第 20 卷 第 1 期
1994 年 1 月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 20, No. 1
Jan., 1994

广义系统正则输出反馈的结构性质[1)]

王 朝 珠
（中国科学院系统科学所 北京 100080）

摘 要

本文用有理分式阵的代数理论讨论了正则输出反馈补偿器的结构性质. 并给出了一个有理分式阵能成为正则输出反馈补偿器的充要条件.

关键词 广义系统，输出反馈，串联补偿器.

一 引言

文[1]曾讨论了广义系统相应于正则状态反馈串联补偿器的结构性质. 然而一个实际广义系统能提供给控制使用的信息，往往是输出而不是状态. 因此，广义系统正则输出反馈的讨论是更有意义的.

给定广义系统

$$
\begin{aligned}
E\dot{x} &= Ax + Bu \\
y &= Cx
\end{aligned} \tag{1.1}
$$

其中 $x \in \mathscr{R}^n$ 是状态，$u \in \mathscr{R}^r$ 是控制，$y \in \mathscr{R}^m$ 是输出. A, B, C 是适当维数常阵.

不失一般性. 设 $\mathrm{Rank}\,E = q < n$，且 $\det(sE - A) \neq 0$ 即(1.1)是正则的. 取输出反馈

$$
u = Ky + Mv \tag{1.2}
$$

其中 $K \in \mathscr{R}^{r\times m}$，$M \in \mathscr{R}^{r\times r}$ 且 $\det M \neq 0$，v 为新控制.

联合(1.1)(1.2)得闭环系统

$$
\begin{aligned}
E\dot{x} &= (A + BKC)x + BMv \\
y &= Cx
\end{aligned} \tag{1.3}
$$

已知(1.3)存在唯一解的充要条件是

$$
\det(sE - A - BKC) \neq 0 \tag{1.4}
$$

称满足条件(1.4)的输出反馈(1.2)为正则输出反馈，其集合为

$$
\begin{aligned}
U(K, M) = \{(K, M) \mid K \in \mathscr{R}^{m\times r}, M \in \mathscr{R}^{r\times r}, \\
\det(sE - A - BKC) \neq 0, \det M \neq 0\}
\end{aligned}
$$

设(1.1)的传递阵 $G(s)$ 的右互质分解为:

本文于 1991 年 6 月 18 日收到.
1) 国家自然科学基金资助课题.

$$G(s)=C(sE-A)^{-1}B=Q(s)P^{-1}(s) \tag{1.5}$$

其中 $P(s)$、$Q(s)$ 为右互质多项式阵，$[P^T(s),Q^T(s)]^T$ 是列正则的，且列次是非增的即

$$\partial_{lj}[P^T(s),Q^T(s)]^T \geqslant \partial_{lj+1}[P^T(s),Q^T(s)]^T. \quad j=1\ 2\cdots r-1$$

由(1.5)直接得

$$\det(sE-A-BKC)=\det(sE-A)\det(I_r-KG(s)) \tag{1.6}$$

因而有

引理 1.1　设 $G(s)$ 是正则系统(1.1)的传递阵．则对任给的 $K\in\mathscr{R}^{r\times m}$,$(sE-A-BKC)$ 非异的充要条件为 $(I_r-KG(s))$ 非异．

任给 $(K,M)\in U(K,M)$，若记 $G_{K,M}^{(s)}$为(1.3)的传递阵，则有

$$G_{K,M}^{(s)}=G(s)W(s) \tag{1.7}$$

其中 $W(s)=[I_r-KG(s)]^{-1}M$

(1.7)表明，正则输出反馈(1.2)的作用相当在 $G(s)$ 上串联一个补偿器 $W(s)$．

定义 1.1 给定 $W(s)\in\mathscr{R}^{r\times r}(s)$．如果存在 $(K,M)\in U(K,M)$ 使 $W(s)=(I_r-KG(s))^{-1}M$．则称 $W(s)$ 为正则输出反馈补偿器(简记为 ROFC)

系统(1.1)的正则输出反馈补偿器的集合为:

$$V(W(s))=\{W(s)|W(s)\in\mathscr{R}^{r\times r}(s)\ \text{存在}\ (K,M)\in U(K,M)\ \text{使}$$
$$W(s)=(I_r-KG(s))^{-1}M\}$$

而在集合 $U(K,M)$ 和 $V(W(s))$ 之间建立联系的恰是

$$W(s)=(I_r-KG(s))^{-1}M$$

2　正则输出反馈补偿器的结构性质

引理 2.1[4]　设 $D(s)\in\mathscr{R}^{m\times r}[s]$ 和 $\overline{D}(s)\in\mathscr{R}^{m\times r}[s]$ 均为列正则的，且其列次均为非增的．如果存在单位模阵 $U(s)\in\mathscr{R}^{r\times r}[s]$ 使

$$D(s)=\overline{D}(s)U(s)$$

则

$$\partial_{lj}(D(s))=\partial_{lj}(\overline{D}(s))\quad j=1 2\cdots r$$

定理 2.1　设正则系统(1.1)的传递阵的右互质分解为

$$G(s)=C(sE-A)^{-1}B=Q(s)P^{-1}(s).$$

则

$$\sum_{j=1}^{r}\partial_{lj}[P^T(s),Q^T(s)]^T=\text{系统(1.1)的有限和无穷能控、能观极点(含重数)之和.}$$

证由[3]知，(1.1)受限等价于

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}E_{11}, & 0 & E_{13}, & E_{14}\\ E_{21} & E_{22} & E_{23} & E_{24}\\ 0 & 0 & E_{33} & 0\\ 0 & 0 & E_{43} & E_{44}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{11}, & 0, & A_{13}, & A_{14}\\ A_{21}, & A_{22}, & A_{23}, & A_{24}\\ 0 & 0 & A_{33} & 0\\ 0 & 0 & A_{43} & A_{44}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}B_{11}\\ B_{12}\\ 0\\ 0\end{bmatrix}u\\ y=[C_{11}\ \ 0\ \ C_{13}\ \ 0][x_1^T,\ x_2^T,\ x_3^T,\ x_4^T]^T\end{cases} \tag{2.1}$$

其中 $\boldsymbol{x}_i \in \mathscr{R}^{n_i}$ $i = 1,2,3,4$, $\sum_{i=1}^{4} n_i = n$

$$\begin{aligned} &\operatorname{Rank}(E_{11}, B_{11}) = n_1, \ \operatorname{Rank}(sE_{11} - A_{11}, B_{11}) = n_1 \ \forall s \in \mathscr{C} \ \text{有限} \\ &\operatorname{Rank}(E_{11}^T, C_{11}^T)^T = n_1 \ \operatorname{Rank}(sE_{11}^T - C_{11}^T, C_{11}^T]^T = n, \ \forall s \in \mathscr{C} \ \text{有限} \end{aligned} \tag{2.2}$$

$$G(s) = Q(s)P^{-1}(s) = C_{11}(sE_{11} - A_{11})^{-1}B_{11} \tag{2.3}$$

且对(1.1)的能控能观子系统

$$\begin{aligned} E_{11}\dot{\boldsymbol{x}}_1 &= A_{11}\boldsymbol{x}_1 + B_{11}\boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{y}_1 &= C_{11}\boldsymbol{x}_1 \end{aligned} \tag{2.4}$$

必存在 $F \in \mathscr{R}^{r \times m}$ 使

$$\operatorname{degdet}(sE_{11} - A_{11} - B_{11}FC_{11}) = \operatorname{Rank}E_{11} \triangleq q_1 \tag{2.5}$$

因此,将 $\boldsymbol{u} = F\boldsymbol{y}_1 + \boldsymbol{v}$ 代入(2.4)后必受限等价于

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= \widetilde{A}_{11}(F)\tilde{\boldsymbol{x}}_1 + \widetilde{B}_{11}(F)\boldsymbol{v} \\ O &= \tilde{\boldsymbol{x}}_2 + \widetilde{B}_{12}(F)\boldsymbol{v} \\ y_1 &= \widetilde{C}_{11}(F)\tilde{\boldsymbol{x}}_1 + \widetilde{C}_{12}(F)\tilde{\boldsymbol{x}}_2 \end{aligned} \tag{2.6}$$

其中 $\tilde{\boldsymbol{x}}_1 \in \mathscr{R}^{q_1}$, $\tilde{\boldsymbol{x}}_2 \in \mathscr{R}^{n_1 - q_1}$$(\widetilde{A}_{11}(F), \widetilde{B}_{11}(F))$ 是能控的 $(\widetilde{A}_{11}(F), \widetilde{C}_{11}(F))$ 是能观的. 因此有

$$\begin{aligned} C_{11}(sE_{11} - A_{11} - B_{11}FC_{11})^{-1}B_{11} &= \widetilde{C}_{11}(F)[sI_{q_1} - \widetilde{A}_{11}(F)]^{-1}\widetilde{B}_{11}(F) - \widetilde{C}_{12}(F)\widetilde{B}_{12}(F) \\ &= \widetilde{Q}_1(s)\widetilde{P}_1^{-1}(s) - \widetilde{C}_{12}(F)\widetilde{B}_{12}(F) = [\widetilde{Q}_1(s) - \widetilde{C}_{12}(F)\widetilde{B}_{12}(F)\widetilde{P}_1(s)]\widetilde{P}_1^{-1}(s) \end{aligned} \tag{2.7}$$

其中, $\widetilde{P}_1(s), \widetilde{Q}_1(s)$ 是右互质的. $\widetilde{P}_1(s)$ 是列首一的, 且其列次是非增的. 只要注意到 $\widetilde{Q}_1(s)\widetilde{P}_1^{-1}(s)$ 是严格真有理分式阵和 $\widetilde{P}_1(s)$ 是列首一的,易知.

$$\partial_{lj}(\widetilde{Q}_1(s)) < \partial_{lj}(\widetilde{P}_1(s))$$

$$\operatorname{Rank}E_{11} = q_1 = \operatorname{degdet}\widetilde{P}_1(s)) = \sum_{j=1}^{r} \partial_{lj}[\widetilde{P}_1^T(s), \widetilde{Q}_1^T(s)]^T \tag{2.8}$$

因而有

$$\partial_{lj}\begin{bmatrix} \widetilde{P}_1(s) \\ \widetilde{Q}_1(s) - \widetilde{C}_{12}(F)\widetilde{B}_{12}(F)\widetilde{P}_1(s) \end{bmatrix} = \partial_{lj}\begin{bmatrix} \widetilde{P}_1(s) \\ \widetilde{Q}_1(s) \end{bmatrix} \quad j = 1, 2, \cdots r$$

由上式和(2.8)直接得

$$\operatorname{Rank}E_{11} = q_1 = \sum_{j=1}^{r} \partial_{lj}\begin{bmatrix} \widetilde{P}_1(s) \\ \widetilde{Q}_1(s) - \widetilde{C}_{12}(F)\widetilde{B}_{12}(F)\widetilde{P}_1(s) \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

联合(2.3)(2.7)得

$$[\widetilde{Q}_1(s) - \widetilde{C}_{12}(F)\widetilde{B}_{12}(F)\widetilde{P}_1(s)]\widetilde{P}_1^{-1}(s) = Q(s)[P(s) - FQ(s)]^{-1}.$$

只要注意到 $\widetilde{P}_1(s), \widetilde{Q}_1(s)$ 和 $P(s)$, $Q(s)$ 均为右互质的. 因此必存在单位模阵 $U(s) \in \mathscr{R}^{r \times r}[s]$ 使

$$\begin{bmatrix} \widetilde{P}_1(s) \\ \widetilde{Q}_1(s) - \widetilde{C}_{12}(F)\widetilde{B}_{12}(F)\widetilde{P}_1(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P(s) - FQ(s) \\ Q(s) \end{bmatrix} U(s).$$

利用引理2.1和(2.9)直接得

$$\operatorname{Rank}E_{11} = q_1 = \sum_{j=1}^{r} \partial_{lj}[P^T(s), Q^T(s)]^T$$

由于 $\mathrm{Rank}E_{11}=q_1$ 恰为(1.1)的有限和无穷能控，能观极点(含重数)之和．因而定理 2.1 得证．

设 $P(s)\in\mathscr{R}^{m\times r}[s]$ 的列次 $\delta_j=\partial_{lj}(P(s))$ 是非增的．记

$$\nu=\delta_1$$

$$n_j=\{\delta_1-j,\delta_2-j,\cdots\delta_r-j\}\text{ 中的非负数个数，} j=1,2\cdots\nu.$$

由[2]知，有

$$\sum_{j=1}^{r}\delta_j=\sum_{j=1}^{\nu}n_j$$

$$P(s)=\sum_{i=0}^{\nu}P_i\mathrm{diag}(s^{\delta_1-i},s^{\delta_2-i}\cdots s^{\delta_{n_i}-i}0)$$

其中 $P_i\in\mathscr{R}^{m\times n_i}$ $i=012\cdots\nu$

称 $\{\nu;n_0,n_1,\cdots n_\nu\}$ 为 $D(s)$ 的列结构指标，而称 $P\triangleq[P_0,P_1,\cdots P_\nu]\in\mathscr{R}^{m\times\sum_{i=0}^{\nu}n_i}$ 为 $P(s)$ 的列系数阵．

定理 2.2. 设正则系统(1.1)的传递阵的右互质分解为 $G(s)=Q(s)P^{-1}(s)$．则 $W(s)\in\mathscr{R}^{r\times r}(s)$ 为 ROFC 的充要条件是

(1) $W^{-1}(s)$ 存在

(2) $W^{-1}(s)P(s)\triangleq R(s)\in\mathscr{R}^{r\times r}[s]$

(3) $[R^T(s),Q^T(s)]^T$ 和 $[P^T(s),\ Q^T(s)]^T$ 有相同的列结构指标且以 X, Y 为变量的方程

$$[X,Y][P^T,Q^T]^T=R$$

有解且 X^{-1} 存在．P. Q. R 为 $P(s)$, $Q(s)$, $R(s)$ 的列系数阵．

证：必要性．设 $W(s)\in\mathscr{R}^{r\times r}(s)$ 是 ROFC．必存在 $(K,M)\in U(K,M)$ 使

$$W(s)=(I_r-KG)^{-1}M$$

由于 $\det M\neq 0$ 且注意到 $G(s)=Q(s)P^{-1}(s)$．由上式得

$$W^{-1}(s)=M^{-1}(I_r-KG)$$

$$W^{-1}(s)P(s)=M^{-1}(P(s)-KQ(s))\triangleq R(s)\in\mathscr{R}^{r\times r}[s]\tag{2.10}$$

即定理的条件(1)和(2)．另外由(2.10)得

$$\begin{bmatrix}R(s)\\Q(s)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}M^{-1}&-M^{-1}K\\0&I_m\end{bmatrix}\begin{bmatrix}P(s)\\Q(s)\end{bmatrix}\tag{2.11}$$

因而有

$$\partial_{lj}\begin{bmatrix}R(s)\\Q(s)\end{bmatrix}=\partial_{lj}\begin{bmatrix}P(s)\\Q(s)\end{bmatrix}=\delta_j\quad j=1,2,\cdots r$$

即 $[R^T(s),Q^T(s)]^T$ 和 $[P^T(s),Q^T(s)]^T$ 有相同的列结构指标 $\{\nu;n_0n_1\cdots n_\nu\}$．记 $P(s)$, $Q(s)$, $R(s)$ 的列系数阵为

$$\begin{aligned}P&=[P_0,P_1,\cdots P_\nu]\\Q&=[Q_0,Q_1,\cdots Q_\nu]\\R&=[R_0,R_1,\cdots R_\nu]\end{aligned}\tag{2.12}$$

则(2.11)变为

$$\sum_{i=0}^{\nu}\left\{\begin{bmatrix}R_i\\Q_i\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}M^{-1}, & -M^{-1}K\\0 & I_m\end{bmatrix}\begin{bmatrix}P_i\\Q_i\end{bmatrix}\right\}\operatorname{diag}(S^{\delta_1-i},S^{\delta_2-i},\cdots S^{\delta_{n_i}-i},0)=0$$

因而有

$$[M^{-1}\ -M^{-1}K][P^T,\ Q^T]^T=R.$$

即定理的条件(3).

充分性：因 $[P^T(s),Q^T(s)]^T$ 和 $[R^T(s),Q^T(s)]^T$ 有相同的列结构指标 $\{\nu;n_0,n_1,\cdots n_\nu\}$ 则唯一存在 $\delta_1\delta_2\cdots\delta_r$ 使

$$\partial_{lj}[P^T(s),Q^T(s)]^T=\partial_{lj}[R^T(s),Q^T(s)]^T=\delta_j\quad j=1,2\cdots r \tag{2.13}$$

记 P,Q,R，分别是 $P(s),Q(s),R(s)$ 的列系数阵，依定理的条件(3)知如下方程

$$[X,Y][P^T,Q^T]^T=R$$

有解，且 X^{-1} 存在。取 $M=X$，$K=-MY=-XY$。只要注意到 P、Q、R 的表示式(2.12)则必有

$$M^{-1}P_i-M^{-1}KQ_i=R_i\quad i=012\cdots\nu \tag{2.14}$$

用 $\operatorname{diag}(s^{\delta_1-i},s^{\delta_2-i},\cdots s^{\delta_{n_i}-i}0)$ 右乘(2.14)两边且按 i 从 0 到 ν 求和，只要注意到 $G(s)=Q(s)P^{-1}(s)$ 直接得

$$M^{-1}(I_r-KG(s))=R(s)$$

依定理条件(2)知 $R(s)=W^{-1}(s)P(s)$。比较上两式得

$$W^{-1}(s)=M^{-1}(I-KG(s))$$

再由条件(1)知 $W^{-1}(s)$ 是可逆的因而 $(I-KG(s))$ 非异。由引理 1.1 知存在 $(K,M)\in U(K,M)$ 使

$$W(s)=(I-KG(s))^{-1}M$$

依定义 1.1 知 $W(s)$ 是 ROFC.

在广义系统(1.1)的控制设计中，有二种要求特别引人注意，一种是消去脉冲模；一种是稳定性。为此给出如下定义

定义 2.1 设 $W(s)\in V(W(s))$，如果 $W(s)$ 能使闭环系统无脉冲，则称 $W(s)$ 是消脉冲的 ROFC；如果 $W(s)$ 能使闭环系统稳定，则称 $W(s)$ 是稳定的 ROFC.

定理 2.3 设正则系统(1.1)的传递阵 $G(s)$ 的右互质分解为

$$G(s)=C(sE-A)^{-1}B=Q(s)P^{-1}(s).$$

则.

1. $W(s)\in\mathscr{R}^{r\times r}(s)$ 为消脉冲的 ROFC 的充要条件是:

(1) $W(s)$ 是 ROFC. 即 $W(s)$ 满足定理 2.2 的条件.

(2) $\operatorname{degdet}[W^{-1}(s)P(s)]=\sum_{j=1}^{r}\partial_{lj}[P^T(s),Q^T(s)]^T$

2 $W(s)\in\mathscr{R}^{r\times r}(s)$ 为稳定的 ROFC 的充要条件是:

(1) $W(s)$ 是 ROFC. 即满足定理 2.2 的条件

(2) $\mathscr{N}(W^{-1}(s)P(s))\triangleq\{s\,|\,\det(W^{-1}(s)P(s))=0\}\subset\mathscr{D}^-$

其中 $\mathscr{D}^-$ 表左半开复平面.

证明：本定理 1,2 中的(1)是 $W(s)$ 为 ROFC 的条件(实为定理 2.2 的内容) 剩下只需证明 1,2 中的(2)即可．

先证 1 的(2)．已知闭环系统无脉冲的充要条件是 $G_{K,M}(s)=G(s)W(s)$ 为真有理分式阵

设 $W(s)\in V(W(s))$，则存在 $(K,M)\in U(K,M)$ 使

$$W(s)=P(s)[M^{-1}P(s)-M^{-1}KQ(s)]^{-1}$$

从而得

$$G_{K,M}(s)=G(s)W(s)=Q(s)[M^{-1}P(s)-M^{-1}KQ(s)]^{-1} \tag{2.15}$$

由于

$$\begin{bmatrix} M^{-1}P(s) & -M^{-1}KQ(s) \\ & Q(s) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} M^{-1}, & -M^{-1}K \\ 0 & I_m \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P(s) \\ Q(s) \end{bmatrix}$$

只要注意到 $P(s)$ 和 $Q(s)$ 的性质直接得

$$\partial_{lj}\begin{bmatrix} M^{-1}P(s)-M^{-1}KQ(s) \\ Q(s) \end{bmatrix}=\partial_{lj}\begin{bmatrix} P(s) \\ Q(s) \end{bmatrix}=\delta_j \tag{2.16}$$

且 $[(M^{-1}P(s)-M^{-1}KQ(s))^T,Q^T(s)]^T$ 是右互质的、列正则的，其列次是非增的．

如果 $\mathrm{degdet}(W^{-1}(s)P(s))=\sum_{j=1}^{r}\partial_{lj}[P^T(s)Q^T(s)]^T$．由(2.16)和 $W(s)$ 的表达式得

$$\mathrm{degdet}[M^{-1}P(s)-M^{-1}KQ(s)]=\sum_{j=1}^{r}\partial_{lj}[(M^{-1}P(s)-M^{-1}KQ(s))^T,Q^T(s)]^T$$

由此得知 $M^{-1}P(s)-M^{-1}KQ(s)$ 是列正则的且

$$\partial_{lj}[M^{-1}P(s)-M^{-1}KQ(s)]=\delta_j \quad j=12\cdots r \tag{2.17}$$

由(2.16)易知

$$\partial_{lj}(Q(s))\leqslant\delta_j \quad j=12\cdots r$$

从上式和(2.17)且注意到 $[M^{-1}P(s)-M^{-1}KQ(s)]$ 是列正则的，直接得

$$G_{KM}(s)=Q(s)[M^{-1}P(s)-M^{-1}KQ(s)]^{-1}$$

是真有理分式阵．

反之，设 $G_{KM}(s)=Q(s)[M^{-1}P(s)-M^{-1}KQ(s)]^{-1}$ 是真有理分式阵．必存在 $P_1(s)\in\mathscr{R}^{r\times r}[s]$，$Q_1(s)\in\mathscr{R}^{m\times r}[s]$、$F\in\mathscr{R}^{m\times r}$ 使

$$G_{KM}(s)=Q(s)[M^{-1}P(s)-M^{-1}KQ(s)]^{-1}=[Q_1(s)+FP_1(s)]P_1^{-1}(s) \tag{2.18}$$

其中 $P_1(s),Q_1(s)$，右互质，$P_1(s)$ 是列正则的其列次是非增的，且 $\partial_{lj}(Q_1(s))<\partial_{lj}(P_1(s))$ (即 $Q_1(s)P_1^{-1}(s)$ 是严格真有理分式阵)．只要注意到 $P_1(s),Q_1(s)$ 的上述性质，从

$$\begin{bmatrix} P_1(s) \\ Q_1(s)+FP_1(s) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} I_r & 0 \\ F & I_m \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_1(s) \\ Q_1(s) \end{bmatrix}$$

易知 $[P_1^T(s)(Q_1(s)+FP_1(s))^T]^T$ 是右互质的，列正则的，其列次是非增的．从(2.18)知必存在单位模阵 $U(s)\in\mathscr{R}^{r\times r}[s]$ 使

$$\begin{bmatrix} M^{-1}P(s)-M^{-1}KQ(s) \\ Q(s) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} P_1(s) \\ Q_1(s)+FP_1(s) \end{bmatrix}U(s) \tag{2.19}$$

由引理 2.1 和(2.16)且注意到 $\partial_{lj}(Q_1(s))<\partial_{lj}(P_1(s))$ 及 $P_1(s)$ 是列正则的，直接得

$$\mathrm{degdet}(W^{-1}(s)P(s)) = \mathrm{degdet}(M^{-1}P(s) - M^{-1}KQ(s))$$
$$= \mathrm{degdet}P_1(s) = \sum_{j=1}^{r} \partial_{lj} \begin{bmatrix} P(s) \\ Q(s) \end{bmatrix}$$

必要性得证.

下面证明 2 的(2)由

$$G_{K,M}(s) = Q(s)[M^{-1}P(s) - M^{-1}KQ(s)]^{-1}$$

且注意到 $Q(s)$ 和 $[M^{-1}P(s) - M^{-1}KQ(s)]$ 是右互质的，直接推知闭环系统稳定的充要条件是

$$\mathcal{N}(W^{-1}(s)P(s)) = \mathcal{N}(M^{-1}P(s) - M^{-1}KQ(s))$$
$$\triangleq \{s \mid \det(M^{-1}P(s) - M^{-1}KQ(s)) = 0\} \subset \mathscr{L}^{-}$$

因此定理 2.3 得证.

注. 当 $C = I_n$ 时由本文有关定理直接得[1]的全部结果.

参 考 文 献

[1] V Kucera, Realizing the Action of A Cascade Compensation by State Feedback, Preprints 11th IFAC World Congress Vol. 12(1990), Tallinn Estonia USSR, pp207.

[2] 王朝珠，广义动态系统的微分算子矩阵方法，自动化学报，1992，**18**(5)：532—540.

[3] Liyi Dai, Singular Control Systems, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1989.

[4] T. Kailath, Linear Systems, prentice-Hall, INC Eugle Wood Cliffs NT 1980.

THE STRUCTURAL PROPERTIES OF REGULAR OUTPUT FEEDBACK FOR SINGULAR SYSTEMS

WANG CHAOZHU

(*Institute of Systems Science Academia Sinica*, 100080)

ABSTRACT

In this paper, the structural properties of regular output feedback compensator were discussed by means of the algebraic theory of rational function matrix. At the same time, the sufficient and necessary conditions which a rational function matrix become regular output feedback compensator were given.

Key words: singular system; output feedback; cascade compensator.

王朝珠 简介及照片见本刊 1992 年第 18 卷第 5 期.