

PID调节器自整定的PM法及其公式推导

陈福祥 杨芝雄

(武汉工业大学自动化系, 430070)

摘 要

本文提出了一种只基于给定相位裕度的自整定方法(简称 PM 法),并推导出一套相应的自整定公式。对 PM 法、临界比例度法(简称 Z-N 法)、理想继电特性法(简称 Åström 法)作了比较性研究。研究结果说明, PM 法优于 Z-N 法和 Åström 法。该法现已用于“玻纤拉丝漏板的智能温度控制仪”的科研项目中,并取得了满意的控制效果。

关键词: PID 调节器, Z-N 法, Åström 法, PM 法。

一、引 言

PID 调节器自整定方法有两类: 第一类是基于现代控制理论的自整定方法。这类方法要求对受控对象建立精确的数学模型,对于复杂工业过程,很难满足这一要求^[1,2],因此这类方法应用受阻。第二类是基于经典控制理论的自整定方法。这类方法只要求建立满足 P, PI, PID 等控制功能范围内的数学模型,即使模型有误差也不会对控制产生过大的影响。第二类方法又可分为以下两种具体的常用方法: Ziegler-Nichols 的临界比例度法(简称 Z-N 法)和 Åström 的理想继电特性法(简称 Åström 法)。

二、常用的自整定方法及经验公式

1. Z-N 法

Z-N 法是先去掉微分和积分作用,只保留比例控制作用,当选定了合适的采样周期 T_s 后,在闭环比例控制下采用逐渐增大比例系数 K_p 的办法,直至使系统产生等幅振荡为止,记下这时的临界增益 K_c 和临界振荡周期 T_c 。然后根据 K_c, T_c, T_s 等数据以及经验公式来整定 PID 调节器的参数: 比例系数 K_p , 积分系数 K_i 和微分系数 K_d 。

对于数字 PID 调节器可采用如下经验公式:

1) 只用比例调节时,可取 $K_p = 0.5K_c$ 。

2) 只用比例、积分调节时可取 $K_p = 0.36K_c$; 选取积分时间 $T_i = 1.05T_c$, 采样周期 $T_s = 0.2T_c$, 则可取

$$K_I = K_P T_S / T_I = 0.07 K_C.$$

3) 同时采用比例、积分、微分调节时,可取 $K_P = 0.27 K_C$; 选取采样周期 $T_S = T_C / 6$, 积分时间 $T_I = 0.4 T_C$, 微分时间 $T_D = 0.22 T_C$, 则可取

$$K_I = K_P T_S / T_I = 0.11 K_C; \quad K_D = K_P T_D / T_S = 0.36 K_C.$$

Z-N法的优点是简易方便; 缺点是隐含着产生增幅振荡的危险性, 甚至有可能使系统毁坏.

2. Åström 法

为了克服 Z-N 法的缺点, K.J. Åström 提出了用理想继电特性环节代替 Z-N 法的比例控制器的自整定方法即 Åström 法^[3]. 这种方法的优点是不会出现增幅振荡现象, 更不会使系统毁坏. 缺点是对于纯滞后很小的低阶系统, 整定的参数往往偏大, 这是由于开环 Nyquist 曲线与负实轴的交点离原点太近所致, 另外这种方法不适用于有色噪声或强白噪声的场合^[4], 这是因为理想继电特性环节对噪声反映极其敏感.

三、PM 法及其公式推导

Z-N 法和 Åström 法都是基于 Nyquist 曲线上的临界点的信息知识来整定参数的, 都有不可克服的固有缺点, 为此必须寻求基于 Nyquist 曲线上其他点的信息知识来整定参数的新方法——PM 法.

Åström 等人^[5]提出了同时基于给定相位裕度和幅值裕度的自整定方法的原理设想, 更未推导其整定公式. 本文在此理论的基础上, 提出了只基于给定相位裕度的新方法——PM 法, 并详细推导了二套相应的自整定公式. PM 法的系统方块图及各量的物理意义如图 1 所示.

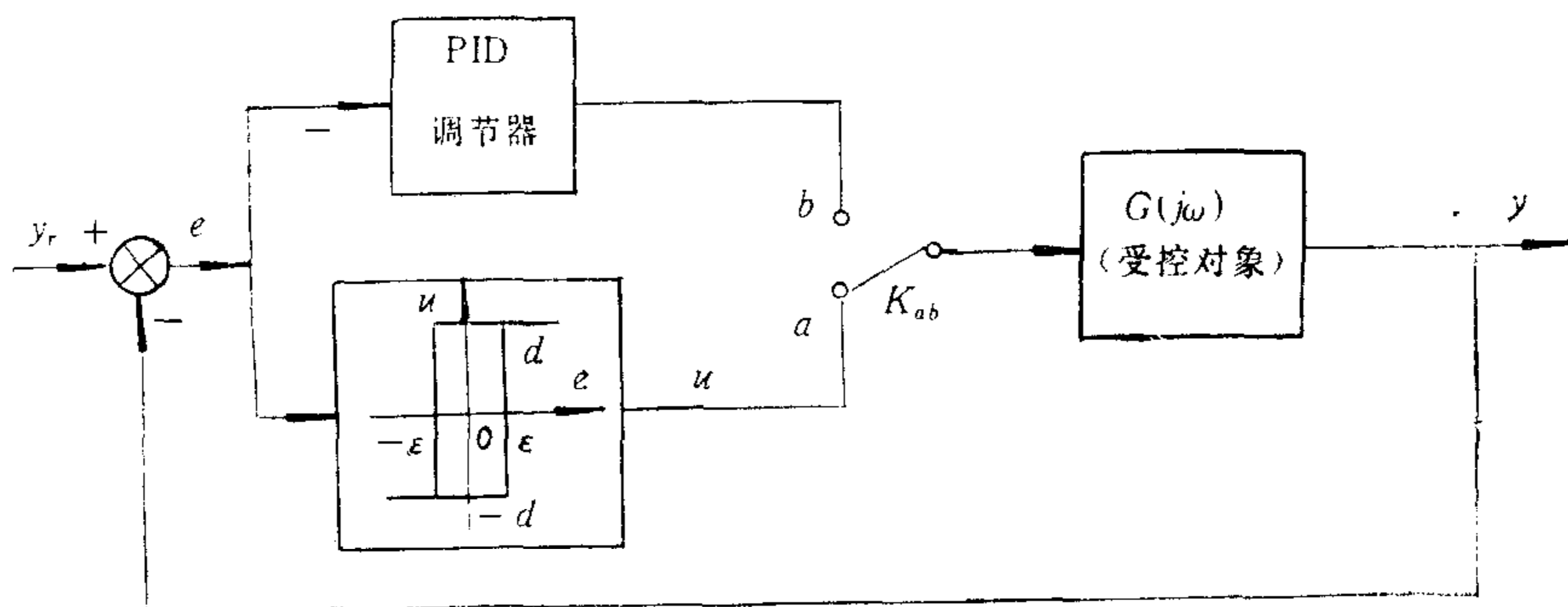


图 1 PM 法的系统方块图

滞环继电特性的描述函数的负倒数为

$$-\frac{1}{N(A)} = -\frac{\pi}{4d} \sqrt{A^2 - \varepsilon^2} - j \frac{\pi \varepsilon}{4d}. \quad (1)$$

$-1/N(A)$ 是平行于负实轴的一条直线, 如图 2 所示. 选择不同的 ε 和 d 值, 可以确定出给定虚部的 Nyquist 曲线上的某一点 Q . 设 Q 为 Nyquist 曲线上的某一点, 通过分别改

变 PID 算式中的 K_P, K_I 和 K_D 值,可分别使 Q 点在 $G(j\omega), \frac{1}{j\omega} G(j\omega)$ 和 $j\omega G(j\omega)$ 方向上移动,如图 3 所示. 因此通过改变 K_P, K_I 和 K_D 值,可使 Q 点移动到任意位置,例如移动到给定相位裕度为 φ_m 的单位圆周上的 P 点. 这就是 PM 法的基本思想.

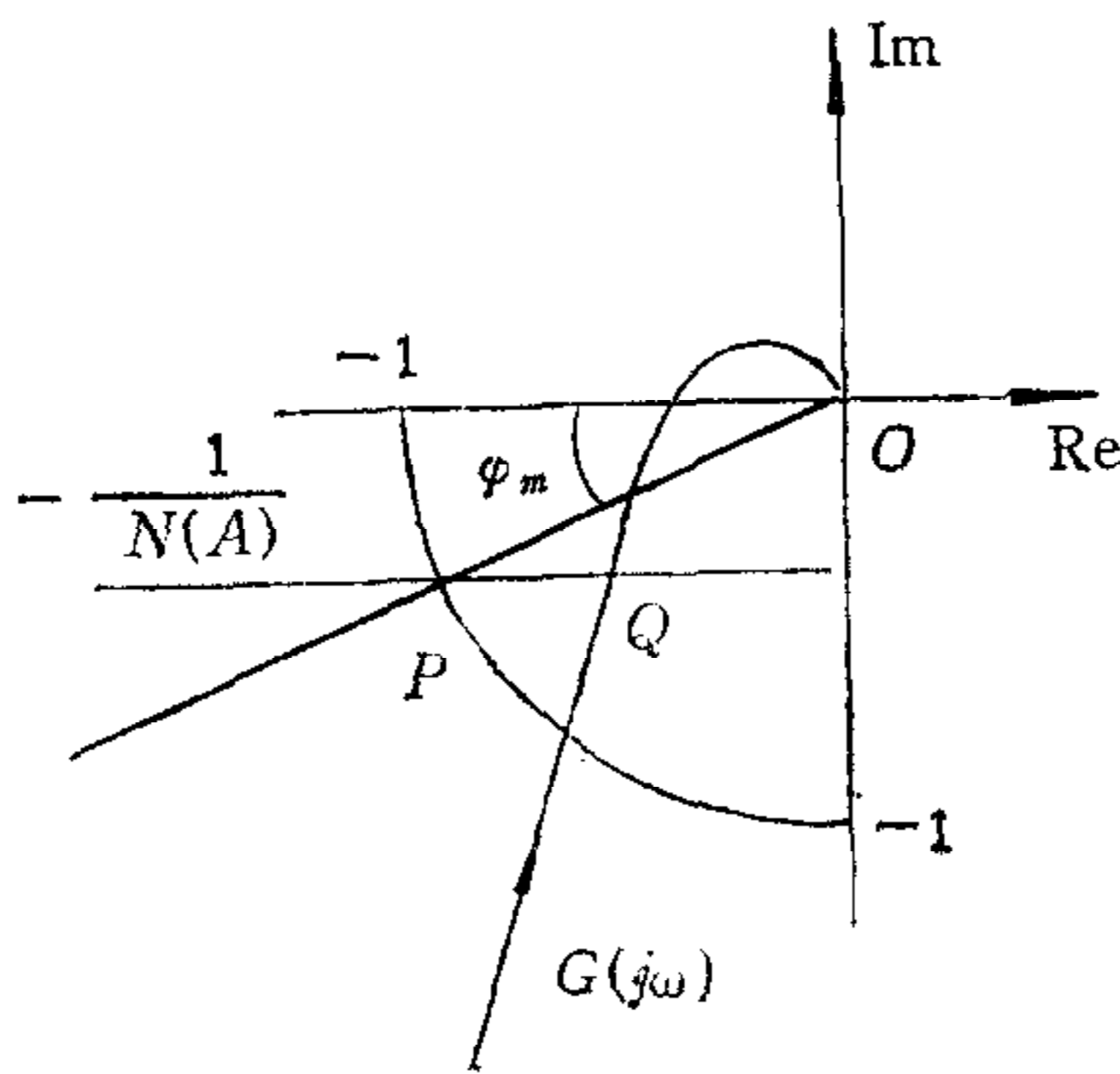


图 2 $-\frac{1}{N(A)}$ 和 Nyquist 曲线

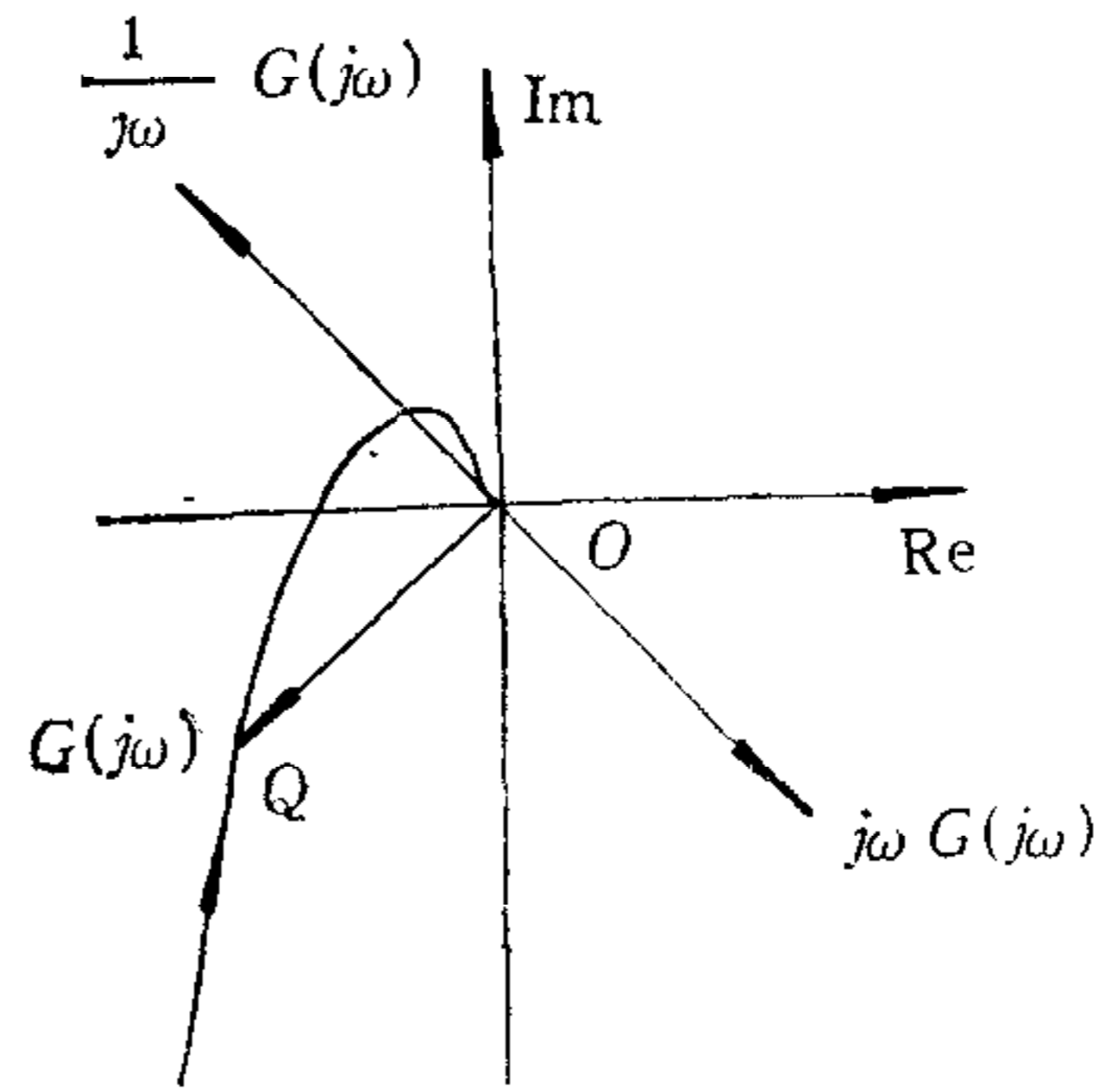


图 3 分别改变 K_P, K_I, K_D 值使 Q 点在 $G(j\omega), j\omega G(j\omega), \frac{1}{j\omega} G(j\omega)$ 方向上移动的情形

为清晰起见,将图 2 改画成图 4. 由图 4 可知, P 点坐标为 $P(-\cos \varphi_m, -j \sin \varphi_m)$, 再考虑 (1) 式得

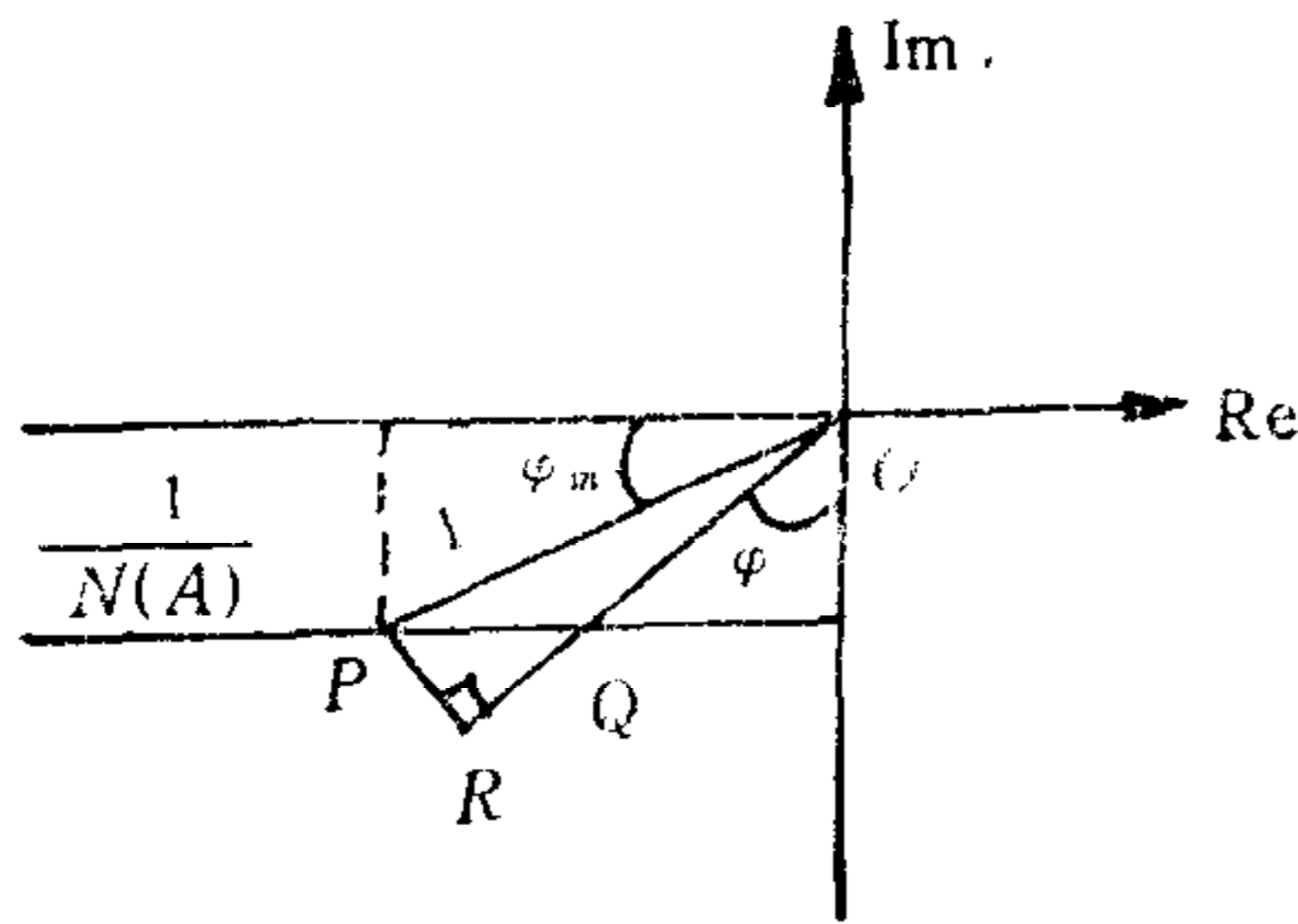


图 4 推导 PM 法自整定公式关系图

$$\varepsilon = \frac{4d}{\pi} \sin \varphi_m \tag{2}$$

设 Q 点坐标为 $Q(-x, -j \sin \varphi_m)$, 再考虑 (1) 式得

$$x = \frac{\pi}{4d} \sqrt{A^2 - \varepsilon^2} \tag{3}$$

当图 1 中开关 K_{ab} 倒向 b 点时, 开环传递函数为

$$G_{\pi}(S) = K \left(1 + T_D S + \frac{1}{T_I S} \right) G(S) \tag{4}$$

当 K_{ab} 倒向 a 点时, 系统在自整定状态下按继电控制方式运行, 设自振角频率为 ω_c , 由图 4 得

$$|OQ| = |G(j\omega)| = \sqrt{x^2 + \sin^2 \varphi_m} \tag{5}$$

$$|QR| = \frac{|PQ|}{|OQ|} x = \frac{\cos \varphi_m - x}{\sqrt{x^2 + \sin^2 \varphi_m}} x \tag{6}$$

$$|OR| = K |G(j\omega)| = |OQ| + |QR| = \frac{\sin^2 \varphi_m + x \cos \varphi_m}{\sqrt{x^2 + \sin^2 \varphi_m}} \tag{7}$$

由 (5) 和 (7) 式得 K 的整定公式为

$$K = \frac{|OR|}{|G(j\omega)|} = \frac{\sin^2 \varphi_m + x \cos \varphi_m}{x^2 + \sin^2 \varphi_m} \tag{8}$$

又由(4)式和图4得

$$\begin{aligned} -\omega_c T_D + \frac{1}{\omega_c T_I} &= \operatorname{tg}(90^\circ - \varphi_m - \varphi) = \frac{|PR|}{|OR|} \\ &= \frac{(\cos \varphi_m - x) \sin \varphi_m}{\sin^2 \varphi_m + x \cos \varphi_m} \triangleq \beta. \end{aligned} \quad (9)$$

选取 T_I 的整定公式为

$$T_I = \alpha T_D. \quad (10)$$

式中 α 为给定系数. 将式(10)代入(9)式得 $\omega_c T_D^2 + \beta T_D - \frac{1}{\omega_c \alpha} = 0$. 求解上述方程即得 T_D 的整定公式为

$$T_D = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4/\alpha}}{2\omega_c}, \quad x = \frac{\pi}{4d} \sqrt{A^2 - \varepsilon^2}. \quad (11), (12)$$

(8)–(12)式构成了 PM 法的一套自整定公式. 当 φ_m, α 给定后, 即可整定 K, T_I, T_D , 亦即可整定 K_P, K_I, K_D .

φ_m 在 30° – 60° 之间选取为宜, α 在 2–4 之间选取为宜. 假定 $\alpha = 4, \varphi_m = 30^\circ$, 则可得

$$K = \frac{0.25 + 0.87x}{0.25 + x^2}, \quad \beta = \frac{0.43 - 0.5x}{0.25 + 0.87x} \quad (13), (14)$$

$$T_I = 4T_D, \quad T_D = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 1}}{2\omega_c}, \quad (15), (16)$$

$$x = \frac{\pi}{4d} \sqrt{A^2 - \varepsilon^2}. \quad (17)$$

(13)–(17)是 PM 法的一套简化的自整定公式.

四、比较性研究

对 Z-N 法、PM 法进行比较性仿真研究.

例 1. 受控对象为

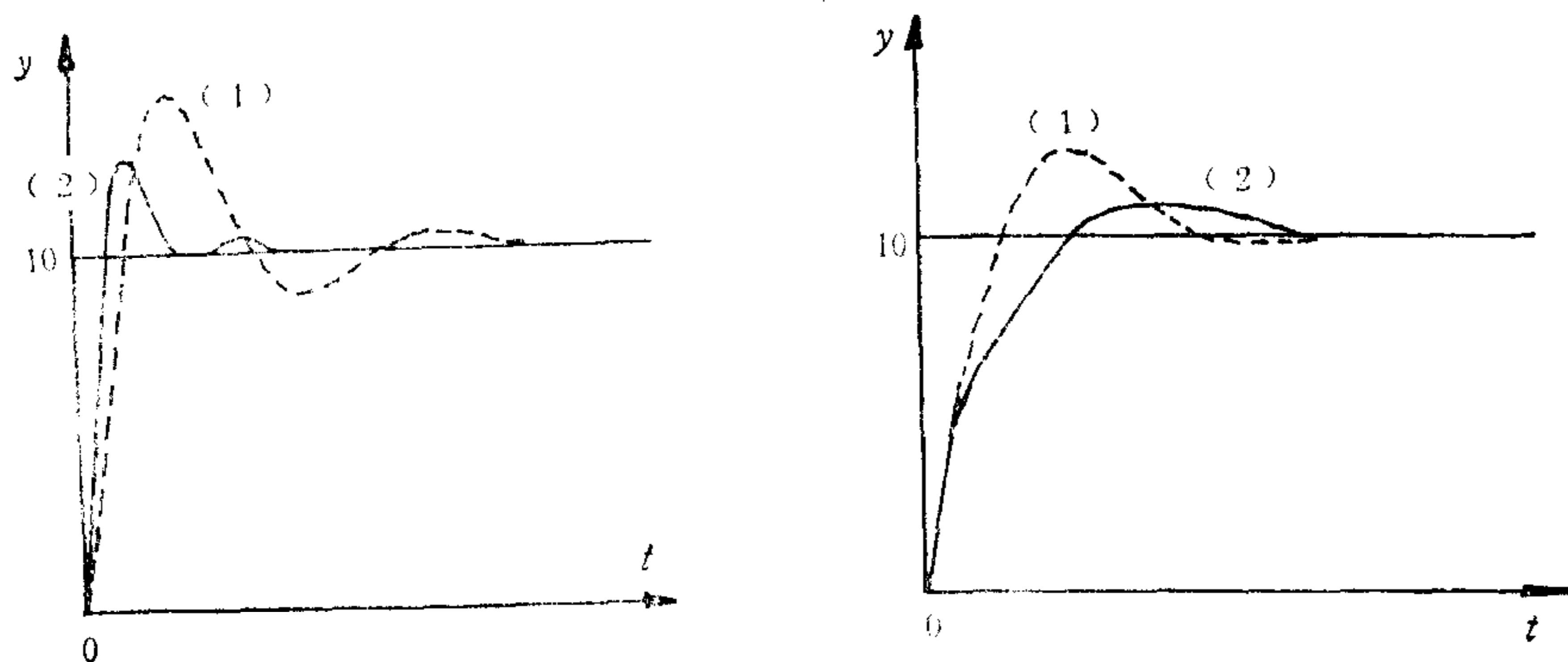
$$G(s) = \frac{50}{(0.3s + 1)(0.25s + 1)}$$

选取 $T_s = 0.05s, \varphi_m = 60^\circ, \alpha = 4, Y_r = 10$, 仿真曲线如图 5(a) 所示. 曲线(1)为 Z-N 法仿真曲线, $K_P = 3.14, K_I = 0.93, K_D = 0.16$; 曲线(2)为 PM 法仿真曲线, $K_P = 0.18, K_I = 0.92, K_D = 0.36$.

例 2. 受控对象为

$$G(s) = \frac{1}{(5s + 1)(0.2s + 1)}$$

对于 $K \leq 1$ 的对象, Nyquist 曲线可能与 $-\frac{1}{N(A)}$ 不相交, 这时需再串接一个比例环节 $N(N > 1)$, 即等效比例系数为 KN , 这样就可避免不相交的情况发生. 本例 $K = 1$, 特地串接一个比例环节 $N = 2$; 选取 $T_s = 0.2s, \varphi_m = 30^\circ, \alpha = 4, Y_r = 10$, 仿真曲线如图 5(b) 所示. 曲线(1)为 Z-N



(a) 例 1 的仿真曲线

(b) 例 2 的仿真曲线

图 5 实例仿真曲线

法仿真曲线, $K_P = 2.88, K_I = 0.50, K_D = 4.12$; 曲线 (2) 为 PM 法仿真曲线, $K_P = 2.88, K_I = 0.50, K_D = 4.12$ 。

由上述比较性的仿真曲线可以看出, 曲线 (2) 的性能优于曲线 (1) 的性能, 即 PM 法, 优于 Z-N 法和 Åström 法(因为 Åström 法的性能与 Z-N 法类似)。

参 考 文 献

- [1] 陈福祥, 朱家万编著, 线性系统控制理论, 武汉工业大学出版社, 1990, 1—57.
- [2] 赵志凡, 自整定 PID 调节器的现状和展望, 化工自动化及仪表, 4(1989).
- [3] Åström, K.J., Ziegler-Nichols Auto-tuners, Report TFRT-3167, Dept. of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, 1982.
- [4] 陈福祥, 有色噪声扰动下的随机控制问题研究, 自动化学报, 3(1987), 224—228.
- [5] Åström, K.J. and Hägglund, T., Automatic Tuning of Simple Regulators with Specification on Phase and Amplitude Margins, *Automatica*, 5(1984), 645—651.

SELF-TUNING PM METHOD AND ITS FORMULAS DEDUCTION IN PID REGULATORS

CHEN FUXIANG YANG ZHIXIONG

(Dept. of Automation, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070 China)

ABSTRACT

In this paper a new method (PM method) for self-tuning PID regulation is proposed. This method is based on phase margin. Comparing PM method with critical proportion method and ideal relay characteristic method, result show that PM method is much better. The method has been applied to an industrial project called "Intelligent temperature controller of stripping plate for glass fiber". The performance is satisfactory.

Key words: PID regulators; Z-N method; Åstrom method; PM method.