

研究简报

无对应点三维表面重建的全局优化算法

汪涛 邢小良 庄新华

(浙江大学计算机系, 杭州 310027)

关键词: 表面重建, 部分匹配, 全局优化.

一、三维平面重建问题陈述

图1是成像系统, 包括一对焦距 $f = 1$ 的照相机. 两坐标系间的关系是

$$(X_R, Y_R, Z_R) = (X_L - b, Y_L, Z_L).$$

三维点 (X_L, Y_L, Z_L) 在左、右图象平面的投影分别是

$$\begin{aligned} (x_L, y_L) &= (X_L/Z_L, Y_L/Z_L) \\ (x_R, y_R) &= (X_R/Z_R, Y_R/Z_R) \\ &= ((X_L - b)/Z_L, Y_L/Z_L) \end{aligned} \quad (1)$$

则水平和垂直方向的差异场分别是

$$\begin{aligned} \delta_x &= x_L - x_R = b/Z_L; \\ \delta_y &= y_L - y_R = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

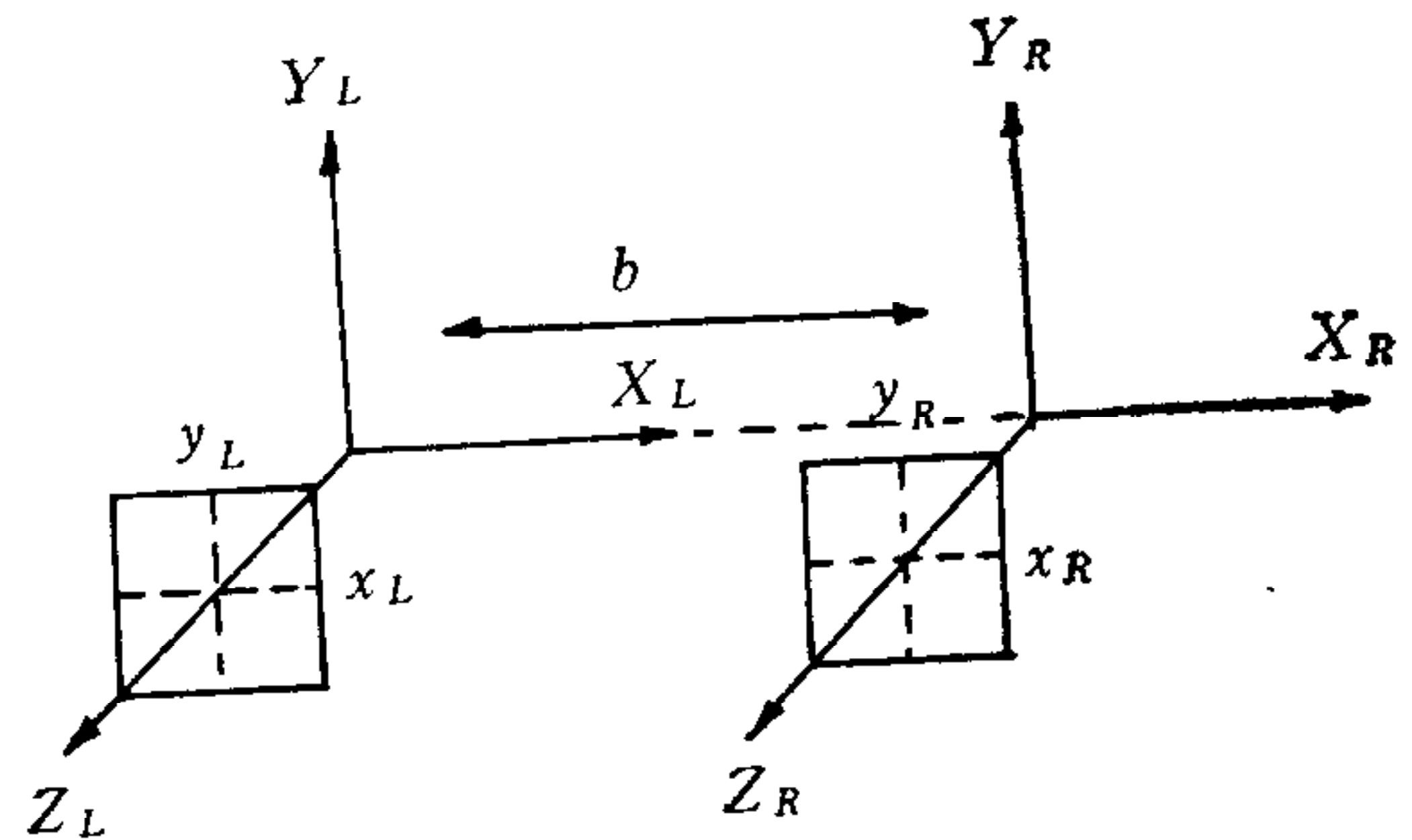


图1 平行轴立体成像系统

假设三维点位于平面 $Z = Z_0 + PX + QY$ 上, 则对应点匹配约束条件^[1]是

$$x_R = A + Bx_L + Cy_L; \quad y_R = y_L \quad (3)$$

其中 $A = -b/Z_0, B = 1 - AP$ 和 $C = -AQ$.

令 $L = \{X_1, X_2, \dots, X_N\}$ 和 $R = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_M\}$ 分别是左、右图象中特征点的坐标值, $X_i = [X_{i1}, X_{i2}]$, $Y_j = [Y_{j1}, Y_{j2}]$. 因此, 无对应点三维重建问题就是由点集 L 和 R 估计参数 A, B 和 C 或者 Z_0, P 和 Q .

二、无对应点三维表面重建算法

基于完全匹配的无对应点重建方法^[2], 只能处理 $N = M$ 且 L 和 R 能够一一对应匹配的情况, 有很大局限性. 在有出格点 (即非匹配点) 存在的情况下, 只能获得部分匹配. 点集 L 和 R 间的部分匹配是一一对应映射 $H: L' \rightarrow R', L' \subseteq L, R' \subseteq R$, 并且

$$\|E_{ij}\| = \|Y_j - \mu(X_i)\| \leq \delta \quad (4)$$

对于任意 $X_i \in L'$ 和 $H(X_i) = Y_j$. 其中, $\mu(X_i) = [A + BX_{i1} + CX_{i2}, X_{i2}]'$, δ 是误

差界限 $\delta > 0$. 这时,称 X_i 和 Y_i 是一对应点,否则为非对应点.

由于部分匹配的定义只涉及映射 H 的存在性,而且在 L 和 R 间存在着大量的映射关系,所以必须求参数 $\theta = \{A, B, C\}$, 使尽可能多的对应点匹配,即最大部分匹配.

构造代价函数 $E(\theta)$ 如下:

$$E(\theta) = \sum_i G \left[\sum_j F(X_i, Y_j; \theta) \right] \quad (5)$$

其中 $G(x) = \ln(x + \alpha)$, $\alpha > 0$, $F(X_i, Y_j; \theta)$ 是匹配鉴别函数,即 $F(X_i, Y_j; \theta) = 1$ 若 X_i 和 Y_j 是对应点;否则, $F(X_i, Y_j; \theta) = 0$.

对于两组参数 θ_1 和 θ_2 , 相应的对应点数目是 K_1 和 K_2 , 且 $K_1 > K_2$, 那么

$$E(\theta_1) - E(\theta_2) = (K_1 - K_2)[G(1) - G(0)] > 0,$$

也就是说,具有较大部分匹配的参数 θ , 具有较大 $E(\theta)$ 值. 显然,为了求最大部分匹配,全局优化过程是求 $E(\theta)$ 最大值,即 $\max_{\theta} E(\theta)$. 由于 $E(\theta)$ 是不可微分的,我们采用连续逼近方法^[3],用函数 $\tilde{F}(X_i, Y_j; \theta)$ 逼近 $F(X_i, Y_j; \theta)$,

$$\tilde{F}(X_i, Y_j; \theta) = \exp\{-\|E_{ij}\|^2 / (2T^2)\} \quad (6)$$

其中 T 是控制参数,随着 T 的逐渐减小,函数 $\tilde{F}(X_i, Y_j; \theta)$ 逐步趋向于 $F(X_i, Y_j; \theta)$. 在每个参数 T 下,采用梯度下降法. 代价函数 $E(\theta)$ 对各参数 $\theta = \{A, B, C\}$ 的偏导数是

$$\frac{\partial E(\theta)}{\partial \theta} = \frac{1}{T^2} \sum_i r_i \frac{\partial u(X_i)}{\partial \theta} \quad (7)$$

其中 $r_i = \sum_j \tilde{F}(X_i, Y_j; \theta) E_{ij} / \left[\sum_j \tilde{F}(X_i, Y_j; \theta) + \alpha \right]$. 要使 $E(\theta)$ 为最大值,必须满足 $\partial E(\theta) / \partial A \cdot \Delta A + \partial E(\theta) / \partial B \cdot \Delta B + \partial E(\theta) / \partial C \cdot \Delta C \geq 0$. 其成立的充分条件是

$$r_i = \left[\frac{\partial u(X_i)}{\partial A}, \frac{\partial u(X_i)}{\partial B}, \frac{\partial u(X_i)}{\partial C} \right] [\Delta A, \Delta B, \Delta C]' \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

令

$$\tilde{Z} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u(X_1)}{\partial A} & \frac{\partial u(X_1)}{\partial B} & \frac{\partial u(X_1)}{\partial C} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial u(X_N)}{\partial A} & \frac{\partial u(X_N)}{\partial B} & \frac{\partial u(X_N)}{\partial C} \end{bmatrix} \quad r = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_N \end{bmatrix}$$

如果矩阵 \tilde{Z} 的奇异值分解是 $\tilde{Z} = UVW'$, 则

$$[\Delta A, \Delta B, \Delta C]' = WV^{-1}U'r \quad (9)$$

控制参数 T 逐步递减,

$$T = C_0 \ln 2 / \ln(n + 1) \quad (10)$$

其中 C_0 是常数, n 是迭代次数.

三、计算机实验结果

在初步实验中,置 $b = 10$, 平面方程 $Z = 100 + X + Y$. 在平面上,任意选取 $N = 20$ 个点投影到图象平面,其中 $X, Y \in [0, 10]$. 这时,获得了无噪声数据,然后

将 $N-\varepsilon$ 个对应点加上高斯白噪声 $N(0, \sigma^2)$, 其中 σ 定义为座标值除以信噪比 SNR. 剩余的 ε 个点随机移动形成出格点. 初始迭代值: $Z_0^{(0)} = 80, P^{(0)} = 0.5, Q^{(0)} = 0.5$, 常数 $\alpha = 1.0 \times 10^{-20}, C_0 = 4.0$.

第一部分实验中, 置 $\varepsilon = 0$, 即完全匹配情况, SNR 分别是 100, 50 和 30. 100 次实验的平均参数估计值误差如表 1(a) 所示. 表 1(b) 是文献[2]方法的估计值误差, 两者很接近.

表 1 $\varepsilon = 0$ 时的估计参数误差

SNR	100	50	30
z	0.47	1.16	2.87
P	0.052	0.104	0.123
Q	0.027	0.079	0.168

(a)

SNR	100	50	30
Z	0.54	1.14	3.01
P	0.041	0.089	0.107
Q	0.028	0.073	0.192

(b)

第二部分实验中, 置 SNR = 30, 50, 出格点数目分别是 1, 2, 3, 4. 100 次实验的参数估计误差如表 2 所示. 其中 (a) SNR = 50, (b) SNR = 30.

表 2 平均参数估计误差

	1	2	3	4
Z	1.43	1.76	2.04	3.22
P	0.135	0.163	0.181	0.229
Q	0.179	0.238	0.272	0.297

(a)

	1	2	3	4
Z	2.32	2.83	3.78	4.25
P	0.211	0.239	0.271	0.302
Q	0.226	0.273	0.294	0.358

(b)

参 考 文 献

- [1] Eastman, R. D. and Waxman, A. M., Using Disparity Functionals for Stereo Correspondence and Surface Reconstruction, *CVGIP*, 39 (1987), 73—101.
- [2] Aloimonos, J. and Herve, J. Y., Correspondenceless Stereo and Motion: Planar Surface, *IEEE T-PAMI*, 12 (1990), 504—510.
- [3] Leclerc, Y. G., Constructing Simple Stable Description for Image Partition, Proc. Image Underst. Work., Cambridge (1988), 365—382.

CORRESPONDENCELESS 3-D SURFACE RECONSTRUCTION USING GLOBAL OPTIMIZATION

WANG TAO XING XIAOLIANG ZHUANG XINHUA

(Department of Computer Science & Engineering, Zhejiang University)

Key words: surface reconstruction, partial match, global optimization.