第19卷 第6期 自动化学报 Vol. 19, No. 6
1993年11月 ACTA AUTOMATICA SINICA Nov., 1993

短 文

Flow-Shop系统最小存贮区的上界估计[1)]

杨成梧 牛玉刚 邹 云
(南京理工大学动力工程学院，南京 210014)

摘 要

针对2×n型和$m\times n$型 Flow-shop 系统，给出了使系统瓶颈机床得到充分利用系统所需的最小存贮区的容量值(构成的集合)的上界估计，从而为提高系统生产率、优化系统设计提供了较好的理论依据.

关键词: Flow-Shop系统，机床利用率，存贮区.

一、引 言

柔性制造系统 (FMS) 是一种高效率的加工系统，一般有多台不同的加工机床，并采用托盘在各机床间传送工件，为使系统内各机床能得到充分利用，通常均采取多种工件在系统内同时进行加工的方案. 对于一类特殊的 FMS:Flow-Shop 系统，文[1]证明了只要给各种工件配备一定量的托盘就可使瓶颈机床利用率为1；文[2]进一步给出了使瓶颈机床利用率为1的最小托盘数的定量分析，但[1]，[2]所得结果均局限于假设机床的存贮区容量无限大，即系统不会因托盘数的增加而发生堵塞，从而较大地限制了其实用性. 本文则进一步讨论了为实现文[1,2]的结论，系统所需的最小存贮区，并分别针对2×n型系统和$m\times n$型系统给出了该类型所有系统所需的最小存贮区的容量值(构成的集合)的上界估计，这无论在经济上还是对系统设计优化都是有益的.

二、主 要 结 果

下面首先给出在实际中为使瓶颈机床利用率为1，如何根据机床加工各工件的时间决定各种工件所需的最小托盘数.

为叙述方便起见，以下把n种工件按加工的先后顺序记为 $P_1,P_2,\cdots,P_n$；而将机床按排列顺序(也即加工顺序)记为 $M_1,M_2,\cdots\cdots$.

定理1. 对两台机床、n种工件的 Flow-Shop 系统，设 λ 为瓶颈机床的加工时间，$\varphi_j=\prod_{i=1}^{2}\otimes t_{ij}$ 为工件 P_j 经两台机床加工所需的时间 (t_{ij} 为第 i 台机床加工 P_j 的时

本文于1991年11月13日收到.
1) 南京理工大学科研发展基金资助项目.

间)，则：

1) 当某种工件 P_j 使 $\varphi_j > \bar{\lambda}$ 时，该工件 P_j 需两个托盘，而其它 $n-1$ 种工件均只需一个托盘(易证：最多只可能存在一种工件使得 $\varphi_j = \bar{\lambda}$)；

2) 当所有 n 种工件都有 $\varphi_j \leqslant \bar{\lambda}(j=1, 2, \cdots, n)$ 时，n 种工件均只需一个托盘.

证明. 文 [3] 对图 1 所示的 Flow-Shop 系统静态排序，引入反馈 $u(k) = Fy(k-1)$ 形成动态排序，证明了当反馈阵 $F = \mathrm{diag}\{F_1, F_2, \cdots, F_n, 0, 0)$ 中对应工件的元素 $F_j(j=1,2,\cdots,n)$ 满足：

$$F_j = \begin{cases} 0 & \varphi_j \leqslant \bar{\lambda} \\ \bar{\lambda}\varphi_j^{-1}, & \varphi_j > \bar{\lambda} \end{cases} \qquad (j = 1,2,\cdots,n)$$

时，瓶颈机床利用率为 1 (注：$\bar{\lambda}\varphi_j^{-1} = \bar{\lambda} - \varphi_j$).

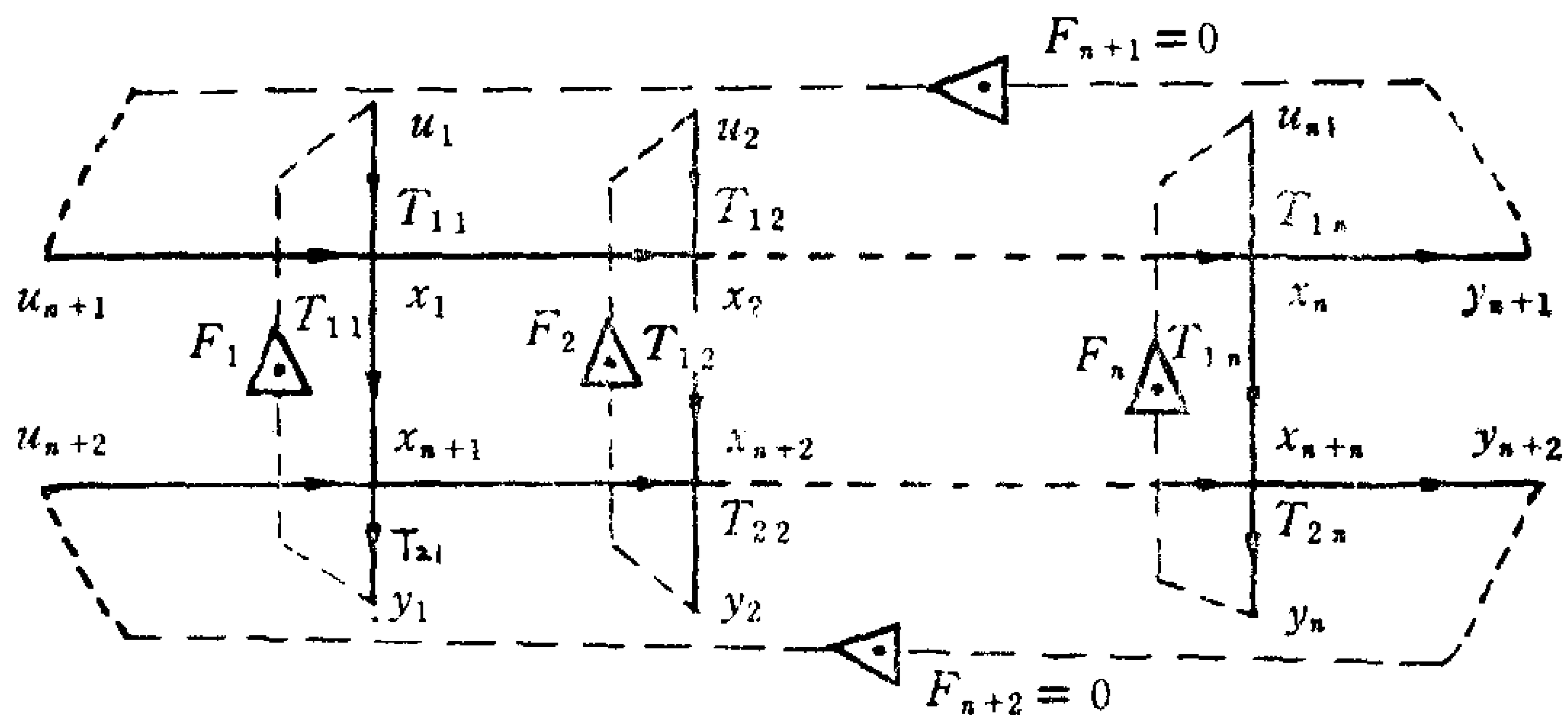

图 1　两台机床 n 种工件 Flow-Shop 系统的动态排序

进一步，由关系式 $u(k) = Fy(k-1)$ 知，当 $F_j = \bar{\lambda}\varphi_j^{-1}$ (即 $\varphi_j > \bar{\lambda}$ 时)，工件 P_j 需要的托盘数大于 1，而由文 [2] 可知此时 P_j 需 2 个托盘，而其它 $n-1$ 种工件均只需 1 个托盘；当 $F_j = 0$ (即 $\varphi_j \leqslant \bar{\lambda}$) 时，工件 P_j 只需一个托盘即可.

定理 2. 对 m 台机床，n 种工件的 Flow-Shop 系统，设 $\bar{\lambda}$ 为瓶颈机床加工时间，$\varphi_j = \prod_{i=1}^{m} \otimes t_{ij}$ 为工件 P_j 经 m 台机床加工所需的时间，则：

1) 当 $\varphi_j > \bar{\lambda}$ 时，工件 P_j 需 a 个托盘 ($2 \leqslant a \leqslant m$，由具体的加工系统决定)，且 a 个托盘中任意相邻的两个托盘运送同种工件 P_j 的投入时间之差为 $\bar{\lambda}$.

2) 当 $\varphi_j \leqslant \bar{\lambda}$ 时，工件 P_j 只需一个托盘.

证明. 类似于定理 1 的证明.

以上结果说明：为使系统瓶颈机床的利用率为 1，只需给各种工件配备一定量的托盘即可，但这是在每台机床前有足够大的存贮区时才能实现. 然而，机床存贮区设计得太大，显然是不经济的. 所以，对 Flow-Shop 系统，当找到使系统瓶颈机床利用率为 1 的最小托盘数后，为实现它，在设计时，还需考虑到存贮区容量的大小.

定理 3. 对 $2 \times n$ 型 Flow-Shop 系统，为使瓶颈机床利用率为 1：(1) 若系统中每种工件均只需一个托盘(参见定理 1)，则当 M_1 为瓶颈机床时，M_1 最小存贮区最多只需 $n-1$ 个单元，M_2 的最小存贮区最多只需 $n-2$ 个单元即可；当 M_2 为瓶颈机床时，M_1，

M_2的最小存贮区最多均只需 $n-1$ 个单元.(2)若有一种工件需两个托盘,则 M_1,M_2 的最小存贮区均为 $n-1$ 个单元.

证明 (1). 设加工矩阵为

$$T=\begin{bmatrix} t_{11} & t_{12}\cdots t_{1n} \\ t_{21} & t_{22}\cdots t_{2n} \end{bmatrix}.$$

当 M_1 为瓶颈机床时,P_1 的托盘离开 M_2 的时间为

$$T_1=t_{11}+t_{21}.$$

P_n 的托盘离开 M_1 的时间为

$$t_{11}+t_{12}+\cdots+t_{1n}=T_2.$$

由 M_1 为瓶颈机床和系统中每种工件均只需一个托盘的假设知: $T_2>T_1$,即当 P_n 的托盘到达 M_2 时,P_1 的托盘已离开 M_2,故此时 M_2 前至多有 $n-2$ 个工件在等待;而因任一时刻,n 个工件中至少有一个处于加工状态,故 M_1 前任一时刻至多有 $n-1$ 个工件在等待.当生产批量重复进行时,情况与上述相同,故 M_1 的最小存贮区最多只需 $n-1$ 个单元,M_2 的最小存贮区最多只需 $n-2$ 个单元.

当 M_2 为瓶颈机床时类似可证.

证明 (2). 证明较为复杂,限于篇幅略. 证毕

关于 $2\times n$ 型 Flow-Shop 系统,当有一种工件需 2 个托盘时,定理 3(2) 对任意固定的 n 具体给出了 M_1,M_2 所需的最小存贮区;当所有工件均只需一个托盘时,定理 3(1) 对任意固定的 n 分别给出了所有同类型的系统中,M_1,M_2 所需的最小存贮区容量值(构成的集合)的上界估计,但可以找到例子说明这个上界是可以达到的(即对该例而言它实际上就是最小存贮区).

定理 4. 对 $m\times n$ 型 Flow-Shop 系统,为使瓶颈机床利用率为 1: (1) 若系统中每种工件均只需一个托盘(依定理 2),则当 $M_i(1\leqslant i\leqslant m-1)$ 为瓶颈机床时,$M_j(1\leqslant j\leqslant i)$ 的最小存贮区最多只需 $n-1$ 个单元,$M_k(i+1\leqslant k\leqslant m)$ 的最小存贮区最多只需 $n-2$ 个单元;当 M_m 为瓶颈机床时,各台机床最小存贮区最多均只需 $n-1$ 个单元.

(2) 若存在工件需不止一个托盘 (参见定理 2),则各台机床的最小存贮区最多均只需 $n(m-1)-1$ 个单元.

证明. 略.

此外,工件的排序对存贮区有何影响,以及在忽略工艺要求的情况下,瓶颈机床处于何处使得系统的存贮区最小,尚有待作进一步的研究,这显然是一个很有意义的问题.

参 考 文 献

[1] Cohen, G., Dubois. D., et al., A Linear System Theoretic View of Discrete-event Process and Its use for Performance Evaluation in Manufacturing, IEEE **30**(1985), (3), 472—480.

[2] 沈美娥等, Petri 网理论在 FMS 分析中的应用,信息与控制,**19**(1990),(2),134—139.

[3] 杨自厚,张匡启,一类柔性加工系统资源投人的控制,信息与控制,**18**(1989),(2),89—93.

AN ESTIMATION OF THE UPPER BOUNDARY FOR THE BUFFER OF FLOW-SHOP SYSTEMS

YANG CHENGWU NIU YUGANG ZOU YUN

(College of power Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210014 *China)*

ABSTRACT

It is well-known that the productivity of Flow-Shop systems is not only related with the number of parts pallets, but also with the capacity of machine buffers. However, up to now there is not any practical approach for quantitative description for the buffer of Flow-Shop systems. In this paper, to both 2xn systems and mxn systems we present an estimation of the upper bound of the capacity of minimal buffer of each machine and bottle neck machine can be utilized sufficiently. This result provides us some theoretical basis for both increasing the productivity of Flow-Shop systems and optimizing the system design.

Key words: flow-shop systems; machine utilization; buffer.