第 20 卷 第 1 期　　自 动 化 学 报　　Vol. 20, No. 1
1994 年 1 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Jan., 1994

最小二乘估计的 HOUSEHOLDER 变换快速递推算法

孟晓风　王行仁　黄俊钦
（北京航空航天大学，100083）

摘　　要

本文利用 HOUSEHOLDER 交换（简称 H-变换）推导出最小二乘估计的递推算法和遗忘因子法的快速算法. 与现有的最小二乘递推算法相比，本文提出的算法不仅运算量大大减少，而且数值稳定性好，占用内存量少.

关键词　参数估计，HOUSEHOLDER 变换，快速递推算法.

1　前言

最小二乘法由于简单实用，仍是最基本的应用最广泛的参数估计方法，最小二乘问题的解归结为求解正则方程[3,4,5]. 由于正则方程系数矩阵的条件数是原矛盾方程组系数矩阵条件数的平方，正则方程的"病态"程度大大增加. 因此，有必要采用有较高数值稳定性的计算方法. 一般使用 H-变换，平方根法和 G-S 正交化法[1,5]. 这三种方法用于一次性处理时，H-变换所需的运算量较少，而得到最广泛的使用. 平方根法便于形成递推算法而首先被用于最小二乘估计的递推算法中，但与直接求解正则方程的递推算法相比，运算量有所增加. H-变换实时递推算法[2,4]用于最小二乘估计，其运算量与平方根法相当.

本文导出的最小二乘估计的快速递推算法，在计算精度、运算量和占用计算机内存量三个方面的性能都超过直接求解正则方程的最小二乘估计递推算法.

2　最小二乘估计的正交变换递推算法理

考虑线性矛盾方程组

$$\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{x}+b(k)=0 \quad k=1、2,\cdots,L \tag{1-1}$$

式中 $\boldsymbol{a}(k)\in R^{n\times 1}$ 为常数向量，$\boldsymbol{x}\in R^{n\times 1}$ 为未知参数向量，$b(k)$ 为标量.

方程(1-1)式的最小二乘解就是求 $\boldsymbol{x}$ 的估计值，使指标

$$J(L)=\sum_{k=1}^{L}[\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{x}+b(k)]^2=\min \tag{1-2}$$

本文于 1992 年 4 月 29 日收到.

记

$$h^{T}(k) \triangleq (a^{T}(k), b(k)) \tag{1-3}$$

$$D(m) \triangleq \begin{pmatrix} h^{T}(1) \\ h^{T}(2) \\ \vdots \\ h^{T}(m) \end{pmatrix}, \quad \theta = \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \tag{1-4}$$

对于 $D(m)(m > n)$，存在正交变换阵 $T(m)$，使

$$T(m) \cdot D(m) = R_{n+1}(m) = \begin{pmatrix} R_n(m) & e(m) \\ 0 & \varepsilon(m) \end{pmatrix} \tag{1-5}$$

式中

$$R_n(m) = \begin{pmatrix} r_{11}(m) & r_{12}(m) & \cdots\cdots & r_{1n}(m) \\ 0 & r_{22}(m) & \cdots\cdots & r_{2n}(m) \\ \vdots & 0 & \ddots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots \\ 0 & 0 \cdots\cdots 0 & & r_{nn}(m) \end{pmatrix}$$

为 $n \times n$ 阶上三角阵，$e(m) \in R^{n\times 1}$，$\varepsilon(m)$ 为标量．由 $T(m)$ 的正交性，有

$$J(m) = \|D(m) \cdot \theta\|_2^2 = \|T(m) \cdot D(m) \cdot \theta\|_2^2$$
$$= \|(R_n(m) e(m))\theta\|_2^2 + \varepsilon^2(m) \tag{1-6}$$

(1-1)式中前 m 个方程的最小二乘解由

$$R_n(m) \cdot \hat{x}(m) + e(m) = 0 \tag{1-7}$$

给出，指标 $\hat{J}(m) = \varepsilon^2(m)$．

当 $k + 1 = m + 1, m + 2, \cdots, L$ 时，记

$$F(k+1) \triangleq \begin{pmatrix} R_n(k) & e(k) \\ a^{T}(k+1) & b(k+1) \end{pmatrix} = \{r_{ij}(k)\} \tag{1-8}$$

设 $D(k)$ 经递推的正交变换已经化为上三角阵 $R_{n+1}(k)$，并且 $T(k+1)$ 为使 $F(k+1)$上三角化的正交变换阵．由于

$$\begin{aligned} J(k+1) &= \|D(k) \cdot \theta\|_2^2 + \|h^{T}(k+1) \cdot \theta\|_2^2 \\ &= \|R_{n+1}(k)\theta\|_2^2 + \|h^{T}(k+1) \cdot \theta\|_2^2 \\ &= \left\| \begin{pmatrix} R_n(k) & e(k) \\ a^{T}(k+1) & b(k+1) \end{pmatrix} \cdot \theta \right\|_2^2 + \varepsilon^2(k) \\ &= \|F(k+1) \cdot \theta\|_2^2 + \hat{J}(k) \\ &= \|T(k+1) \cdot F(k+1) \cdot \theta\|_2^2 + \hat{J}(k) \\ &= \left\| \begin{pmatrix} R_n(k+1) & e(k+1) \\ 0 & \varepsilon(k+1) \end{pmatrix} \cdot \theta \right\|_2^2 + \hat{J}(k) \end{aligned} \tag{1-9}$$

因此，(1-1)式前 $k + 1$ 个方程的最小二乘解由下式给出．

$$\begin{cases} R_n(k+1) \cdot \hat{x}(k+1) + e(k+1) = 0 \\ \hat{J}(k+1) = \hat{J}(k) + \varepsilon^2(k+1) \end{cases} \tag{1-10}$$

综合上述，最小二乘估计的正交变换递推算法可表示为

$$\begin{cases} F(k+1)=\begin{pmatrix} R_n(k) & \boldsymbol{e}(k) \\ \boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(k+1) & b(k+1) \end{pmatrix} \\ T(k+1)\cdot F(k+1)=\begin{pmatrix} R_n(k+1) & \boldsymbol{e}(k+1) \\ 0 & \varepsilon(k+1) \end{pmatrix} \\ R_n(k+1)\cdot \hat{x}(k+1)+e(k+1)=0 \\ J(k+1)=J(k)+\varepsilon^2(k+1) \end{cases} \tag{1-11}$$

递推初值可按(1-6),(1-7)式获得,也可令 $R_n(0)=\alpha^2 I_n$, $\boldsymbol{e}(0)=\boldsymbol{o}_{n\times1}$, α 是充分小的实数. 由(1-11)式可看出,减少正交变换递推算法的运算量的关键是,寻找一个快速的算法实现矩阵 $F(k+1)$ 的上三角化.

3 最小二乘估计的 H-变换快速递推算法

根据文献[2],如下引理成立:

引理. 利用 H-变换将 $F(k+1)$ 上三角化的计算公式可简化为:

$$r_{n+1,i}^{(1)}=r_{n+1,i}(k) \tag{2-1-0}$$

$$\begin{cases} \alpha_i=[(r_{ii}(k))^2+(r_{n+1,i}^{(i)})^2]^{1/2} & (2\text{-}1\text{-}1) \\ \sigma_i=\alpha_i(\alpha_i+|r_{ii}(k)|) & (2\text{-}1\text{-}2) \\ \eta_i=r_{ii}(k)+\alpha_i\cdot \mathrm{sign}(r_{ii}(k)) & (2\text{-}1\text{-}3) \\ \eta_i'=\eta_i/\sigma_i & (2\text{-}1\text{-}4) \\ \mu_i=r_{n+1,i}^{(i)}/\sigma_i & (2\text{-}1\text{-}5) \\ \begin{cases} e_j=\eta_i\cdot r_{ij}(k)+r_{n+1,i}^{(i)}\cdot r_{n+1,j}^{(i)} & (2\text{-}1\text{-}6) \\ r_{ij}(k+1)=r_{ij}(k)-\eta_i'\cdot e_j & (2\text{-}1\text{-}7) \\ r_{n+1,j}^{(i+1)}=r_{n+1,j}^{(i)}-\mu_i e_j & (2\text{-}1\text{-}8) \\ j=i,i+1,\cdots,n+1 \end{cases} \\ i=1,2,\cdots,n \end{cases}$$

$$r_{n+1,n+1}(k+1)=r_{n+1,n+1}^{(n+1)} \tag{2-1-9}$$

考虑行加权阵

$$F'(k+1)\triangleq P_{n+1}(k)\cdot F(k+1) \tag{2-2}$$

式中 $P_{n+1}(k)=\mathrm{diag}(P_n(k),w_{n+1}^{\frac{1}{2}}(k))$, $P_n(k)=\mathrm{diag}(w_1^{\frac{1}{2}}(k),\ w_2^{\frac{1}{2}}(k),\ \cdots,\ w_n^{\frac{1}{2}}(k))$ 则存在 H-变换阵 $T'(k+1)$, 使

$$T'(k+1)F'(k+1)=R_{n+1}'(k+1)=P_{n+1}(k+1)R_{n+1}(k+1) \tag{2-3}$$

式中 $P_{n+1}(k+1)=\mathrm{diag}(P_n(k+1),\ w_{n+1}^{\frac{1}{2}}(k+1))$

$$P_n(k+1)=\mathrm{diag}(w_1^{\frac{1}{2}}(k+1),w_2^{\frac{1}{2}}(k+1),\cdots,w_n^{\frac{1}{2}}(k+1))$$

$$(w_i(k),w_i(k+1)>0)$$

如果在公式(2-1)中的第 i 步, 引入行加权因子 $(w_i^{(i+1)})^{\frac{1}{2}}$, 根据引理,有如下推论成立.

推论. 利用 H-变换将 $F'(k+1)$ 化为带行加权阵 $P_{n+1}(k+1)$ 的上三角阵 $R_{n+1}(k+1)$的计算公式为:

$$w_{n+1}^{(1)} = w_{n+1}(k),\quad r_{n+1,i}^{(1)} = r_{n+1,i}(k) \tag{2-4-0}$$

$$\left\{\begin{aligned}
&\alpha_i = [w_i(k)\cdot r_{ii}^2(k) + w_{n+1}^{(i)}\cdot (r_{n+1,i}^{(i)})^2]^{1/2} && (2\text{-}4\text{-}1)\\
&\sigma_i = \alpha_i\cdot(\alpha_i + w_i^{\frac{1}{2}}(k)\cdot |r_{ii}(k)|) && (2\text{-}4\text{-}2)\\
&\eta_i = w_i^{\frac{1}{2}}(k)\cdot r_{ii}(k) + \alpha_i\cdot \mathrm{sign}(r_{ii}(k)) && (2\text{-}4\text{-}3)\\
&\eta_i' = \eta_i/\sigma_i && (2\text{-}4\text{-}4)\\
&\mu_i = (w_{n+1}^{(i)})^{\frac{1}{2}}\cdot r_{n+1,i}^{(i)}/\sigma_i && (2\text{-}4\text{-}5)\\
&\left\{\begin{aligned}
&e_j = w_i^{\frac{1}{2}}(k)\cdot r_{ij}(k)\cdot \eta_i + w_{n+1}^{(i)}\cdot r_{n+1,i}^{(i)}\cdot r_{n+1,j}^{(i)} && (2\text{-}4\text{-}6)\\
&w_i^{\frac{1}{2}}(k+1)\cdot r_{ij}(k+1) = w_i^{\frac{1}{2}}(k)\cdot r_{ij}(k) - \eta_i'\cdot e_j && (2\text{-}4\text{-}7)\\
&(w_{n+1}^{(i+1)})^{\frac{1}{2}}\cdot r_{n+1,j}^{(i+1)} = (w_{n+1}^{(i)})^{\frac{1}{2}}\cdot r_{n+1,j}^{(i)} - \mu_i\cdot e_j && (2\text{-}4\text{-}8)\\
&j = i, i+1, \cdots, n+1
\end{aligned}\right.
\end{aligned}\right.$$

$$i = 1, 2, \cdots, n.$$

$$w_{n+1}^{\frac{1}{2}}(k+1) = w_{n+1}^{(n+1)},\quad r_{n+1,n+1}(k+1) = r_{n+1,n+1}^{(n+1)} \tag{2-4-9}$$

公式(2-4)可进一步简化，具体表述为如下定理。

定理．利用 H-变换将 $F'(k+1)$ 化为 $P_{n+1}(k+1)\cdot R_{n+1}(k+1)$ 的计算公式可简化为：

$$\begin{aligned}
&w_{n+1}^{(1)} = w_{n+1}(k+1),\quad r_{n+1,i}^{(1)} = r_{n+1,i}(k+1)\\
&\left\{\begin{aligned}
&a_i = r_{n+1,i}^{(i)}/r_{ii}(k)\\
&b_i = w_{n+1}^{(i)}\cdot a_i/w_i(k)\\
&c_i = 1 + a_i\cdot b_i\\
&w_i(k+1) = w_i(k)/c_i\\
&r_{ii}(k+1) = -(r_{ii}(k) + b_i\cdot r_{n+1,i}^{(i)})\\
&w_{n+1}^{(i+1)} = w_{n+1}^{(i)}/c_i\\
&\left\{\begin{aligned}
&r_{ij}(k+1) = -(r_{ij}(k) + b_i\cdot r_{n+1,j}^{(i)})\\
&r_{n+1,j}^{(i+1)} = r_{n+1,j}^{(i)} - a_i\cdot r_{ij}(k)\\
&j = i+1, i+2, \cdots, n+1.
\end{aligned}\right.
\end{aligned}\right.\\
&i = 1, 2, \cdots, n\\
&w_{n+1}(k+1) = w_{n+1}^{(n+1)},\quad r_{n+1,n+1}(k+1) = r_{n+1,n+1}^{(n+1)}
\end{aligned} \tag{2-5}$$

证明：由(2-4-2)和(2-4-3)得到

$$\sigma_i = \alpha_i\cdot \eta_i\cdot \mathrm{sign}(r_{ii}(k)) \tag{2-6}$$

将(2-6)代入(2-4-4)得到

$$\eta_i' = \mathrm{sign}(r_{ii}(k))/\alpha_i \tag{2-7}$$

将(2-4-3)式代入(2-4-6)得到

$$\begin{aligned}
e_j = {}& w_i^{\frac{1}{2}}(k)\cdot r_{ij}(k)\cdot \mathrm{sign}(r_{ii}(k))\cdot(\alpha_i + w_i^{\frac{1}{2}}(k)\cdot |r_{ii}(k)|)\\
&+ w_{n+1}^{(i)}\cdot r_{n+1,i}^{(i)}\cdot r_{n+1,j}^{(i)}
\end{aligned} \tag{2-8}$$

将(2-7)和(2-8)式代入(2-4-7)．得到

$$w_i^{\frac{1}{2}}(k+1)\cdot r_{ij}(k+1)=-\frac{w_i(k)}{\alpha_i}\cdot|r_{ii}(k)|$$

$$\cdot\left(r_{ij}(k)+\frac{w_{n+1}^{(i)}\cdot r_{n+1,i}^{(i)}}{w_i(k)\cdot r_{ii}(k)}\cdot r_{n+1,j}^{(i)}\right) \quad (2\text{-}9)$$

根据(2-4-2)和(2-4-5)得到

$$\mu_i=(w_{n+1}^{(i)})^{\frac{1}{2}}\cdot r_{n+1,i}^{(i)}/(\alpha_i^2+\alpha_i\cdot w_i^{\frac{1}{2}}(k)\cdot|r_{ii}(k)|) \quad (2\text{-}10)$$

又根据(2-8)式和(2-4-1)式有

$$(w_{n+1}^{(i)})^{\frac{1}{2}}\cdot r_{n+1,i}^{(i)}\cdot e_j=(w_{n+1}^{(i)})^{\frac{1}{2}}\cdot r_{n+1,j}^{(i)}\cdot(\alpha_i^2-w_i(k)\cdot r_{ii}^2(k))$$

$$+(w_{n+1}^{(i)})^{\frac{1}{2}}\cdot r_{n+1,i}^{(i)}\cdot w_i^{\frac{1}{2}}(k)\cdot r_{ij}(k)\cdot\mathrm{sign}(r_{ii}(k))\cdot(\alpha_i+w_i^{\frac{1}{2}}(k)\cdot|r_{ii}(k)|) \quad (2\text{-}11)$$

由(2-10),(2-11)和(2-4-8)式得到

$$(w_{n+1}^{(i+1)})^{\frac{1}{2}}\cdot r_{n+1,j}^{(i+1)}=\frac{w_i^{\frac{1}{2}}(k)}{\alpha_i}(w_{n+1}^{(i)})^{\frac{1}{2}}\cdot|r_{ii}(k)|\cdot\left(r_{n+1,j}^{(i)}-\frac{r_{n+1,i}^{(i)}}{r_{ii}(k)}\cdot r_{i,j}(k)\right) \quad (2\text{-}12)$$

选择

$$w_i(k+1)=\frac{w_i^2(k)}{\alpha_i^2}r_{ii}^2(k) \quad (2\text{-}13)$$

$$w_{n+1}^{(i+1)}=\frac{w_i(k)}{\alpha_i^2}\cdot w_{n+1}^{(i)}\cdot r_{ii}^2(k) \quad (2\text{-}14)$$

则

$$r_{ij}(k+1)=-\left(r_{ij}(k)+\frac{w_{n+1}^{(i)}}{w_i(k)}\cdot\frac{r_{n+1,i}^{(i)}}{r_{ii}(k)}\cdot r_{n+1,j}^{(i)}\right) \quad (2\text{-}15)$$

$$r_{n+1,j}^{(i+1)}=r_{n+1,j}^{(i)}-\frac{r_{n+1,i}^{(i)}}{r_{ii}(k)}\cdot r_{ij}(k) \quad (2\text{-}16)$$

引入中间变量 a_i, b_i, c_i，即可得到计算公式(2-5)式， 证毕.

用记号

$$T'(k+1)F'(k+1)=R'_{n+1}(k+1) \quad (2\text{-}17)$$

表示对形如 $F'(k+1)$ 的矩阵，用计算公式(2-5)将其化为带行加权的上三角阵 $R'_{n+1}(k+1)$，基于 H-变换的最小二乘估计快速递推算法(简称 RHLS) 可表示为

$$\begin{cases} F'(k+1)=\begin{pmatrix}P_n(k) & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}R_n(k) & \boldsymbol{e}(k)\\ \boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(k+1) & b(k+1)\end{pmatrix}\\ T'(k+1)\cdot F'(k+1)=\begin{pmatrix}P_n(k+1) & 0\\ 0 & w_{n+1}^{\frac{1}{2}}(k+1)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}R_n(k+1) & \boldsymbol{e}(k+1)\\ 0 & \varepsilon(k+1)\end{pmatrix}\\ R_n(k+1)\cdot\hat{\boldsymbol{x}}(k+1)+\boldsymbol{e}(k+1)=0\\ \hat{J}(k+1)=\hat{J}(k)+w_{n+1}(k+1)\cdot\varepsilon^2(k+1)\end{cases} \quad (2\text{-}18)$$

递推初值 $P_n(0)=I_n$，$R_n(0)=\beta^2 I_n$，$\boldsymbol{e}(0)=\boldsymbol{o}_{n\times 1}$，$\beta$ 是充分小的实数.

在递推算法(2-18)中引入遗忘因子是很方便的. 遗忘因子法的指标函数可表示为

$$J(k+1)=\alpha J(k)+[\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(k+1)\boldsymbol{x}+b(k+1)]^2,\ 0<\alpha<1 \quad (2\text{-}19)$$

显然，上式中 $J(k)$ 乘以遗忘因子 α 等价于对(2-18)式中 $F'(k+1)$ 的前 n 行乘以$\sqrt{\alpha}$，并且$\sqrt{\alpha}$可直接乘在行加权阵 $P_n(k)$ 上. 因此，遗忘因子法的快速递推算法 (RHFF)

为

$$\begin{cases} w_i(k) = \alpha w_i(k) \\ F'(k+1) = \begin{pmatrix} P_n(k) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R_n(k) & \boldsymbol{e}(k) \\ \boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(k+1) & b(k+1) \end{pmatrix} \\ T'(k+1) \cdot F'(k+1) = \begin{pmatrix} P_n(k+1) & 0 \\ 0 & w_{n+1}^{\frac{1}{2}}(k+1) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R_n(k+1) & \boldsymbol{e}(k+1) \\ 0 & \varepsilon(k+1) \end{pmatrix} \\ \hat{\boldsymbol{x}}(k+1) = -R_n^{-1}(k+1) \cdot \boldsymbol{e}(k+1) \\ \hat{J}(k+1) = \alpha \hat{J}(k) + w_{n+1}(k+1) \cdot \varepsilon^2(k+1) \end{cases} \tag{2-20}$$

递推初值 $w_i(0) = 1$，$R_n(0) = \beta^2 I_n$，$\boldsymbol{e}(0) = \boldsymbol{o}_{n\times 1}$，$\beta$ 是充分小的实数。

4　性能比较

由矩阵 $P(k)$ 的对称性，最小二乘估计的正则方程递推算法（RLS）可表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{K}_1(k+1) = P(k) \cdot \boldsymbol{a}(k+1) \\ \gamma(k+1) = [1 + \boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(k+1) \cdot \boldsymbol{K}_1(k+1)]^{-1} \\ \boldsymbol{K}(k+1) = \gamma(k+1) \cdot \boldsymbol{K}_1(k+1) \\ P(k+1) = P(k) - \boldsymbol{K}(k+1) \cdot \boldsymbol{K}_1^{\mathrm{T}}(k+1) \\ \hat{\boldsymbol{x}}(k+1) = \hat{\boldsymbol{x}}(k) + \boldsymbol{K}(k+1)[b(k+1) + \boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(k+1) \cdot \hat{\boldsymbol{x}}(k)] \end{cases} \tag{3-1}$$

最小二乘估计的遗忘因子法（RFF）可表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{K}_1(k+1) = P(k) \cdot \boldsymbol{a}(k+1) \\ \gamma(k+1) = [1 + \boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(k+1) \cdot \boldsymbol{K}_1(k+1)]^{-1} \\ \boldsymbol{K}(k+1) = \gamma(k+1) \cdot \boldsymbol{K}_1(k+1) \\ P(k+1) = [P(k) - \boldsymbol{K}(k+1) \cdot \boldsymbol{K}_1^{\mathrm{T}}(k+1)]/\alpha \\ \hat{\boldsymbol{x}}(k+1) = \hat{\boldsymbol{x}}(k) + \boldsymbol{K}(k+1) \cdot [b(k+1) + \boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(k+1) \cdot \hat{\boldsymbol{x}}(k)] \end{cases} \tag{3-2}$$

正则方程递推求解算法的关键是计算增益矩阵 $\boldsymbol{K}(k+1)$，正交变换求解的递推算法的

表 1　几种递推算法的性能比较

方法		计算量			占用内存量	数值计算性质
		加减法次数	乘除法次数	开方次数		
直接解正则方程求 $K(k+1)$	RLS	$2n^2+n$	$2n^2+2n$	0	n^2+3n	差
	RFF	$2n^2+n$	$3n^2+2n$	0	n^2+3n	差
平方根法求 $R_n(k+1)$	递推算法	n^2+2n	$2n^2+6n$	n	$0.5n^2+2.5n$	好
	遗忘因子法	n^2+2n	$2.5n^2+6.5n$	n	～	好
实时递推 H-变换求 $R_n(k+1)$	递推算法	$1.5n^2+7.5n$	$2n^2+11n$	n	$0.5n^2+2.5n$	好
	遗忘因子法	$1.5n^2+7.5n$	$2.5n^2+11.5n$	n	～	好
本文提出的快速算法	RHLS	n^2+3n	n^2+6n	0	$0.5n^2+2.5n$	好
	RHFF	n^2+3n	n^2+7n	0	～	好

关键在于计算上三角阵 $R_{n+1}(k+1)$，表 1 是几种递推算法的性能比较.

从表 1 可见，本文所提出的算法的性能比表中其它算法的性能好.

5 数值仿真研究

对 RFF 和 RHFF 两种算法，作者在 compaq386/20e 微机(无协处理器)上进行了数值仿真研究. 仿真模型为

$$A(z^{-1})\cdot y(k)=B(z^{-1})\cdot u(k)+e(k)$$

其中

$$A(z^{-1})=1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}+a_3\cdot z^{-3}+a_4\cdot z^{-4}$$

$$B(z^{-1})=b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+b_3z^{-3}+b_4z^{-4}$$

$$a_1=-2.7607,\ a_2=3.8106,\ a_3=-2.6535,\ a_4=0.9238$$

$$b_0=1.996,\ b_1=-0.479,\ b_2=3.136,\ b_3=-0.472,\ b_4=1.29$$

输入信号 $\{u(k)\}$ 是伪随二进制序列 (幅值为 0.5，周期为 127)，$\{e(k)\}$ 是零均值白噪声. 数据长度 $L=500$， 遗忘因子 $\alpha=1.0$， $P(0)=10^6I$， $R_n(0)=10^{-6}I$， $x(0)=0$. 仿真结果如表 2 所示.

表 2 计算机仿真结果

噪声方差		0		0.1		0.5	
算 法		RFF	RHFF	RFF	RHFF	RFF	RHFF
估计值	$\hat{a}_1$	−2.760706	−2.760702	−2.796441	−2.759047	−2.276207	−2.752523
	$\hat{a}_2$	3.810611	3.810605	4.0077	3.8064	2.7186	3.786153
	$\hat{a}_3$	−2.653524	−2.653508	−2.889951	−2.649351	−1.534169	−2.6277
	$\hat{a}_4$	0.923812	0.923804	1.06599	0.92202	0.5127	0.91132
	$\hat{b}_0$	1.995979	1.996003	2.097291	1.98431	3.38917	1.93669
	$\hat{b}_1$	−0.47902	−0.479	−0.46589	0.47287	1.35456	−0.450256
	$\hat{b}_2$	3.136012	3.135997	3.09476	3.14779	2.70943	3.186675
	$\hat{b}_3$	−0.47202	−0.47202	−0.426319	−0.46766	−0.41328	−0.45844
	$\hat{b}_4$	1.290001	1.289996	1.11107	1.29147	0.44499	1.28222
指标 $\hat{J}$		6.5696×10^{-5}	5.5355×10^{-6}	283.746	4.72102	3915.759	117.6046
运行时间		23 秒	15 秒	23 秒	15 秒	23 秒	15 秒

仿真结果表明，本文提出的算法不仅计算精度高，而且运行时间也大大减少，与理论分析结果一致(参见表 1). 可以断言，随着被估计参数的增加，运行时间的减少更明显.

本文提出的最小二乘估计的 H-变换快速递推算法具有运算量少，占用内存量少和数值计算精度高的特点，它们可以用于最小二乘类参数估计的各种算法中.

参 考 文 献

[1] 冯 康，数值计算方法，国防工业出版社，1978.
[2] 黄俊钦，随机信号处理，北京航空航天大学出版社，1990.
[3] 方崇智，萧德云，过程辨识，清华大学出版社，1988.

[4] 刘整社等，矩阵上三角化的递推 HOUSEHOLDER 变换公式及其应用，自动化学报，1990，**16**(2).
[5] Goodwin, G. C. and Payne, R. L., Dynamic System Identification——Experiment Design and Data Analysis. Academic Press, 1977.

RECURSIVE FAST ALGORITHM FOR LEAST SQUARES ESTIMATION WITH HOUSEHOLDER TRANSFORMATION

Meng Xiaofeng, Wang Xingren and Huang Junqin
(Beijing University of Aeronautics and Astronautica)

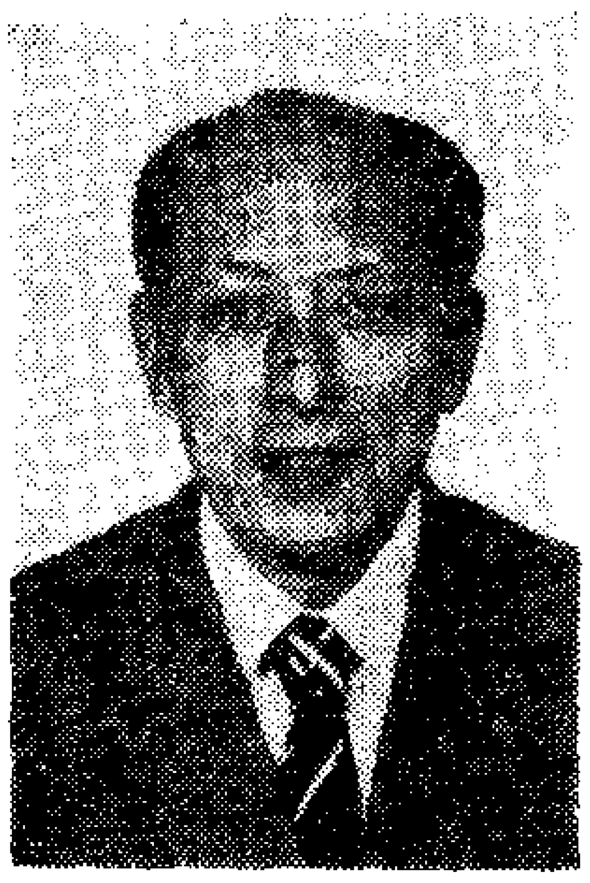
Abstract

Based on Householder transformation, two recursive fast algorithms for parameter estimation, i.e., Recursive Least Squares Fast Algorithm and Recursive Forgetting Factor Fast Algorithm, are presented in this paper. As compared with conventional LS recursive algorithms, the proposed algorithms are suitable for the enhancement of numerical stability and the reduction of the number of arithmetic operations.

Key words: parameter estimation; Householder transformation; fast recursive algorithm.

孟晓风： 分别于 1982 年和 1987 年在重庆大学获工学学士和硕士学位. 现任北京航空航天大学自控系讲师. 目前的研究方向是: 参数估计，容错技术、测控技术.

王行仁： 1955 年北京航空学院研究生毕业，1985 年获国家科技进步一等奖. 现任国防科工委科技委兼职委员和军用仿真技术专业组副组长，北京航空航天大学自控系教授，博士生导师. 目前的研究方向是: 飞行控制与飞行仿真，容错技术.



黄俊钦：北京航空航天大学教授，中国仪器仪表学会常务理事，仪器仪表学报副主编，中国计量测试学会常务理事，压力计量测试专业委员会主任，中国航空学会理事，航空仪表与测试专业学组组长.

第一届中国智能控制与智能自动化学术会议征文通知

大会主办单位 中国自动化学会智能自动化专业委员会(筹) 东北大学

大会承办单位 东北大学自动化研究中心

大会协办单位 沈阳市科学技术委员会

学术委员会 **顾 问** 杨嘉墀 张钟俊 **总主席** 李衍达

主 席 柴天佑 戴汝为 高为炳 李清泉 卢 强 杨叔子

会议主题 智能控制与智能自动化理论、方法和应用

征文范围 1.智能系统 2.控制 ·鲁棒控制 ·预测控制 ·非线性控制 ·变结构控制 ·模糊控制 ·自适应控制 ·学习控制 ·专家控制 ·递阶控制 ·集散控制 ·集成智能控制 ·其他形式的控制 3.控制理论与系统理论 4.自治控制系统和容错控制系统 5.故障检测、分离和诊断 6.实时控制中的人工智能 7.神经网络在建模、辨识和控制中的应用 8.机器人控制 9.制造系统和 DEDS 10.信息处理和信息系统 11.调度、规划、管理和决策系统 12.计算机辅助分析和 CAD 13.智能控制器、传感器和执行器 14.智能元件和仪表15.实现技术和应用 16.其他有关课题

论文要求

1.未在国内外公开发行的刊物上发表，未在全国性学术会议上宣读.
2.内容充实具体，特别欢迎应用论文.
3.字数不超过 6000 字，要求字迹工整，一式两份.
4.学术委员会组织力量审查后，即通知作者是否接受其论文. 另外，请自留底稿，无论来稿接受与否，恕不退稿.

截稿日期：1994 年 3 月 15 日寄来全文(最后定稿，不再退作者修改)

录用通知：1994 年 4 月 15 日

论文出版：论文统一录入、排版，国家正式出版社出版.

大会日期和地点：1994 年 8 月 22 日—24 日 沈阳 东北大学

联系地址：110006，沈阳，东北大学自动化研究中心

联系人：王 伟

电 话：024—3893000—4112

传 真：024—3895647