

模糊控制系统的闭环模型及稳定性分析¹⁾

陈建勤 吕剑虹 陈来九

(东南大学动力系 南京 210018)

摘 要

本文在分析模糊控制系统推理机制的基础上,给出了模糊控制系统的闭环分析模型,并利用其模糊关系矩阵,在模糊集合理论基础上,提出了模糊闭环控制系统稳定的充分和必要条件.

关键词: 模糊控制, 闭环模型, 稳定性.

1 引言

模糊控制系统理论及应用的研究已引起了控制界的广泛注意^{[1][2]}. 其中就模糊控制系统的稳定性分析而言,分析方法可以分为两大类. 一类是早期的沿用经典控制理论的稳定性分析方法^{[3][4]},这种分析方法与模糊控制系统中的模糊知识表达及近似推理相差甚远;另一类是利用模糊集理论来分析模糊系统的稳定性^{[5][6][7][8]},但这些方法都是针对模糊开环系统分析其稳定性,并没有考虑加入模糊控制器后闭环控制系统的效果. 尽管 R. M. Tong 在文献[9][10]中提出了由控制器和对象构成的模糊闭环控制系统,并直接求得了闭环模型^[10],但其闭环模型很难通过关系矩阵来分析闭环稳定性. 事实上,这些年来,没有恰当的模糊控制系统的闭环分析模型一直阻碍着对模糊控制系统理论分析的发展.

本文针对常见的模糊控制系统,在分析其模糊推理机制的基础上,利用模糊集理论推导了模糊控制系统的闭环分析模型,并在此基础上,进一步给出了模糊闭环控制系统稳定的充分条件和必要条件.

2 模糊控制系统的闭环分析模型

本文研究的模糊控制系统如图1所示图中, x_k, u_k 是过程在 k 时刻的状态变量和输入变量,是精确量; X_k, U_k 是对应于 x_k, u_k 的模糊量.

2.1 广义模糊被控过程

用模糊集理论分析模糊控制系统时,无论是模糊控制器还是被控过程,都希望用模糊

本文于1993年4月10日收到.

1) 国家自然科学基金和教委博士点基金资助项目.

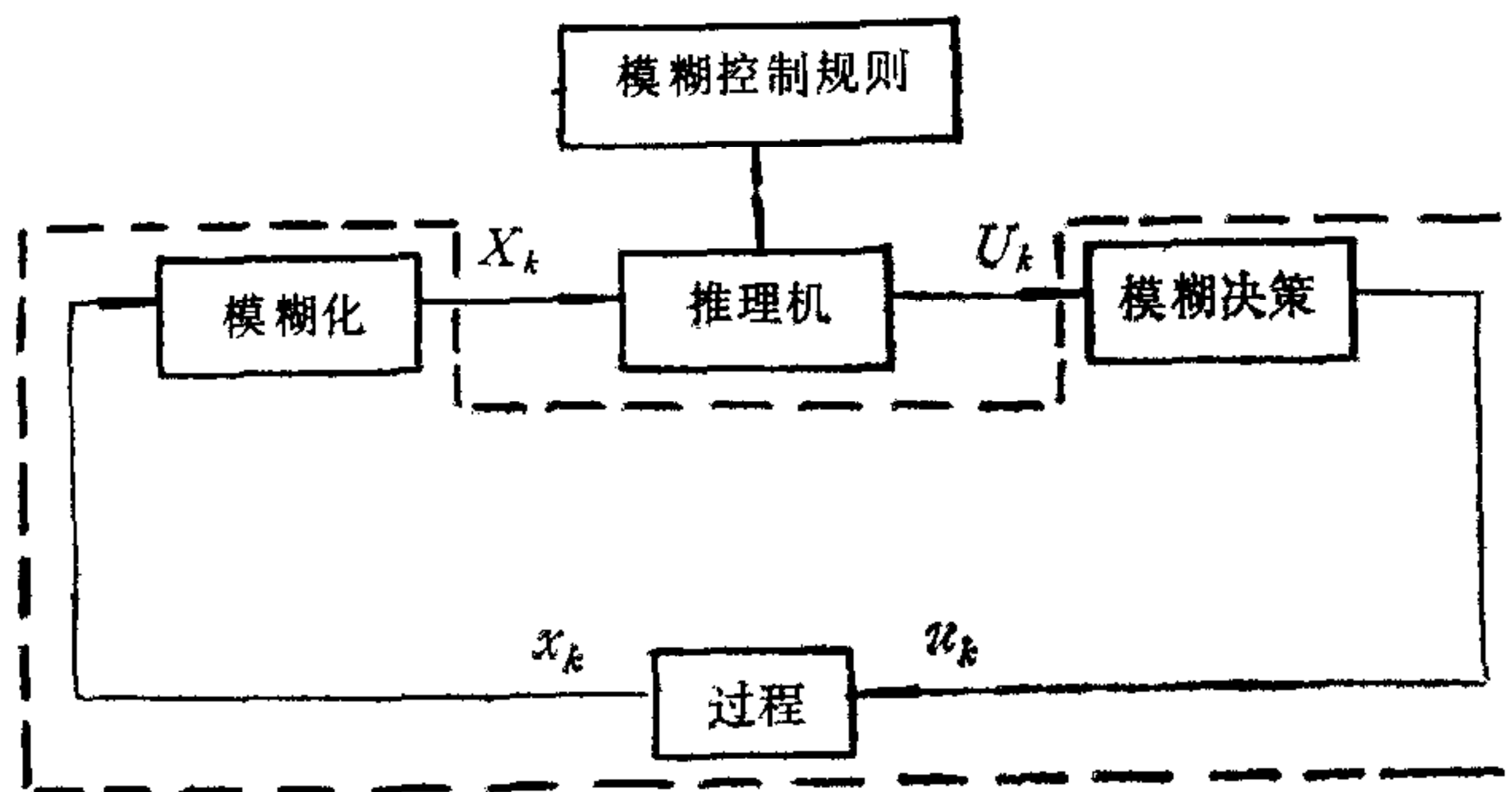


图 1 模糊控制系统

变量来描述。由此可以把图 1 所示模糊控制系统中的模糊化部分和模糊决策部分都归入被控过程,并称之为“广义模糊过程”。

广义模糊过程的输入模糊变量为 $U_k \in F(\bar{U})$, 模糊状态变量为 $X_k \in F(\bar{X})$, 其中 \bar{U} 与 \bar{X} 分别表示输入与状态变量的论域, k 表示控制系统运行到 k 时刻。广义模糊过程可以用下列规则描述

$$\begin{aligned}
 &R1: \text{if } X_k \text{ is } A_1 \text{ and } U_k \text{ is } B_1 \text{ then } X_{k+1} \text{ is } C_1 \\
 &\text{also } R2: \text{if } X_k \text{ is } A_2 \text{ and } U_k \text{ is } B_2 \text{ then } X_{k+1} \text{ is } C_2 \\
 &\dots\dots \\
 &\text{also } Rn: \text{if } X_k \text{ is } A_n \text{ and } U_k \text{ is } B_n \text{ then } X_{k+1} \text{ is } C_n \qquad \langle 1 \rangle \\
 \text{输入:} & \quad X_k \text{ is } A' \text{ and } U_k \text{ is } B' \\
 \text{结论} & \quad X_{k+1} \text{ is } C'
 \end{aligned}$$

上述规则对应的模糊关系为^[11]

$$R = \bigvee_{i=1}^n R_i = \bigvee_{i=1}^n (A_i \wedge B_i \wedge C_i),$$

推理过程为^[12] $C' = (A' \wedge B') \circ R$, 其中符号 \vee 和 \wedge 表示取大和取小运算, “ \circ ”表示取大取小复合运算, $A_i \in F(\bar{X})$, $A' \in F(\bar{X})$, $B_i \in F(\bar{U})$, $B' \in F(\bar{U})$, $C_i \in F(\bar{X})$, $R \in F(\bar{X} \times \bar{U} \times \bar{X})$ 。为了对上面的推理过程作进一步研究,先给出如下引理。

引理 1.^[1]

$$C' = (A' \wedge B') \circ \bigvee_{i=1}^n R_i = \bigvee_{i=1}^n (A' \wedge B') \circ R_i = \bigvee_{i=1}^n C'_i \qquad \langle 2 \rangle$$

引理 2.

$$A' \circ (A_i \wedge C_i) = (A' \circ A_i) \wedge C_i \qquad \langle 3 \rangle$$

证明:

$$\begin{aligned}
 A' \circ (A_i \wedge C_i) &= \bigvee_{x \in \bar{X}} (A' \wedge A_i \wedge C_i) \\
 &= \left[\bigvee_{x \in \bar{X}} (A' \wedge A_i) \right] \wedge C_i = (A' \circ A_i) \wedge C_i
 \end{aligned}$$

引理 3.^[1]

$$(A' \wedge B') \circ R_i = [A' \circ (A_i \wedge C_i)] \wedge [B' \circ (B_i \wedge C_i)] \qquad \langle 4 \rangle$$

结合引理 2 和引理 3 得

$$\begin{aligned} C'_i &= (A' \wedge B') \circ R_i = [(A' \circ A_i) \wedge C_i] \wedge [(B' \circ B_i) \wedge C_i] \\ &= (A' \circ A_i) \wedge (B' \circ B_i) \wedge C_i \end{aligned} \quad \langle 5 \rangle$$

式(5)实质上表示按输入模糊量与规则前提之间的匹配程度 $(A' \circ A_i) \wedge (B' \circ B_i)$ 对结论 C_i 进行修正. 再由引理 1 得:

$$C' = \bigvee_{i=1}^n C'_i = \bigvee_{i=1}^n ((A' \circ A_i) \wedge (B' \circ B_i) \wedge C_i) \quad \langle 6 \rangle$$

上式可以解释为最后的推理结论 C' 是由每条规则经修正后的结论 C'_i 取大获得的.

把条件 $X_k = A'$, $U_k = B'$ 及结论 $X_{k+1} = C'$ 代入式(6)得:

$$X_{k+1} = \bigvee_{i=1}^n [(X_k \circ A_i) \wedge (U_k \circ B_i) \wedge C_i] \quad \langle 7 \rangle$$

上式即为广义被控过程的开环模糊模型.

2.2 模糊控制系统的闭环模型

模糊控制系统由模糊控制器与广义模糊模型组成(如图 1 所示), 其中模糊控制器可以用控制规则 *if* X_k *then* U_k 或用如下输入输出关系表示

$$U_k = X_k \circ R_c \quad \langle 8 \rangle$$

其中 R_c 是模糊关系矩阵, $R_c \in F(\bar{X} \times \bar{U})$.

将式(8)代入式(7)得模糊控制系统的闭环模型如下

$$X_{k+1} = \bigvee_{i=1}^n [(X_k \circ A_i) \wedge (X_k \circ (R_c \circ B_i)) \wedge C_i]$$

或

$$X_{k+1} = \bigvee_{i=1}^n [(X_k \circ A_i) \wedge (X_k \circ \bar{B}_i) \wedge C_i] \quad \langle 9 \rangle$$

这里令 $\bar{B}_i = R_c \circ B_i$, $\bar{B}_i \in F(\bar{X})$. 直接用模型式(9)分析模糊控制系统还存在一定的困难, 需对式(9)作进一步分析和演化. 由于

$$X_k \circ (A_i \wedge \bar{B}_i) \leq (X_k \circ A_i) \wedge (X_k \circ \bar{B}_i) \leq X_k \circ (A_i \vee \bar{B}_i)$$

$$[X_k \circ (A_i \wedge \bar{B}_i)] \wedge C_i \leq [(X_k \circ A_i) \wedge (X_k \circ \bar{B}_i)] \wedge C_i \leq [X_k \circ (A_i \vee \bar{B}_i)] \wedge C_i$$

上式中 $(A_i \wedge \bar{B}_i) \in F(\bar{X})$, $(A_i \vee \bar{B}_i) \in F(\bar{X})$, 利用引理 2, 则有

$$X_k \circ [(A_i \wedge \bar{B}_i) \wedge C_i] \leq (X_k \circ A_i) \wedge (X_k \circ \bar{B}_i) \wedge C_i \leq X_k \circ [(A_i \vee \bar{B}_i) \wedge C_i]$$

进一步有

$$\begin{aligned} \bigvee_{i=1}^n X_k \circ [(A_i \wedge \bar{B}_i) \wedge C_i] &\leq \bigvee_{i=1}^n (X_k \circ A_i) \wedge (X_k \circ \bar{B}_i) \wedge C_i \\ &\leq \bigvee_{i=1}^n X_k \circ [(A_i \wedge \bar{B}_i) \wedge C_i] \\ X_k \circ \bigvee_{i=1}^n [(A_i \wedge \bar{B}_i) \wedge C_i] &\leq \bigvee_{i=1}^n (X_k \circ A_i) \wedge (X_k \circ \bar{B}_i) \wedge C_i \\ &\leq X_k \circ \bigvee_{i=1}^n [(A_i \vee \bar{B}_i) \wedge C_i] \end{aligned} \quad \langle 10 \rangle$$

令:

$$R_1 = \bigvee_{i=1}^n (A_i \wedge \bar{B}_i) \wedge C_i \quad R_1 \in F(\bar{X} \times \bar{X}) \quad \langle 11 \rangle$$

$$R_2 = \bigvee_{i=1}^n (A_i \vee \bar{B}_i) \wedge C_i \quad R_2 \in F(\bar{X} \times \bar{X}) \quad \langle 12 \rangle$$

式(10)可写为

$$X_k \circ R_1 \leq \bigvee_{i=1}^n (X_k \circ A_i) \wedge (X_k \circ \bar{B}_i) \wedge C_i \leq X_k \circ R_2 \quad \langle 13 \rangle$$

进一步,对于任意状态 X_k , 在 n 条规则中,若有 p 条规则满足:

$$(X_k \circ A_i) \leq (X_k \circ \bar{B}_i)$$

则重新把 p 条规则中的模糊量标记为

$$A_i = \tilde{A}_{i1}, \quad \bar{B}_i = \tilde{B}_{i1}, \quad C_i = \tilde{C}_{i1} \quad (i1 = 1, 2, \dots, p)$$

这时有 $(X_k \circ \tilde{A}_{i1}) \leq (X_k \circ \tilde{B}_{i1}) \Rightarrow (X_k \circ \tilde{A}_{i1}) \wedge (X_k \circ \tilde{B}_{i1}) = (X_k \circ \tilde{A}_{i1})$ 同时有 $n - p$ 条规则满足

$$(X_k \circ A_i) > (X_k \circ \bar{B}_i)$$

重新将这 $n - p$ 条规则中的模糊量标记为

$$A_i = \tilde{A}_{i2}, \quad \bar{B}_i = \tilde{B}_{i2}, \quad C_i = \tilde{C}_{i2} \quad (i2 = 1, 2, \dots, n - p)$$

则有 $(X_k \circ \tilde{A}_{i2}) > (X_k \circ \tilde{B}_{i2}) \Rightarrow (X_k \circ \tilde{A}_{i2}) \wedge (X_k \circ \tilde{B}_{i2}) = (X_k \circ \tilde{B}_{i2})$ 这里 p 是 0 到 n 之间的整数变量,其值随着 X_k 的变化而变化.

利用上面的关系,闭环模糊模型式(9)可表示为:

$$X_{k+1} = \left[\bigvee_{i1=1}^p (X_k \circ \tilde{A}_{i1}) \wedge \tilde{C}_{i1} \right] \vee \left[\bigvee_{i2=1}^{n-p} (X_k \circ \tilde{B}_{i2}) \wedge \tilde{C}_{i2} \right]$$

利用引理 1、2, 上式可改写为

$$X_{k+1} = X_k \circ \left\{ \left[\bigvee_{i1=1}^p (\tilde{A}_{i1} \wedge \tilde{C}_{i1}) \right] \vee \left[\bigvee_{i2=1}^{n-p} (\tilde{B}_{i2} \wedge \tilde{C}_{i2}) \right] \right\} \quad \langle 14 \rangle$$

令:

$$R(p) = \left[\bigvee_{i1=1}^p (\tilde{A}_{i1} \wedge \tilde{C}_{i1}) \right] \vee \left[\bigvee_{i2=1}^{n-p} (\tilde{B}_{i2} \wedge \tilde{C}_{i2}) \right] \quad R(p) \in F(\bar{X} \times \bar{X}) \quad \langle 15 \rangle$$

则模糊控制系统闭环模型可进一步表示为:

$$X_{k+1} = X_k \circ R(p) \quad \langle 16 \rangle$$

其中 $R(p)$ 是闭环模型关系矩阵, 它随 p 的不同而变化. 由式(13)(14)(15)得下列关系式

$$X_k \circ R_1 \leq X_k \circ R(p) \leq X_k \circ R_2 \quad \langle 17 \rangle$$

这个关系式对于模糊闭环控制系统的稳定性分析是很重要的.

3 模糊控制系统的闭环稳定性分析

分析模糊系统的闭环稳定性,就是分析闭环模糊模型式(16)的稳定性,但式(16)中的关系矩阵 $R(p)$ 是随着变量 p 的变化而改变, 因此,直接利用 $R(p)$ 来进行分析有一定的

困难. 事实上, 根据式(17), 通过常数关系矩阵 R_1, R_2 可以分析模糊系统的闭环稳定性, 即任意状态 X_k 连续通过方程 $X_{k+1} = X_k \circ R(p)$ 后, 能否逼近平衡点.

定义.^{[5][10]} 对于由 $X_{k+1} = X_k \circ R(p)$ 描述的系统, 如果任意状态 X_e 满足 $X_{k+1} = X_k = X_e$ ($k = 1, 2, \dots$), 即满足下式

$$X_e = X_e \circ R(p) \quad (18)$$

则称状态 X_e 为平衡状态. 其物理意义也就是系统的稳定点.

如果 X_e 是正规的, 则定义任意状态的稳定度为^[9]

$$\beta(X_n, X_e) = 1 - X_n \circ X_e \quad (19)$$

$\beta(X_n, X_e)$ 越小, 表明状态 X_n 越接近平衡点 X_e .

对于由 $X_{k+1} = X_k \circ R(p)$ 描述的模糊闭环控制系统, 其特性完全取决于关系矩阵 $R(p)$, 所以希望判断系统稳定性应尽可能与初始状态 X_k 无关, 而只与关系矩阵 $R(p)$ 有关.

定理 1. (充分条件)

对于任意初始状态 X_k (X_k 为正规集), 如果存在一正整数 N 和平衡点 X_e , 当 $n \geq N$ 时满足 $R_1^n \circ X_e = [1, 1, \dots, 1]'$, 则闭环模糊控制系统 $X_{k+1} = X_k \circ R(p)$ 一定稳定于平衡点 X_e . 其中 R_1 按式(11)计算.

证明: 由式(16)(17)得

$$X_k \circ R_1 \leq X_k \circ R(p) = X_{k+1} \quad p \in [0, n]$$

进一步得

$$X_k \circ R_1^2 \leq X_{k+1} \circ R_1 \leq X_{k+1} \circ R(p) = X_{k+2}$$

$$X_k \circ R_1^3 \leq X_{k+2} \circ R_1 \leq X_{k+2} \circ R(p) = X_{k+3}$$

.....

$$X_k \circ R_1^n \leq X_{k+n-1} \circ R_1 \leq X_{k+n-1} \circ R(p) = X_{k+n}$$

两边同时与 X_e 进行取大-取小复合运算得

$$X_k \circ R_1^n \circ X_e \leq X_{k+n} \circ X_e$$

由于当 $n \geq N$ 时满足 $R_1^n \circ X_e = [1, 1, \dots, 1]'$, 同时由于 X_k 是正规集, 所以有

$$X_k \circ R_1^n \circ X_e = 1, \text{ 即有 } 1 \leq X_{k+n} \circ X_e$$

又由于 $X_{k+n} \circ X_e$ 最大只能为 1, 故有 $X_{k+n} \circ X_e = 1$ 由式(17)知, 这时 X_{k+n} ($n \geq N$) 已逼近 X_e , 即有

$$X_{k+n} = X_{k+n+1} = X_{k+n+2} = \dots = X_e$$

同时由于 $X_{k+1} = X_k \circ R(p)$, 故有下式

$$X_{k+n} = X_{k+n} \circ R(p) \quad (n \geq N)$$

即任意状态 X_k 连续经过闭环模型 $X_{k+1} = X_k \circ R(p)$ n ($n \geq N$) 步后, 已逼近平衡点 X_e , 说明系统是稳定的. [证毕]

定理 2. (必要条件)

对于任意初始状态 X_k (X_k 为正规集), 如果 $X_{k+1} = X_k \circ R(p)$ 描述的闭环控制系统是稳定的, 且平衡状态为 X_e , 那么一定存在正整数 N , 当 $n \geq N$ 时, 有 $R_2^n \circ X_e = [1, 1, \dots, 1]'$. 其中 R_2 按式(12)计算.

证明. 由式(16)(17)得

$$X_k \circ R_2 \geq X_k \circ R(p) = X_{k+1} \quad p \in [0, n]$$

进一步得

$$X_k \circ R_2^2 \geq X_{k+1} \circ R_2 \geq X_{k+1} \circ R(p) = X_{k+2}$$

$$X_k \circ R_2^3 \geq X_{k+2} \circ R_2 \geq X_{k+2} \circ R(p) = X_{k+3}$$

.....

$$X_k \circ R_2^n \geq X_{k+n-1} \circ R_2 \geq X_{k+n-1} \circ R(p) = X_{k+n}$$

两边同时与 X_e 取大-取小复合运算得

$$X_k \circ R_2^n \circ X_e \geq X_{k+n} \circ X_e$$

如果由 $X_{k+1} = X_k \circ R(p)$ 描述的闭环系统是稳定的, 则任意初始状态 X_k 多次经过方程 $X_{k+1} = X_k \circ R(p)$ 后, 能逼近平衡点 X_e , 即存在 N , 当 $n \geq N$ 时, 有

$$X_{k+n} \circ X_e = 1$$

代入上式得

$$X_k \circ R_2^n \circ X_e \geq 1$$

由于 $X_k \circ R_2^n \circ X_e$ 最大只能为 1, 故有

$$X_k \circ R_2^n \circ X_e = 1$$

又由于 X_k 是任意的正规集, 故不妨分别取为 $[1, 0, \dots, 0], [0, 1, 0, \dots, 0], \dots, [0, \dots, 0, 1]$, 代入上式并求 $R_2^n \circ X_e$, 必定有 $R_2^n \circ X_e = [1, 1, \dots, 1]^T$ [证毕]

对于模糊闭环控制系统 $X_{k+1} = X_k \circ R(p)$, 有时并不知道其平衡点 X_e 在何处, 此时如用定理 1 来判别稳定性有一定的困难, 为此给出如下推论.

推论 1. 若存在一正整数 N , 当 $n \geq N$ 时, 有 $\bigwedge \{(R_1^n)' \alpha [1, 1, \dots, 1]\}$ 趋于一固定的模糊集 X_e , 则由 $X_{k+1} = X_k \circ R(p)$ 描述的模糊闭环控制系统是稳定的, 其平衡点即为模糊集 X_e . 其中 α 算子定义为

$$x \alpha y = \begin{cases} 1 & \text{if } x \leq y \\ y & \text{if } x > y \end{cases}$$

式中, x, y 为闭区间 $[0, 1]$ 中的实数.

证明. 若存在一正整数 N , 当 $n \geq N$ 时, 有 $\bigwedge \{(R_1^n)' \alpha [1, 1, \dots, 1]\}$ 趋于一固定的模糊量 X_e , 即

$$X_e = \bigwedge \{(R_1^n)' \alpha [1, 1, \dots, 1]\}$$

由文献[13]知, 此时的 X_e 满足如下方程

$$X_e \circ (R_1^n)' = [1, 1, \dots, 1]$$

对上式转置得

$$(R_1^n) \circ X_e = [1, 1, \dots, 1]^T$$

由此根据定理 1 知, 由 $X_{k+1} = X_k \circ R(p)$ 描述的闭环控制系统是稳定的, 且平衡点是模糊量 X_e .

4 算例

图 2 中, k 是一含水容器, 具有可变水位 x , 干扰 f 影响容器的排水量, 调节阀 u 可以

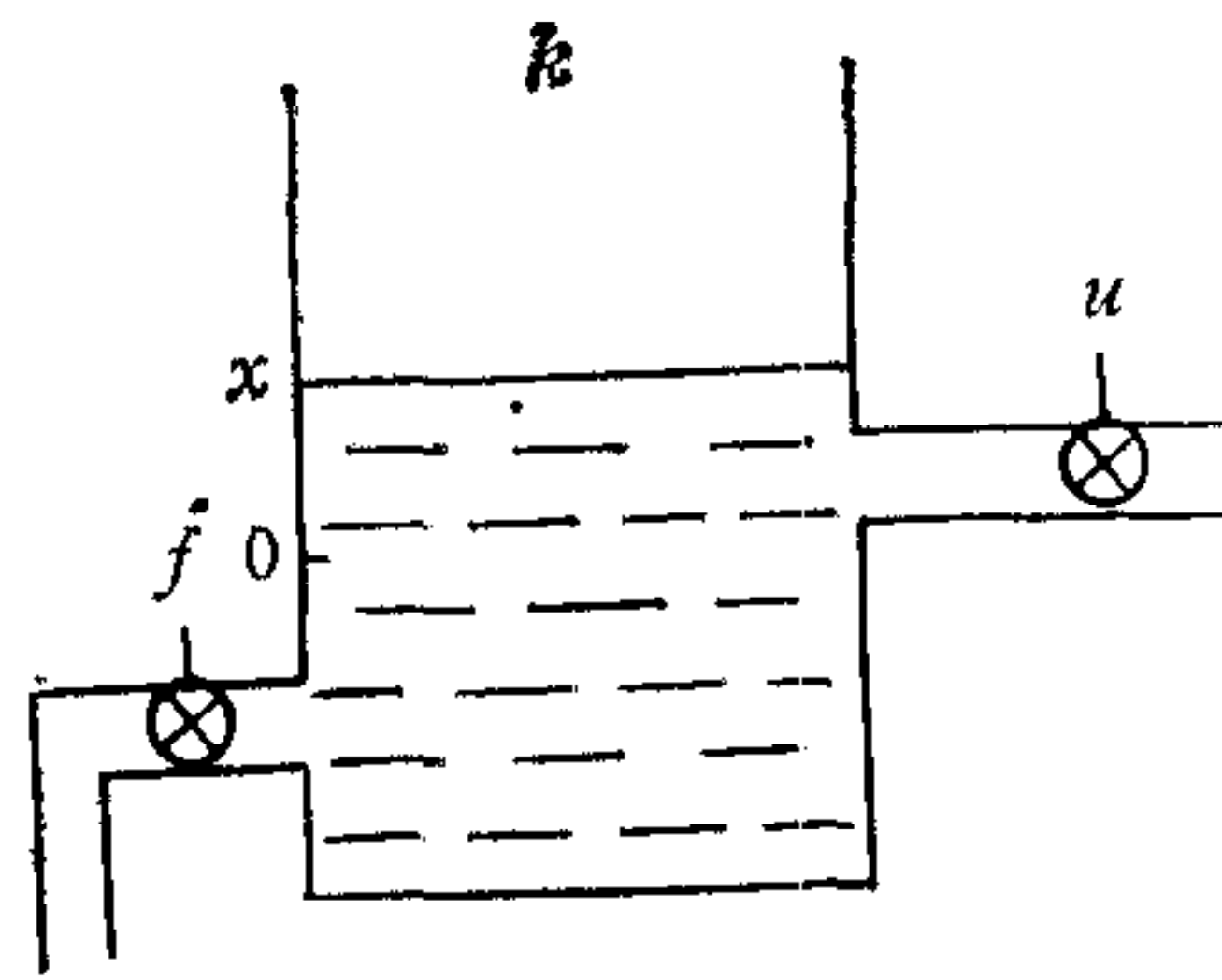


图2 水容器控制

向 k 注水。模糊控制器可以通过水阀 u 将水位 x 稳定在点 0 附近。

假设水位 x 对点“0”的偏差 E 和控制量 U 都是模糊变量，其模糊量取为正大 (PB)，正小 (PS)，零 ($zero$)，负小 (NS)，负大 (NB)，各模糊量相应的隶属函数分别如表 1 和表 2 所示

表 1

	-2	-1	0	1	2
PBe	0	0	0	.5	1
PSe	0	0	.5	1	0
Oe	0	.5	1	.5	0
NSe	0	1	.5	0	0
NBe	1	.5	0	0	0

表 2

	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
PBu	0	0	0	0	0	0	0	.5	1
PSu	0	0	0	0	0	.5	1	.5	0
Ou	0	0	0	.5	1	.5	0	0	0
NSu	0	.5	1	.5	0	0	0	0	0
NBu	1	.5	0	0	0	0	0	0	0

对于上面水容器的水位控制，其广义模糊被控过程可用如下规则描述

- $r1$: if E_k is NB and U_k is PB , then E_{k+1} is NS
- $r2$: if E_k is NB and U_k is PS , then E_{k+1} is NS
- $r3$: if E_k is NB and U_k is $Zero$, then E_{k+1} is NB
- $r4$: if E_k is NB and U_k is NS , then E_{k+1} is NB
- $r5$: if E_k is NB and U_k is NB , then E_{k+1} is NB
- $r6$: if E_k is NS and U_k is PB , then E_{k+1} is PS
- $r7$: if E_k is NS and U_k is PS , then E_{k+1} is $Zero$
- $r8$: if E_k is NS and U_k is $Zero$, then E_{k+1} is NS
- $r9$: if E_k is NS and U_k is NB , then E_{k+1} is NB
- $r10$: if E_k is $Zero$ and U_k is PB , then E_{k+1} is PB
- $r11$: if E_k is $Zero$ and U_k is PS , then E_{k+1} is PS
- $r12$: if E_k is $Zero$ and U_k is $Zero$, then E_{k+1} is $Zero$
- $r13$: if E_k is $Zero$ and U_k is NS , then E_{k+1} is NS
- $r14$: if E_k is $Zero$ and U_k is NB , then E_{k+1} is NB
- $r15$: if E_k is PS and U_k is PB , then E_{k+1} is PB
- $r16$: if E_k is PS and U_k is $Zero$, then E_{k+1} is PS

- $r17: \text{if } E_k \text{ is } PS \text{ and } U_k \text{ is } NS, \text{ then } E_{k+1} \text{ is } Zero$
 $r18: \text{if } E_k \text{ is } PS \text{ and } U_k \text{ is } NB, \text{ then } E_{k+1} \text{ is } NS$
 $r19: \text{if } E_k \text{ is } PB \text{ and } U_k \text{ is } PB, \text{ then } E_{k+1} \text{ is } PB$
 $r20: \text{if } E_k \text{ is } PB \text{ and } U_k \text{ is } PS, \text{ then } E_{k+1} \text{ is } PB$
 $r21: \text{if } E_k \text{ is } PB \text{ and } U_k \text{ is } Zero, \text{ then } E_{k+1} \text{ is } PB$
 $r22: \text{if } E_k \text{ is } PB \text{ and } U_k \text{ is } NS, \text{ then } E_{k+1} \text{ is } PS$
 $r23: \text{if } E_k \text{ is } PB \text{ and } U_k \text{ is } NB, \text{ then } E_{k+1} \text{ is } PS \quad \langle 20 \rangle$

模糊控制器由如下控制规则描述

- $\text{if } E_k \text{ is } NB, \text{ then } U_k \text{ is } PB$
 $\text{if } E_k \text{ is } NS, \text{ then } U_k \text{ is } PS$
 $\text{if } E_k \text{ is } Zero, \text{ then } U_k \text{ is } Zero$
 $\text{if } E_k \text{ is } PS, \text{ then } U_k \text{ is } NS$
 $\text{if } E_k \text{ is } PB, \text{ then } U_k \text{ is } NB \quad \langle 21 \rangle$

按 $R_c = \bigvee_{i=1}^5 (E_k(i) \wedge U_k(i))$ 求得对应式(21)控制规则的模糊控制器关系矩阵

$$R_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 1 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 1 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 1 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

对照式(20)与式(1),由式(11)求得关系矩阵 R_1 为

$$R_1 = \bigvee_{i=1}^{23} \{ [E_k \wedge (R_c \circ U_k)] \wedge E_{k+1} \} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 1 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 1 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 1 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.5 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

由式(20)(21)构成的闭环模糊控制系统,其控制规则的目标是使系统能稳定在零点,即 $E_0 = \{0, 0.5, 1, 0.5, 0\}$ 。而由定理 1 可知,此水容器模糊控制系统确实能稳定在零点附近,这是因为 $R_1 \circ E_0 = [0.5, 1, 1, 1, 0.5]'$, $R_1^n \circ E_0 = [1, 1, 1, 1, 1]'$ ($n \geq 2$)。

5 结语

对于由规则描述的被控过程与控制器组成的模糊控制系统,本文给出了一种合理的模糊控制系统闭环分析模型。同时,本文把模糊关系矩阵引入闭环控制系统的稳定性分析中,得到了判断模糊控制系统闭环稳定性的充分条件和必要条件。

参 考 文 献

- [1] Lee, C. C., Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller-Part 1, Part 2, *IEEE Trans.*

- Syst. Man Cybern.*, 1990, **20**:440—435.
- [2] Tong, R. M., A control engineering review of fuzzy systems, *Automatica*, 1977, **13**:559—569.
- [3] Ray, K. S. and Majumder, D. D., Application of circle criteria for stability analysis of linear SISO and MIMO systems associated with fuzzy logic controller, *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, 1984, **14**:345—349.
- [4] Kickert, W. J. M. and Mamdani, E. H., Analysis of a fuzzy logic controller, *Fuzzy Sets and Systems*, 1978, **1**:29—44.
- [5] Kiszka, J. B., Gupta, M. M. and Nikiforuk, P. N., Energetic stability of fuzzy dynamic systems, *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, 1985, **15**:783—792.
- [6] Gupta, M. M., Trojan, G. M. and Kiszka, J. B., Controllability of fuzzy control systems, *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, 1986, **16**:576—582.
- [7] Pedrycz, W., An approach to the analysis of fuzzy systems, *Int. J. Control*, 1981, **13**:403—421.
- [8] Kania, A. A., etc, On stability of formal fuzziness systems, *Information Sciences*, 1980, **22**:51—68.
- [9] Tong, R. M., Some properties of fuzzy feedback systems, *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, 1980, **10**:327—330.
- [10] Tong, R. M., Analysis and control of fuzzy systems using finite discrete relations, *Int. J. Control*, 1978, **27**:431—440.
- [11] Mamdani, E. H., Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic synthesis, *IEEE Trans. Computer*, 1977, **26**:1182—1191.
- [12] Zadeh, L. A., Outline of a new approach to the analysis complex systems and decision processes, *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, 1973, **3**:28—44.
- [13] Pappis, C. P. and Sugeno, M., Fuzzy relational equations and the inverse problem, *Fuzzy Sets and Systems*, 1985, **15**:79—90.

MODEL AND STABILITY ANALYSIS OF FUZZY CLOSED-LOOP CONTROL SYSTEMS

CHEN JIANQIN LU JIANHONG CHEN LAIJU

(Dept. of Power Engineering, Southeast University, Nanjing 210018)

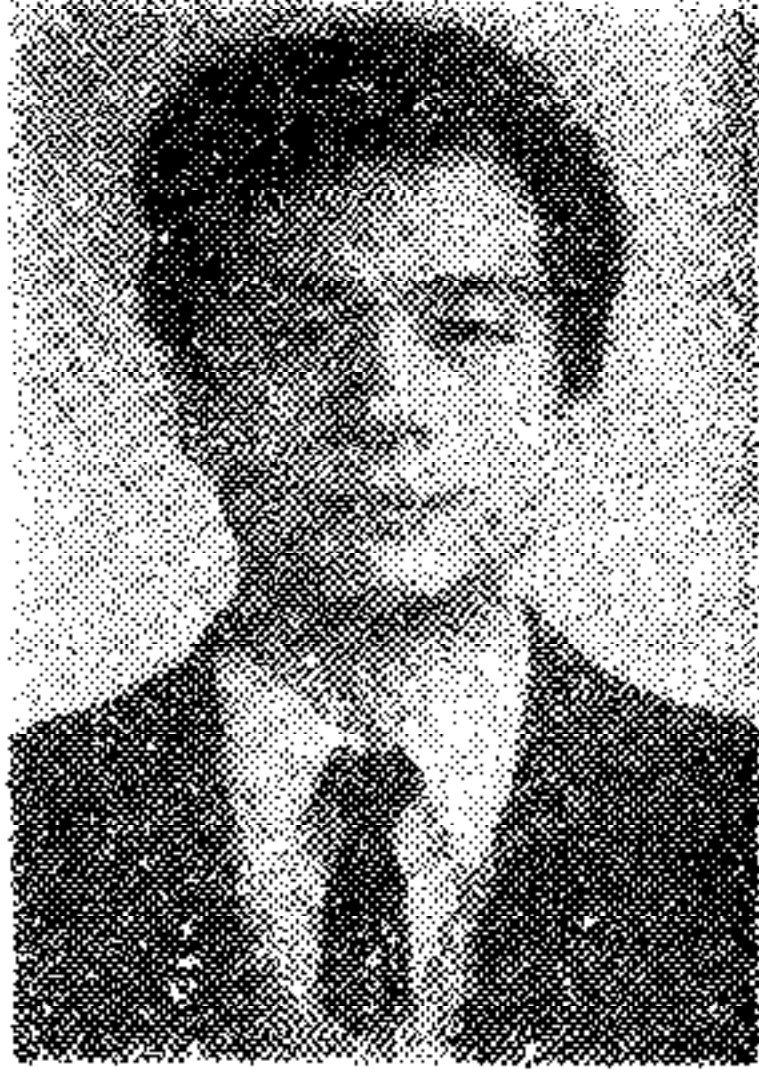
ABSTRACT

An analytical model of fuzzy closed-loop systems is presented by analyzing the MAX-MIN compositional operator in fuzzy systems, and based on the theory of fuzzy sets, the method to analyze the stability of fuzzy control systems with the relation matrix if fuzzy systems is proposed.

Key words: fuzzy control; closed-loop model; stability.



陈建勤 1963年10月生, 1987年在华北电力学院北京研究生部获硕士学位, 现在东南大学攻读博士学位。主要研究方向是控制理论及其在热工过程控制中的应用。



吕剑虹 1964年6月生, 1985年7月毕业于南京东南大学动力工程系, 1990年10月在该校获电厂热能动力及其自动化学科博士学位, 现为东南大学动力系副教授。感兴趣的研究领域: 模糊控制和预测控制理论及其应用; 分散控制系统的开发和应用。

陈来九 1929年生于上海, 1952年毕业于厦门大学机械工程系, 现为东南大学动力系教授、博士生导师。长期从事热工过程自动控制方面的教学和科研工作, 主要研究方向是控制理论在生产过程自动控制中的应用。照片见19卷第一期第17页。