矩文

一类非线性系统的加权自校正控制

丁 锋 谢新民 方崇智
(清华大学自动化系,北京 100084)

摘 要

本文提出了仅含一个非线性环节的一类非线性系统控制的逆算子方法，建立了这类非线性系统的加权自校正控制算法. 该算法也适用于不稳定和(或)逆不稳定系统，具有渐近最优控制效果，可以保证闭环系统全局稳定和收敛. 仿真结果表明该算法能克服系统非线性的影响，改进了系统的控制性能.

关键词: 非线性系统，自校正控制，补偿器，算子.

一、引 言

Kung 和 Womark[1] 讨论了分段非线性系统的自适应控制，Anbumain 等[2]建立了 Hammerstein 模型的自适应控制算法，孙西等[3,4]提出了滞环非线性系统的控制算法. 但这些算法都是针对含一个典型非线性特性或环节的线性系统提出的，尚未给出这类非线性系统自校正控制的一般方法.

二、补偿器的设计或逆算子的选择

设 π 是任一非线性特性，其输入为 $u(\cdot)$，输出为 $x(\cdot)$，且 $x(t)$ 由 $u(t)$ 唯一确定，一般这种关系可以用算子 π 表示为

$$\pi:\ u \rightarrow x \quad \text{记作} \quad x = \pi u. \tag{1}$$

设 π_d 是另一个特性(一般也是非线性的)，其输入输出传递关系用算子 π_d 表示为

$$\pi_d:\ x_d \rightarrow u_d \quad \text{或} \quad u_d = \pi_d x_d. \tag{2}$$

如果算子 π 和 π_d 满足关系式

$$(\pi\circ\pi_d)x_d = \pi(\pi_d x_d) = \pi_d u_d = x_d \tag{3}$$

或

$$\pi\circ\pi_d = 1$$

则称 π_d 为 π 的一个左逆算子或补偿器. 其中算子 $\pi\circ\sigma$ 表示 π 和 σ 的复合算子.

定理 1 (左逆算子或补偿器存在性定理). 如果算子 π 分段连续、非降、无上下界，且有有限个第一类间断点，则算子 π 存在唯一左逆算子或补偿器 π_d.

本文于1991年6月3日收到.

常见的分段非线性[1]，死区非线性，滞环非线性[3,4]均存在唯一左逆算子. 对于比较简单，且存在解析式算子 π，其左逆算子 π_d 很容易求出，见本文例 1.

三、非线性系统的描述

考虑下列模型描述的非线性系统

线性部分：

$$A(z)y(t)=z^{-d}B(z)x(t)+D(z)v(t), \tag{4}$$

$$A(z)=1+\sum_{i=1}^{n_a}a_iz^{-i},\ B(z)=\sum_{i=0}^{n_b}b_iz^{-i},\ D(z)=1+\sum_{i=1}^{n_d}d_iz^{-i}.$$

非线性部分：

$$\pi:\ x(t)=\pi u(t). \tag{5}$$

式中 $x(t)$，$y(t)$ 和 $v(t)$ 分别是系统线性部分的输入，输出和随机噪声，$u(t)$ 是系统的输入；z^{-1} 代表单位后移算子，d 代表系统的纯滞延. 设

A1）$(n_a,\ n_b,\ n_d)$ 的上界和 d 已知；

A2）$D(z)$ 稳定，即 $D(z)=0$ 导致 $|z|<1$.

序列 $\{v(t)\}$ 是定义在概率空间 $(\Omega,\ F,\ P)$ 上的鞅差序列，且适应于非降 σ-代数序列 $F_t=\sigma(y(t),\ u(t),\ y(t-1),\cdots,\ u(0))$. $\{v(t)\}$ 满足

A3）$E[v(t)|F_{t-1}]=0$, a. s.,

A4）$E[v^2(t)|F_{t-1}]=\sigma^2<\infty$, a. s.,

A5）$\limsup\limits_{t\to\infty}\dfrac{1}{t}\sum\limits_{i=1}^{t}v^2(i)<\infty$, a. s..

本文的目标是设计一个补偿器：

$$\pi_d:\ u(t)=\pi_d\bar{u}(t) \tag{6}$$

使准则函数

$$J=E\{[P(z)y(t+d)-Q(z)y^*(t+d)+R(z)\bar{u}(t)]^2|F_t\} \tag{7}$$

极小. 其中 $\bar{u}(t)$ 是补偿器的输入，$y^*(t)$ 代表参考输入或期望输出，且 $|y^*(t)|\leqslant M<\infty$；$P(z)$，$Q(z)$ 和 $R(z)$ 是单位后移算子 z^{-1} 的多项式（$P(z)$ 首 1).

四、加权自校正控制算法

引理 1. 对于带补偿器(6)的系统(4)，(5)，设 $D(z)$ 稳定，那么下列关系式成立：

$$D(z)\phi(t+d)=\alpha(z)y(t)+\beta(z)\bar{u}(t)+D(z)R(z)\bar{u}(t), \tag{8}$$

式中

$$\phi(t+d)=P(z)y(t+d)+R(z)\bar{u}(t)-F(z)v(t+d),$$
$$\alpha(z)=G(z),\ \beta(z)=F(z)B(z).$$

$G(z)$ 和 $F(z)$ 是满足下列关系的唯一多项式：

$$P(z)D(z)=F(z)A(z)+z^{-d}G(z),$$

$$F(z)=1+\sum_{i=1}^{d-1} f_i z^{-i},\ G(z)=\sum_{i=0}^{n_g} g_i z^{-i},\ n_g=\max(n_p+n_d-d, n_a-1).$$

使用关系式(8)，极小准则函数(7)得到加权自校正控制算法（WSTC）：

$$\hat{\theta}(t)=\hat{\theta}(t-1)+K(t)[y(t)-\varphi^T(t-d)\hat{\theta}(t-1)], \tag{9a}$$

$$K(t)=P(t-1)\varphi(t-d)/[1+\varphi^T(t-d)P(t-1)\varphi(t-d)], \tag{9b}$$

$$P(t)=[I-K(t)\varphi^T(t-d)]P(t-1), \tag{9c}$$

$$\varphi^T(t)=[\bar{u}(t),\cdots,\bar{u}(t-n_1),\ y(t),\cdots,y(t-n_g),-\hat{y}(t),\cdots,-\hat{y}(t-n_d+1)]$$

$$n_1=\max(n_b+d, n_d+n_r),$$

$$\hat{y}(t)=\varphi^T(t-d)\hat{\theta}(t-d),$$

$$\varphi^T(t)\hat{\theta}(t)=Q(z)y^*(t+d). \tag{10}$$

其中 $\hat{\theta}(t)$ 是对应的参数向量 θ 在 t 时刻的估计.

求解(6)式和(10)式可以得到当前的控制：

$$u(t)=\pi_d\left[(Q(z)y^*(t+d)-\sum_{i\neq 1}\varphi_i(t)\hat{\theta}_i(t))/\hat{\theta}_1(t)\right]. \tag{11}$$

定理1. 对于带补偿器(6)的系统(4)，(5)，假设 A1)—A5) 成立，$\left[D^{-1}(z)-\frac{1}{2}\right]$ 严格证实，如果可以选择多项式 $(P(z), R(z))$ 使 $[P(z)B(z)+A(z)R(z)]$ 为稳定多项式，那么 WSTC 算法(9)—(11)保证以下各式成立：

(1) $\limsup\limits_{t\to\infty}\frac{1}{t}\sum\limits_{i=1}^{t}[\bar{u}^2(i)+u^2(i)+x^2(i)+y^2(i)]<\infty$, a.s.,

(2) $\limsup\limits_{t\to\infty}\frac{1}{t}\sum\limits_{i=1}^{t}E[(P(z)y(i+d)-Q(z)y^*(i+d)+R(z)\bar{u}(i))^2|F_i]$
$=r^2<\infty$, a.s.,

其中 $r^2=E[w^2(t+d)|F_t]$，$w(t+d)=F(z)v(t+d)$.

证明. 仿照文[5]证明，略.

五、仿真例子

例1. 考虑下列仿真对象：

$$(1-1.25z^{-1}+0.75z^{-2})y(t)=z^{-1}(1.52+0.82z^{-1})x(t)+(1-0.1z^{-1})v(t)$$

$$\pi:\ x(t)=\pi u(t)=\begin{cases} k_1\sqrt{u(t)-U_0}, & u(t)\geqslant U_1>U_0,\ k_1>0 \\ 0, & -U_2<u(t)<U_1 \\ -k_2\sqrt{-u(t)-U_0}, & u(t)\leqslant -U_2<-U_0,\ k_2>0 \end{cases}$$

其中 $U_0=0.5$，$U_1=0.75$，$U_2=1.0$，$k_1=1.0$，$k_2=0.8$，期望输出是 $y^*(t)=4$，$t\leqslant 100$；-4，$100<t\leqslant 200$；2，$t>200$.

仿真时 $\{v(t)\}$ 采用零均值方差为 $\sigma^2=0.1^2$ 的白噪声序列. 逆算子 π_d 选择为

$$\pi_d:\ u(t)=\pi_d\bar{u}(t)=[k\bar{u}^2(t)+U_0]\mathrm{sgn}\bar{u}(t),$$

其中 $k=\delta[\bar{u}(t)]/k_1^2+\delta[-\bar{u}(t)]/k_2^2$,

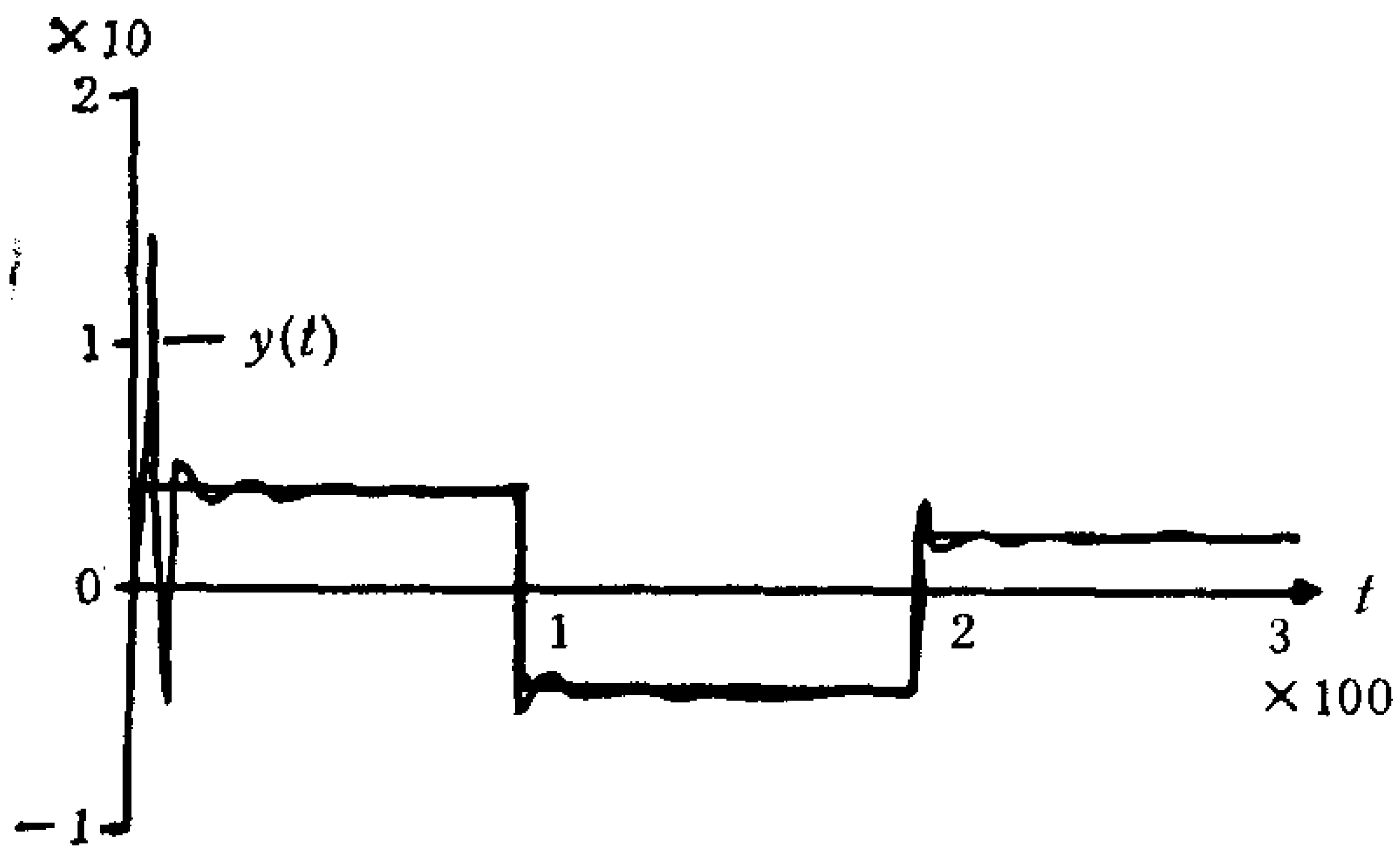

图 1　例 1 的输出 $y(t)$

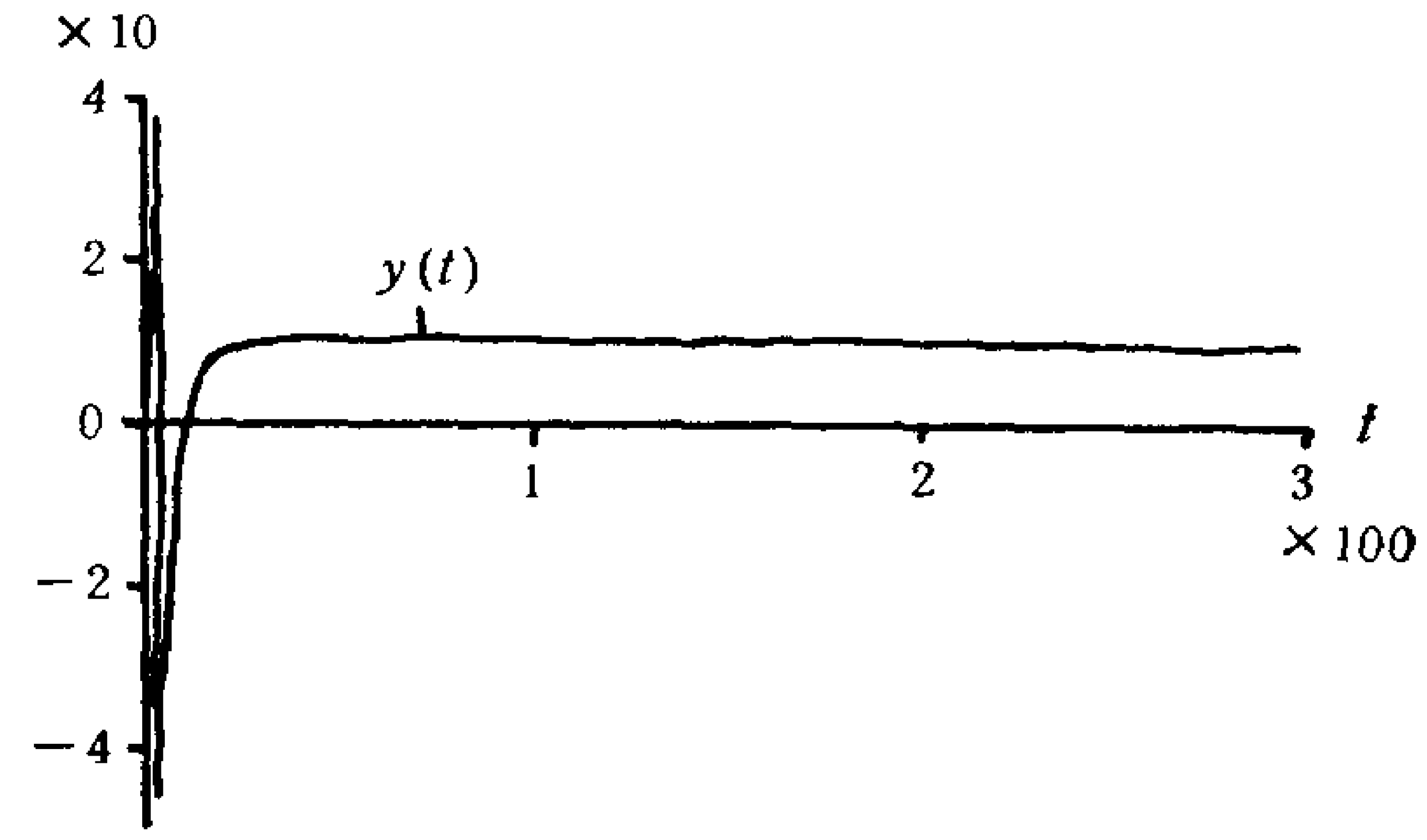

图 2　例 2 的输出 $y(t)$

$$\mathrm{sgn}x=\begin{cases}1, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ -1, & x<0,\end{cases}\quad \delta(x)=\begin{cases}1, & x\geqslant 0,\\ 0, & x<0.\end{cases}$$

例 1 的输出 $y(t)$ 如图 1 所示 ($P(z)=Q(z)=1$, $R(z)=0$).

例 2. 考虑下列仿真对象

$$(1-1.5z^{-1}+z^{-2})y(t)=z^{-1}(1+2z^{-1})x(t)+(1-0.1z^{-1})v(t),$$

π 同例 1，参考输入为 $y^*(t)=4$，其它条件同例 1.

例 2 的输出 $y(t)$ 如图 2 所示 ($P(z)=1-0.5z^{-1}$, $Q(z)=1+0.5z^{-1}$, $R(z)=0.5$). 从图中可知：例 1 是一个最小相位系统，$y(t)$ 能很好跟踪 $y^*(t)$；例 2 是一个非最小相位系统，但可以选择多项式 ($P(z)$, $R(z)$) 使闭环系统稳定.

参　考　文　献

[1] Kung, M. and Womark, B. F., Discrete Time Adaptive Control of Linear System with a Two-segment Piecewise-linear Asymmetrics Nonlinearity, IEEE Trans., AC-29 (1984), 170—172.
[2] Anbumain, K., Patnaik, L.M. and Serma, I. G., Self-tuning Minimun-variance Control of Nonlinear Systems of the Hammerstain Model, IEEE Trans., AC-26 (1981), 959—961.
[3] 孙西、金以慧、方崇智，滞环非线性系统的自适应控制，自动化学报，17(1991)，649—657.
[4] 孙西、周立锋，具有间隙非线性系统的自适应控制，控制理论和应用，8(1991)，96—100.
[5] Goodwin, G. C. and Sin, K. S., Adaptive Filtering Prediction and Control, Prentice-hall, INC., Englewood Clifffs, New Jersey, 1984.

WEIGHTED SELF-TUNING CONTROL OF A CLASS OF NONLINEAR SYSTEMS

DING FENG XIE XINMIN FANG CHONGZHI

(Dept. of Automation, Tsinghua University, 100084, P. R. China)

ABSTRACT

In this paper, the inverse operator method of control of a class of nonlinear systems with a nonlinearity is presented, and the weighted self-uning control algorithm of this type of nonlinear systems is established. This algorithm is also suitable for the unstable and (or) inverse unstable systems and asymptotically optimal. It can make the closed-loop systems to be globally convergent and stable. The simulation results show that the algorithm can overcome the effect of nonlinearity of the systems and may improve control performance.

Key words: Nonlinear system; self-tuning control; compensator; operator.

(上接第 433 页)

项目名称	时间	人数	会期(天)	地点	联系人
离散事件系统动力学仿真与优化及控制系统中的仿真方法学术研讨会	3 季度	100	4	待定	吴连伟 北京842信箱 邮编100037
控制理论及其应用学术年会	10月	200	5	武汉	张正芳 武汉华中理工大学自控系 邮编430074
第 7 届全国遥测技术交流会	2	200	5	泰安	王玉璞 北京9200信箱74分箱 邮编100076
第 2 届生物遥测技术交流会	4 季度	50	4	待定	同上
第 2 届全国水文自动测报技术交流会	3 季度	60	4	待定	同上
全国自动化教育学术年会	10月	100	4	成都	肖德云 北京清华大学自动化系 邮编100084
第 9 届全国系统与控制科学青年学术交流会	8 月	150	5	湖南大庸	夏学峰 吴敏 长沙中南工业大学自控系 邮编410083
DCS 系统技术交流会	4 季度	100	4	北京	朱蕴珍 北京团结湖北路自动化控制系统总公司 邮编100026
PLC 与 DCS 系统发展，人工智能与专家系统的发展学术研讨会	2 季度	100	4	北京	同上
自动化仪表装置和工程设计应用学术年会	4 季度	100	4	待定	吴斌昌 上海市漕宝路103号仪表所 邮编200233
第二届全国温度测量与控制学术会议	11月	200	4	上海	吴斌昌 上海市漕宝路103号仪表所 邮编200233