第19卷 第6期 自动化学报 Vol. 19, No. 6
1993年11月 ACTA AUTOMATICA SINICA Nov., 1993

短文

模拟退火与摄动分析相结合的DEDS仿真优化方法[1)]

曾建潮 吴聚华
（太原重型机械学院电气工程系，030024）

摘要

本文对模拟退火方法进行了改进，以使其适应于离散事件动态系统（DEDS）仿真优化中优化目标值不可精确估计的特点。同时，为了减少仿真运行次数，减少仿真优化的计算机时，算法中引入了摄动分析技术。

关键词： 离散事件动态系统，仿真，摄动分析，模拟退火。

一、引言

对于离散事件动态系统（DEDS），由于缺乏成熟的理论分析方法，因而基于仿真技术对其进行优化设计研究显得尤为重要。DEDS 的仿真优化研究已提出了许多算法[1]。特别是 Y.C. Ho 教授提出的摄动分析方法，为一大类 DEDS 的仿真灵敏度分析、仿真优化提供了一种有效的方法。但所有这些方法均基于估计目标对优化变量的梯度进行优化，因而对于具有离散型变量的仿真优化很难适应。

模拟退火方法作为一种随机优化方法，较好地解决了组合优化问题。这种方法应用于具有离散型变量的仿真优化问题比较有效。在模拟退火优化方法中，是通过比较两组优化变量组合的目标值，以一定的概率选择后续优化变量值。所以，目标值估计的准确度将很大程度上影响仿真优化结果。而对于离散事件动态系统，由于大多数属于随机系统，目标值很难精确估计。提高估计精度势必会大大延长仿真运行时间。本文针对这一问题，在比较目标值时，引入一反映误差的随机变量。

在模拟退火优化方法应用于仿真优化时，与其它仿真优化方法一样，存在的主要问题是仿真运行次数过多。摄动分析在很大程度上解决了这一问题。

二、模拟退火仿真优化方法的改进

设Σ为优化变量取值的一有限集，$U(\cdot)$为定义在Σ上的优化目标函数，$\{x_k\}$为仿真

本文于1991年4月26日收到。
1）本文工作受山西省青年科学基金资助。

优化问题的状态序列，$\{T_k\}$ 为一正数序列，表示模拟退火过程的温度调度，在仿真优化算法中，相当于一可控参数；$Q=[q_{ij}]$ 为一随机矩阵，且满足不可简约性及对称性条件。在常规的模拟退火优化算法中，由 $U(j)-U(i)$ 是否大于或小于零依一定的概率选择后续优化变量值。但是，在 DEDS 仿真优化中，仿真目标值不可能精确估计，因而 $U(j)-U(i)$ 就很难精确地反映两组优化变量值下目标函数的差异。为此，在 DEDS 模拟退火仿真优化算法中，用 $U(j)-U(i)+w_k$ 代替 $U(j)-U(i)$，其中 w_k 为一实值随机变量，表示两次仿真目标函数值之差的随机误差。w_k 的引入主要是为了提高 $U(j)-U(i)$ 的估计精度，以使仿真优化过程能正确地选择优化变量值。

给定 x_1，设 w_1 为一定值随机变量，且

$$P\{w_1\leqslant\lambda|x_1\}=F_1(\lambda),\forall\lambda\in R,\tag{1}$$

而给定 $x_1,\cdots,x_k,w_1,\cdots w_k$，设 x_{k+1} 为一在Σ中取值的随机变量，有

$$P\{x_{k+1}=j|x_1,\cdots,x_{k-1},x_k=i,w_1,\cdots,w_{k-1},w_k=\lambda\}$$
$$=\begin{cases}q_{ij}e^{-[U(j)-U(i)+w_k]/T_k}, & U(j)-U(i)+\lambda>0,\\ q_{ij}, & U(j)-U(i)+\lambda\leqslant 0.\end{cases}\tag{2}$$

w_{k+1} 为一实值随机变量，且有

$$P\{w_{k+1}\leqslant\lambda|x_1,\cdots,x_{k+1},w_1,\cdots,w_k\}=F_{k+1}(\lambda),\forall\lambda\in R.\tag{3}$$

依上述方式，就可以定义随机变量序列 $\{x_k,w_k\}$。

很容易证明，上述定义的 $\{x_k\}$ 为一 Markov 链，且一步转移概率为

$$P\{x_{k+1}=j|x_k=i\}=E\{P\{x_{k+1}=j|x_k,w_k\}|x_k=i\}$$
$$=\underset{w_k}{E}\{P\{x_{k+1}=j|x_k=i,w_k\}\}$$
$$=\int_{\lambda>U(i)-U(j)}q_{ij}e^{-[U(j)-U(i)+\lambda]/T_k}dF_k(\lambda)+q_{ij}F_k[U(i)-U(j)].\tag{4}$$

设 $x_k=i$ 时，仿真的目标值样本为 $U_{i1},U_{i2},\cdots,U_{in}$，而 $x_{k+1}=j$ 时，样本为 U_{j1}，$U_{j2},\cdots,U_{jm}$，且相互独立，则两种情况下目标值估计的均值和方差分别为

$$U(i)=\frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}U_{il},\qquad U(j)=\frac{1}{m}\sum_{l=1}^{m}U_{jl},\tag{5},(6)$$

$$s_i^2=\frac{1}{n-1}\sum_{l=1}^{n}[U_{il}-U(i)]^2,\qquad s_j^2=\frac{1}{m-1}\sum_{l=1}^{m}[U_{jl}-U(j)]^2.\tag{7},(8)$$

仿真目标值之差 $U(j)-U(i)$ 的置信区间为[2]

$$[U(j)-U(i)]\pm t_{L,1-\alpha/2}\sqrt{\frac{s_i^2}{n}+\frac{s_j^2}{m}},\tag{9}$$

式中

$$L=\frac{\left[\frac{s_i^2}{n}+\frac{s_j^2}{m}\right]^2}{\left[\left(\frac{s_i^2}{n}\right)^2\Big/(n+1)+\left(\frac{s_j^2}{m}\right)^2\Big/(m+1)\right]^{-2}}$$

为 t 分布的自由度，$t_{L,1-\alpha/2}$ 是自由度为 L 的 t 分布的 $1-\alpha/2$ 临界值。

所以，w_k 实际上反映了区间估计偏离平均值的程度，且取值可正可负。由(9)式知

$$\frac{U(j)-U(i)}{\sqrt{\frac{s_i^2}{n}+\frac{s_j^2}{m}}}\sim t(L), \tag{10}$$

其分布函数为

$$f(t)=\frac{\Gamma\left(\frac{L+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi L}\,\Gamma\left(\frac{L}{2}\right)}\cdot\left(1+\frac{t^2}{L}\right)^{-\frac{L+1}{2}}. \tag{11}$$

当 L 很大时，利用 Γ 函数的 Stirling 公式[3]可得

$$f(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\,e^{-t^2/2}. \tag{12}$$

即当 $L\to\infty$ 时，t 分布近似于正态分布 $N(0,1)$，再由(10)式知，$U(j)-U(i)$ 近似服从正态分布 $N(0,\delta^2)$，其中

$$\delta^2=\sqrt{\frac{s_i^2}{n}+\frac{s_j^2}{m}}.$$

所以，w_k 近似服从正态分布 $N(0,\delta^2)$.

三、基于摄动分析的仿真优化方法

在模拟退火仿真优化算法中，优化变量的每一次改变都需进行一次仿真运行，而 DEDS 的仿真运行则是非常耗时的。摄动分析技术克服了这一缺点，它是通过前次优化变量组合的仿真运行轨迹样本以及优化变量的摄动量来导出优化变量改变后的仿真运行轨迹，从而求出优化目标函数值。对于具有整型变量的 DEDS 仿真优化问题，摄动分析技术的引入将会大幅度地减少仿真运行次数。利用 DEDS 的摄动分析方法发展了许多算法。对不同类型优化变量的改变，可采用不同的摄动分析技术。例如，以 Buffer 数为优化变量时，Cut & Paste 方法[4]将非常有效。

下面给出模拟退火与摄动分析相结合的 DEDS 仿真优化算法的具体步骤:

1）给定初始模拟温度 $T_k=T_0$ 以及初始状态 $x^{(m)}=x^{(0)}$，并令迭代因子 $k=0$，$m=0$；

2）对于给定的初始状态 $x^{(m)}=x^{(0)}$，进行仿真运行，估计优化目标函数值 $U(x^{(m)})$；

3）使用随机抽样算法产生一新的状态 $x^{(m+1)}$，并采用摄动分析或仿真运行估计优化目标值 $U(x^{(m+1)})$；

4）产生一服从正态分布 $N(0,\delta^2)$ 的随机数 λ；

5）计算 $\Delta U=U(x^{(m+1)})-U(x^{(m)})+\lambda$，若 $\Delta U\leqslant 0$，则 $x^{(m+1)}\Rightarrow x^{(m)}$，$m+1\Rightarrow m$，转 7)，否则，顺序执行；

6）产生一[0,1]均匀分布的随机数 ζ，若 $e^{-\Delta U/T_k}\geqslant\xi$，则 $x^{(m+1)}\Rightarrow x^{(m)}$，$m+1\Rightarrow m$，转7)，否则，$m+1\Rightarrow m$，转7)；

7）若 $T_k < T_f$（T_f 为预先设置好的最低温度），则停止，此时的 $x^{(m)}$ 即为最优解。否则 $T_{k+1} = T_k - \Delta T_k, \Delta T_k > 0, k+1 \Rightarrow k$，转 3）。

第三步是采用摄动分析技术还是仿真运行产生新的轨迹样本，由以下方式确定：如上次为仿真运行，则本次采用摄动分析；如上次采用摄动分析且产生的轨迹样本与前一次的轨迹样本确定性相似，则本次采用摄动分析；否则，采用仿真运行产生新的轨迹样本。

第七步是一个降温迭代过程，通常在温度较高时，温度下降可快一些，而在温度较低时，温度下降相对较慢。ΔT_k 的确定可采用指数下降法或均匀减熵法等。

以 GPSS-F 为仿真语言，采用响应面法、随机逼近法及本文方法在 WYSE386 微机上对一多队多服务台系统进行了仿真研究。本文方法采用了基于事件匹配的 Cut & Paste 摄动分析方法。其结果如表 1 所示。

表 1　几种方法的仿真优化结果

	优化变量	优化目标	仿真运行次数	CPU 时间 (min)
响应面法	3,4,4,6	0.020	50	128.50
随机逼近法	3,5,5,6	0.036	35	95.62
本文方法	4,5,5,8	0.046	8	54.76

从表中可以看出，本文方法不仅在最优性，而且在仿真费用方面均优于其它方法。因而，本文发展的模拟退火与摄动分析相结合的 DEDS 仿真优化方法在诸如 FMS 设计等方面具有较好的应用前景。

参　考　文　献

[1] 曾建潮、孙国基，仿真优化方法，系统仿真学报，(1989)，(1).
[2] 黎志成等，管理系统模拟，清华大学出版社，1989年.
[3] 复旦大学编，随机过程，人民教育出版社，1981年.
[4] Ho, Y. C., Li, S. and Vakili, P., On the Efficient Generation of Discrete Event Sample Paths Under Different System Parameter Values, *Mathematics and Computers in Simulation* **30** (1988), 347—370.

A JOINT DEDS SIMULATION-OPTIMIZATION ALGORITHM WITH SIMULATED-ANNEALING AND PERTURBATION ANALYSIS

Zeng Jianchao　Wu Juhua
(*Electrical Engineering Department, Taiyuan Heavy Machinery Institute, Taiyuan* 030024 *China*)

Abstract

The simulated-annealing optimization method is modified, so that it can be used to DEDS optimization designs by simulation in which the objective function values could not be evaluated accurately. Meanwhile, in order to reduce the times of simulation run the perturbation analysis techniques are introduced in the algorithm.

Key words: discrete event dynamic systems(DEDS); simulation; simulated-annealing; perturbation analysis.