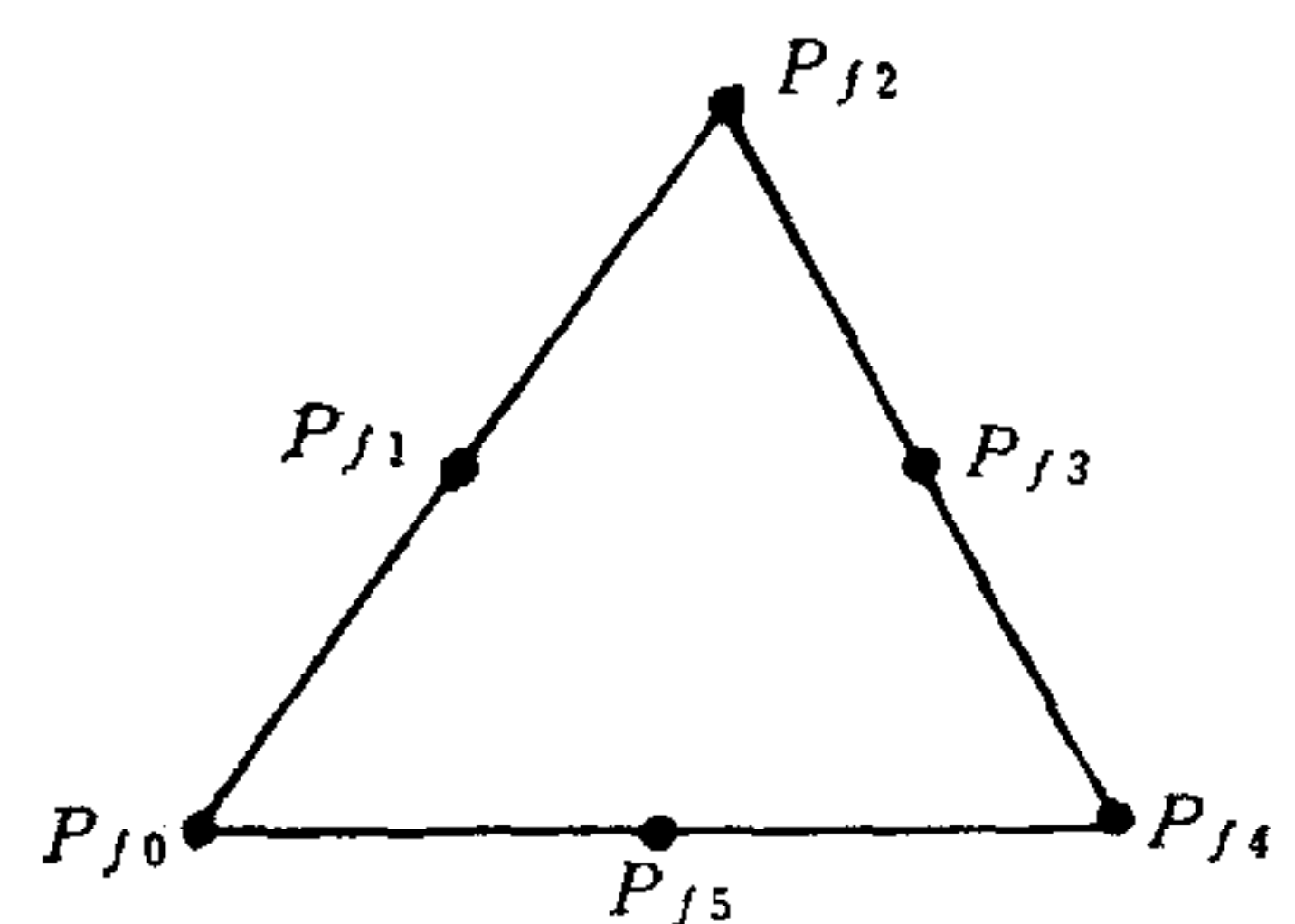


图 1

片二次插值多项式, 取 $\varphi(x^{(i)}, x^{(j)}) = s(x^{(i)}, x^{(j)})$, 即得到了本文的部分描述式. 文献 [9] 给出了一种确定 a_0, a_1, \dots, a_5 的计算方法, 这里不再赘述.

三、对 GSM 方法的结构改进

本文在整体结构上改进了 GSM 方法, 省去了脱机判断环节, 改变了与 ISM 方法^[4]的结合方式, 增加了原始变量与中间变量直接结合环节. 改进的 GSM 方法原理流程图如图 2 所示.

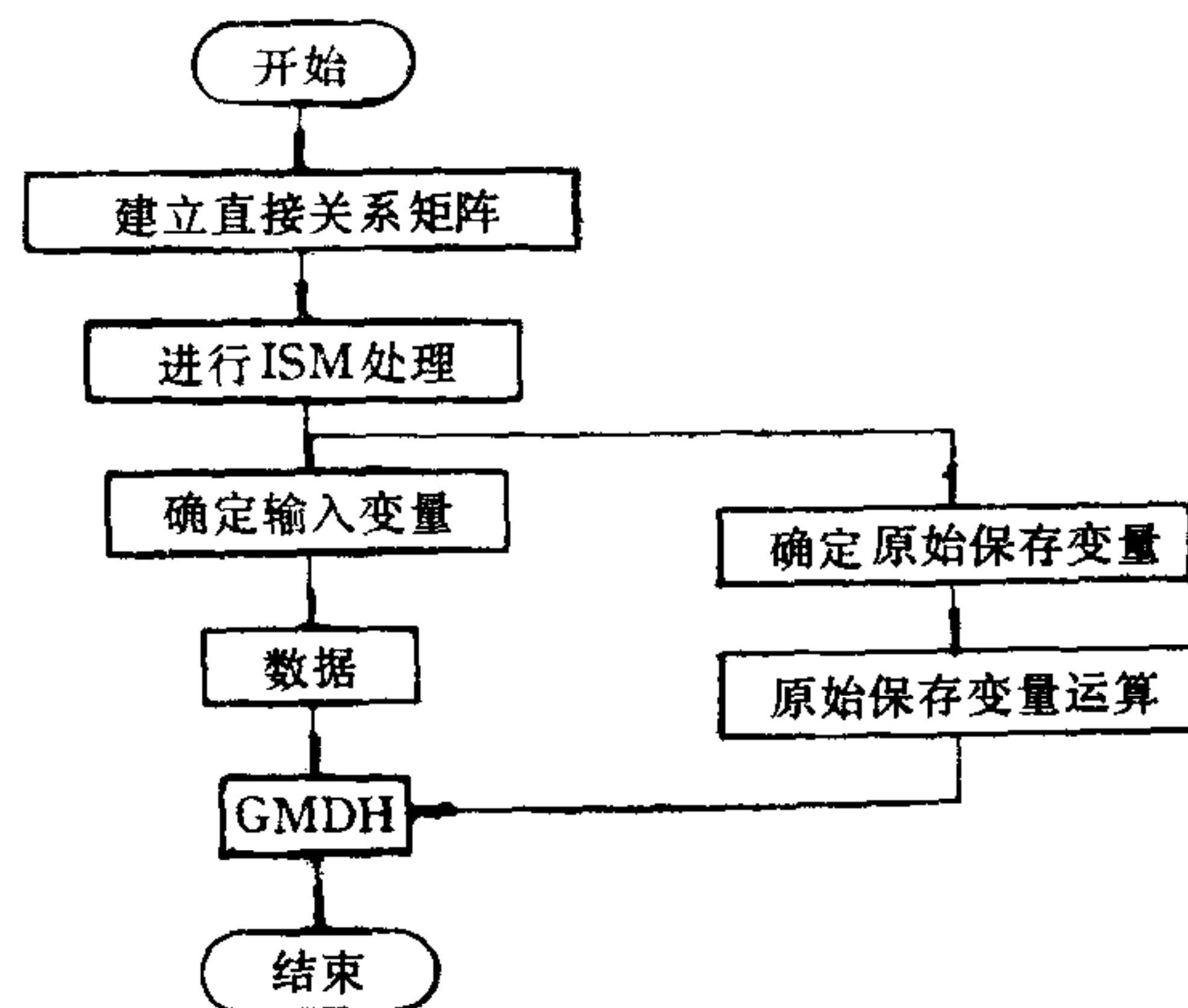


图 2 改进型 GSM 方法原理流程图

四、改进方法的实际建模结果

本文分别用改进的 GSM 方法和文献 [3] 的方法建立了谷氨酸发酵过程的参数数学模型. 两种方法的建模误差曲线如图 3 所示.

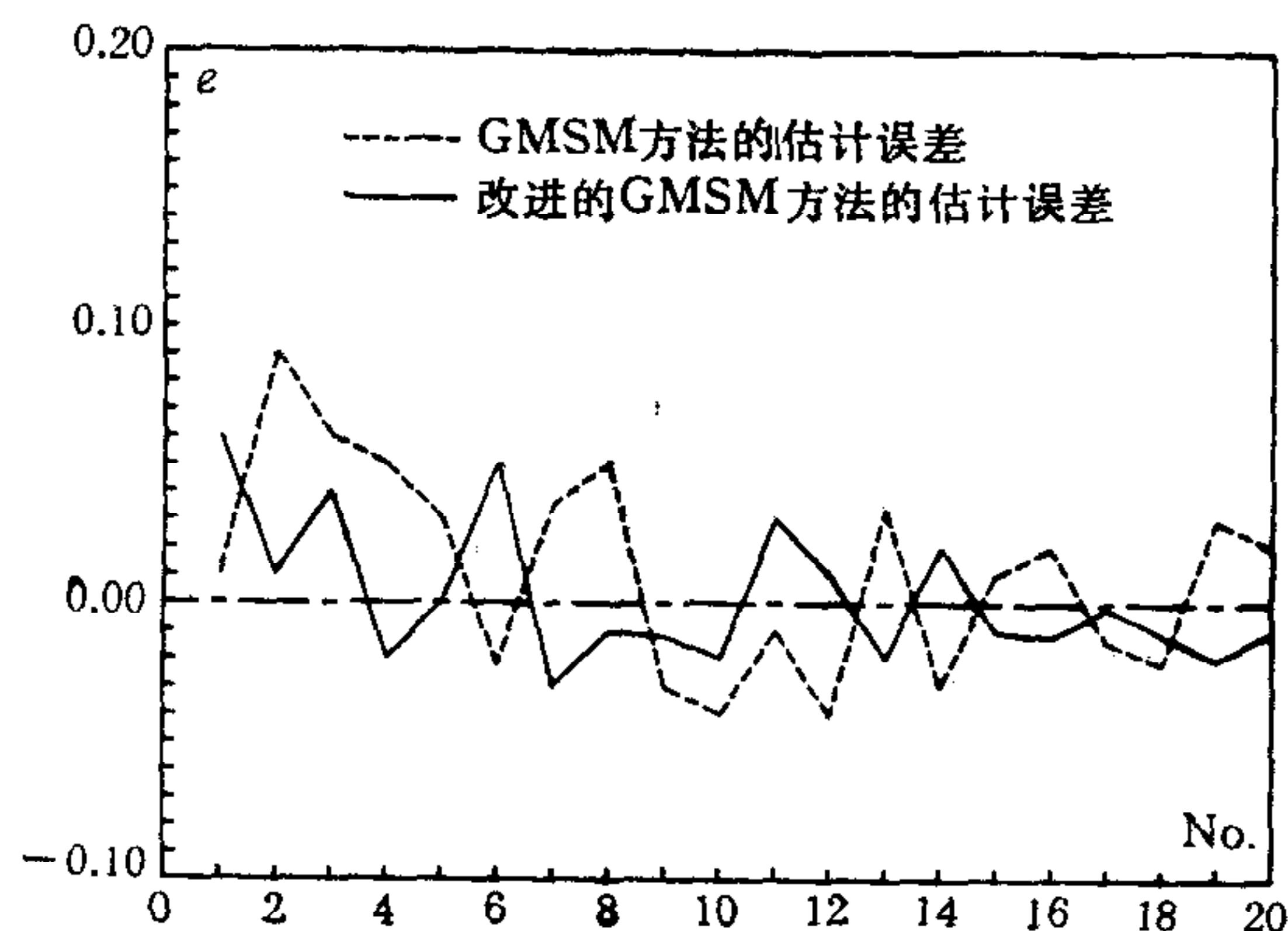


图 3 两种方法的输出误差曲线

参 考 文 献

- [1] Ivaknenko, A. G., Heuristic Self-organization in Problems of Engineering Cybernetics, *Automatica*, 6(1970), (2), 207—217.
- [2] 杨自厚等, 改进的 GMDH 方法——原始变量保存算法, 自动化学报, 12(1986), (4), 397—400.
- [3] 两部实, GSM によるセソント, プラントのシステム解析, システムと制御, 23(1979), (10), 587—593.
- [4] Warfield, J. N., Toward Interpretation of Complex Structural Models, *IEEE Transactions, on Systems Man. and Cybernetics*, SMC-4(1974), (5), 405—417.
- [5] 井原, 改良型 GMDH——动的世界人口モデルの場合, システムと制御, 19(1975), (4), 201—210.
- [6] Dylbokova, D. L. and Dylbokv, I. S., Prediction of Trends of development of Digital Computers by GMDH using Linear Fraction Partial Description and Balance of Variables Criterion; *Soviet Auto. Control*, 8(1975), (2), 24—30.
- [7] Mehra, R. K., Group Method of Data Handling (GMDH), Review and Experience, Proc. of IEEE, Conf. on Decision and Control, 1977, 29—34.
- [8] 田春松、胡健伟, 生成平面区域三角网格的一种算法, 数值计算与计算机应用, 9(1988), (3), 144—152.
- [9] Böhm, W., Farin, G., Kahmann, J., A Survey of Curve and Surface Methods in CAGD, *Computer Aided Geometric Design* 1(1984), 1—60.

AN IMPROVED GSM METHOD AND ITS APPLICATION

LIU WEI

(Tangshan Institute of Technology)

TIAN SHUBAO

(Tianjin University)

ABSTRACT

An improved GSM method is proposed in this paper. In this method, the description is a bivariate interpolation polynomial, ISM method is used to select key input variables, and the structure of original method is simplified. The results of modeling show that the improved method is useful for establishing the modeling of complex systems.

Key words: GMDH method; GSM method; ISM method; bivariate interpolation.