

# 离焦图象模糊辨识及复原方法研究

刘 克 杨 静 宇 权 军 程 永 清

(南京理工大学计算机系)

## 摘要

本文讨论如何根据离焦模糊图象确定其退化模型参数,并同时使模糊图象复原的问题,提出了一种基于模糊图象的梯度图象、最小二乘技术和斐波那契最优搜索法的有效方法。文中介绍了方法的基本原理,提出了实现该方法的算法步骤,并给出了对人工模拟图象和实际拍摄的离焦图象处理的实验结果。

**关键词:** 离焦图像, 模糊辨识, 图象复原。

## 1 引言

图象复原是图象处理技术中的主要问题之一, 在科学的研究和实际工程领域中被广泛应用。迄今为止, 人们对图象复原问题已进行了大量的研究, 提出了众多的复原方法, 如 Fourier 变换域法、递归法和迭代滤波法等<sup>[1,2]</sup>。这些方法存在的主要问题是它们一般都以使图象模糊的退化模型已知为前提, 而实际应用场合常常不能预先知道确切的退化模型。因此, 根据任意的模糊图象确定退化模型参数, 并同时使模糊图象复原的问题已引起人们的广泛重视和浓厚兴趣<sup>[3-5]</sup>。它是目前图象复原问题研究的重点。

使图象模糊的退化模型参数一般称为模糊参数 (blur parameters)。根据模糊图象估计退化模型参数并同时使模糊图象复原又称为模糊辨识 (blur identification) 问题。早期关于模糊辨识的方法可分为两类。第一类方法通过在变换域(如频率域等)寻找零点位置确定模糊参数<sup>[6]</sup>; 另一类方法则通过直线或直线边缘物体区域的模糊图象求点扩展函数<sup>[7,8]</sup>。前者很难用于图象中含大量噪声的场合, 后者不适用于非直线或非直边缘物体区域的模糊图象。因此, 近年来人们开始研究对原图象或模糊图象的灰度分布附加一定的条件来进行模糊辨识。例如将原图象看成是自递归过程<sup>[3,4]</sup>, 或者假定原图象、模糊图象的统计分布特性等<sup>[4,5]</sup>。但这两类方法离实用尚有一定的距离, 且在理论上也需做进一步的探讨。

本文对离焦模糊图象的模糊辨识问题进行了研究, 提出了一种新颖而有效的方法, 其基本原理可概述如下: 离焦模糊图象的退化模型可抽象为一圆盘函数, 其对应的圆盘半径是唯一的退化模型参数(称之为模糊半径)。首先利用模糊图象的梯度图象估计离焦半径的初值; 然后利用最小二乘图象复原技术和斐波那契最优搜索方法确定精确的离焦模糊半径。根据本文方法对人工的和实际的离焦模糊图象进行了实验, 结果表明本文方法

是可行且有效的。

## 2 基本原理

众所周知,在几何光学条件下,原图象函数  $f(x, y)$  和其离焦模糊图象函数  $g(x, y)$  有如下关系式

$$g(x, y) = h_r(x, y) * f(x, y) + u(x, y) \quad (1)$$

其中,  $u(x, y)$  是随机噪声,  $*$  表示卷积运算,  $h_r(x, y)$  是离焦成象系统的点扩展函数(即退化模型),它可由(2)式表示

$$h_r(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi r^2} & \text{当 } x^2 + y^2 \leq r^2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (2)$$

(2) 式中  $\pi$  是圆周率,  $r$  为模糊半径,是需要辨识的参数。

为了便于进一步讨论,首先定义下面的泛函:

$$E_1(f, g, r) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (g(x, y) - f(x, y) * h_r(x, y))^2 dx dy \quad (3)$$

$$E_2(g, r) = \min_f \{E_1(f, g, r)\} \quad (4)$$

$$E_3(g) = \min_{r>0} \{E_2(g, r)\} \quad (5)$$

假设  $f_0(x, y)$  是一原图象函数,  $h_{r_0}(x, y)$  是退化模型,  $g_0(x, y)$  是  $f_0(x, y)$  经退化模型  $h_{r_0}(x, y)$  变换后的模糊图象函数,则可成立下面关系式:

$$\begin{aligned} E_1(f_0, g_0, r_0) &= \min_{f, r>0} \{E_1(f, g_0, r)\} \\ &= \min_{r>0} \{\min_f \{E_1(f, g_0, r)\}\} \\ &= \min_{r>0} \{E_2(g_0, r)\} \\ &= E_3(g_0) \end{aligned}$$

上面的等式是本文方法的基本出发点。因为从理论上讲,如果对任意的  $r > 0$  都可计算出  $E_2(g_0, r)$ , 则可通过求  $E_2(g_0, r)$  的极小值问题求出  $r_0$ 。所以关键问题是如何计算  $E_2(g_0, r)$  以及如何求出  $E_2(g_0, r)$  的极小值。在本文方法中,  $E_2(g_0, r)$  是通过最小二乘复原算法求出的, 文中第四节将详细介绍其具体算法。下面分析如何确定模糊半径  $r_0$ 。显然, 通过求出所有的  $E_2(g_0, r)$  ( $r > 0$ ) 来确定  $r_0$  是不实际的, 因为对每一个  $r > 0$  计算  $E_2(g_0, r)$  都要花费一定的计算量。为了揭示模糊半径  $r_0$  与曲线  $C(r) = E_2(g_0, r)$  之间的关系, 我们做了大量的模拟实验, 在每次实验中, 一已知函数  $f_0(x, y)$  同一退化模型  $h_{r_0}(x, y)$  进行

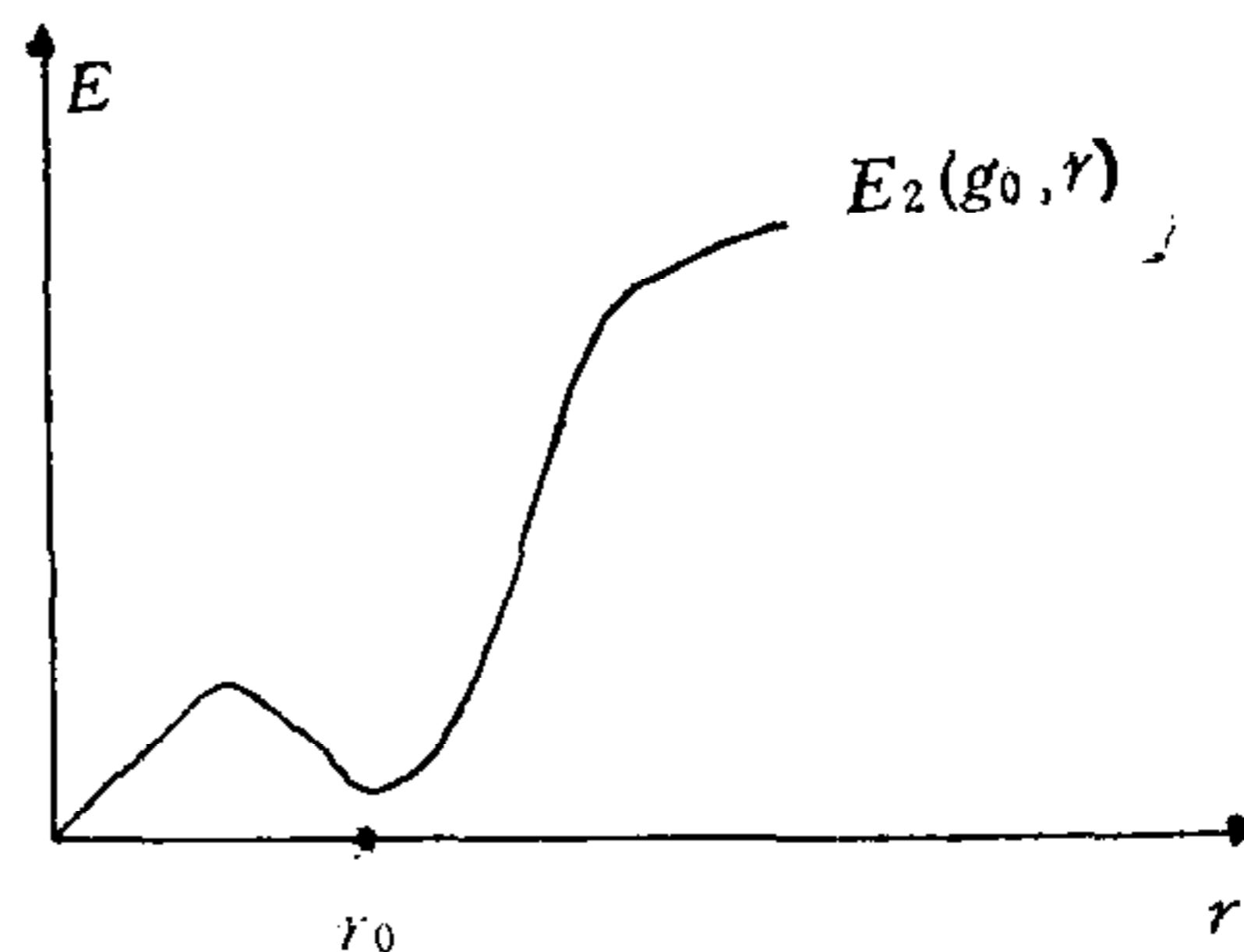


图 1  $E_2(g_0, r)-r$  曲线

卷积,然后加上给定信噪比(SNR)的随机噪声,从而形成模糊图象  $g_0(x, y)$ . 对任意  $r > 0$ , 把  $h_r(x, y)$  看作退化模型,  $g_0(x, y)$  是相应的模糊图象,然后采用最小二乘图象复原技术求出  $f_r(x, y)$  和计算出  $C(r) = E_2(g_0, r) = E_1(f_r, g_0, r)$ . 实验结果表明,对任意的  $f_0(x, y)$ 、 $h_{r_0}(x, y)$  和  $g_0(x, y)$ , 曲线  $C(r)$  均具有下面图示的形状(图1). 即  $r_0$  是  $C(r)$  唯一的非零极小值点. 因此可首先估算出  $r_0$  的初值,然后利用斐波那契最优搜索方法来求  $C(r)$  的极小值,这样便可大大地降低计算量.

### 3 由梯度图象估计模糊半径的初值

当景物中的物体处在焦平面上时,其相应的图象  $f_0(x, y)$  上沿物体区域边缘点的边缘法向上理想灰度剖面图如下面的图2所示.

如果物体不处在焦平面上,其对应的图象  $g_0(x, y)$  是模糊的. 若忽略噪声的影响,则有:

$$\begin{aligned} g_0(x, y) &= h_r(x, y) * f(x, y) \\ &= \frac{1}{\pi r^2} \iint_{\xi^2 + \eta^2 \leq r^2} f(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta \end{aligned} \quad (6)$$

假定景物中只有一个物体,图3是聚焦图象  $f_0(x, y)$  的示意图. 在图3中,物体区域是一半径为  $r$ , 圆心为  $(x_0, y_0)$  的圆盘,  $I_1$  和  $I_2$  分别为物体区域和背景区域的灰度值,不妨设  $I_1, I_2$  是恒值的,且  $I_1 > I_2$ . 令  $S(x, y, r)$  表示半径为  $r$ , 圆心为  $(x, y)$  的圆盘区域,其面积用  $A_r$  表示. 下面分析沿物体区域边缘法线  $L$  上模糊图象  $g_0(x, y)$  的灰度分布情况. 令  $(x_l, y_l)$  是  $L$  上的点,  $A_r^{(1)}, A_r^{(2)}$  分别为  $S(x_l, y_l, r)$  在物体区域内、外部分区域的面积,则有

$$\begin{aligned} g_0(x_l, y_l) &= \frac{1}{A_{r_0}} \iint_{\xi^2 + \eta^2 \leq r_0^2} f_0(x_l - \xi, y_l - \eta) d\xi d\eta \\ &= \frac{1}{A_{r_0}} (I_1 A_{r_0}^{(1)} + I_2 A_{r_0}^{(2)}) \end{aligned} \quad (7)$$

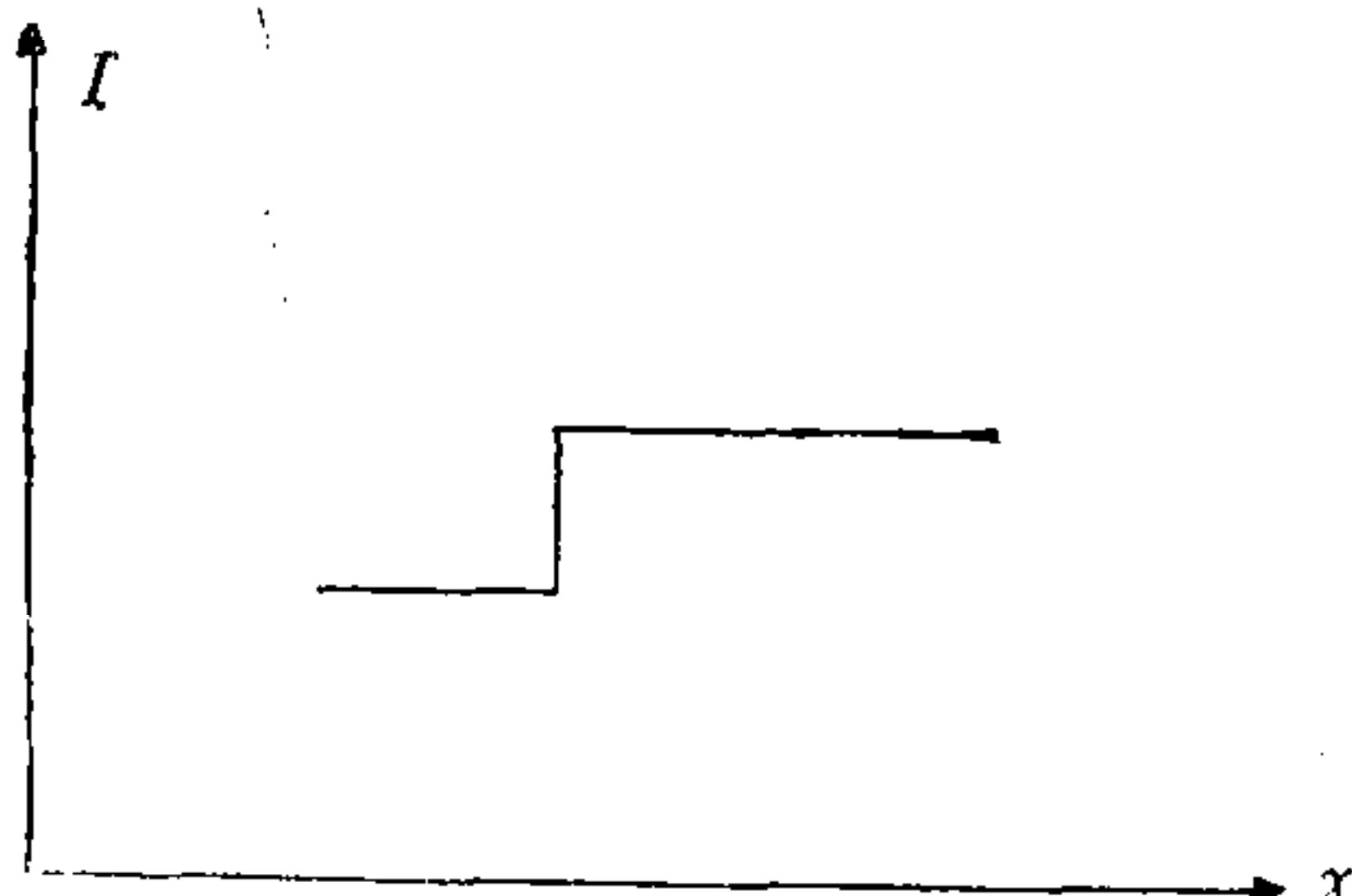


图2 理想阶跃边缘剖面图

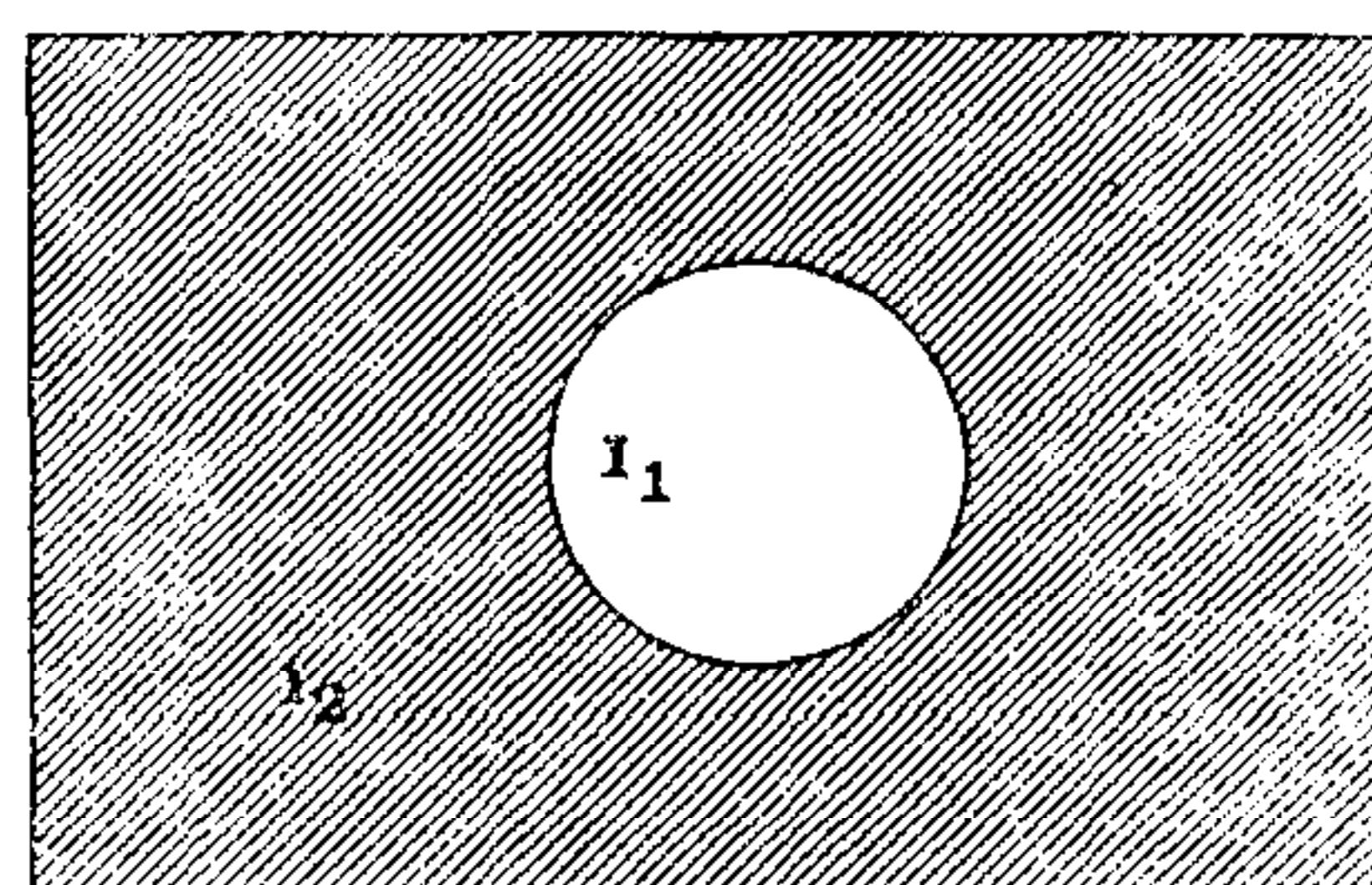


图3 聚焦图象示意图

显然,在图4(a)、4(b)、4(c)场合,分别有下面(8)、(9)和(10)式成立:

$$I_2 < g_0(x_l, y_l) < I_1 \quad (8)$$

$$g_0(x_l, y_l) = I_1 \quad (9)$$

$$g_0(x_l, y_l) = I_2 \quad (10)$$

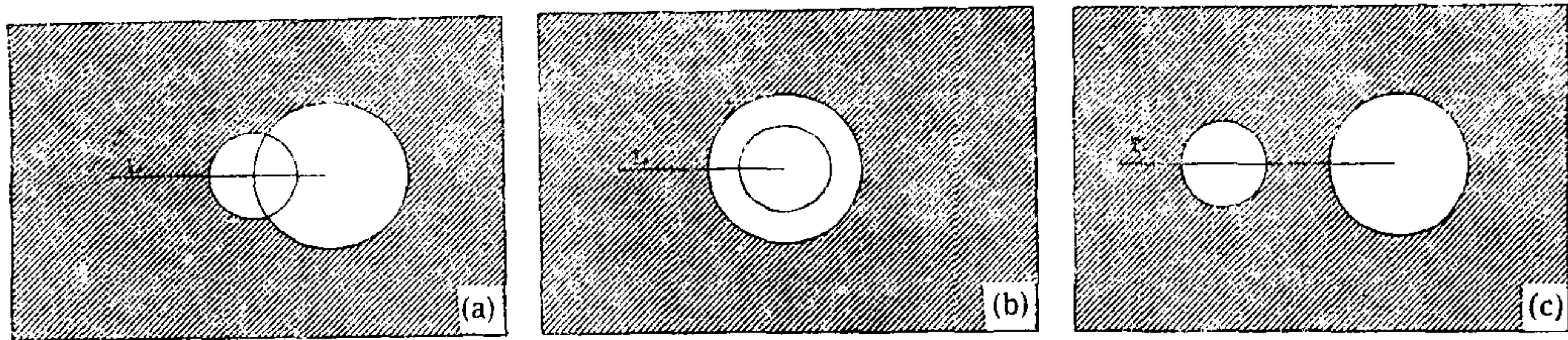


图4 沿直线  $L$  计算  $g(x_l, y_l)$  示意图。(a)  $S(x_l, y_l, r_0)$  和物体区域相交;(b)  $S(x_l, y_l, r_0)$  在物体区域内;(c)  $S(x_l, y_l, r_0)$  在物体区域外。

因此,当  $(x_l, y_l)$  由物体区域圆心沿直线  $L$  向外移动时,  $g_0(x_l, y_l)$  的值是单调不增的, 其相应的灰度分布由图 5 所示, 而沿  $L$  的灰度梯度幅值分布则为图 6 所示的形式。在图 5 和图 6 中, 横坐标  $dl$  表示  $(x_l, y_l)$  同  $(x_0, y_0)$  的距离。由图可见,  $\Delta L$  和  $r_0$  有如下的关系式成立:

$$\Delta L = 2r_0 \quad (11)$$

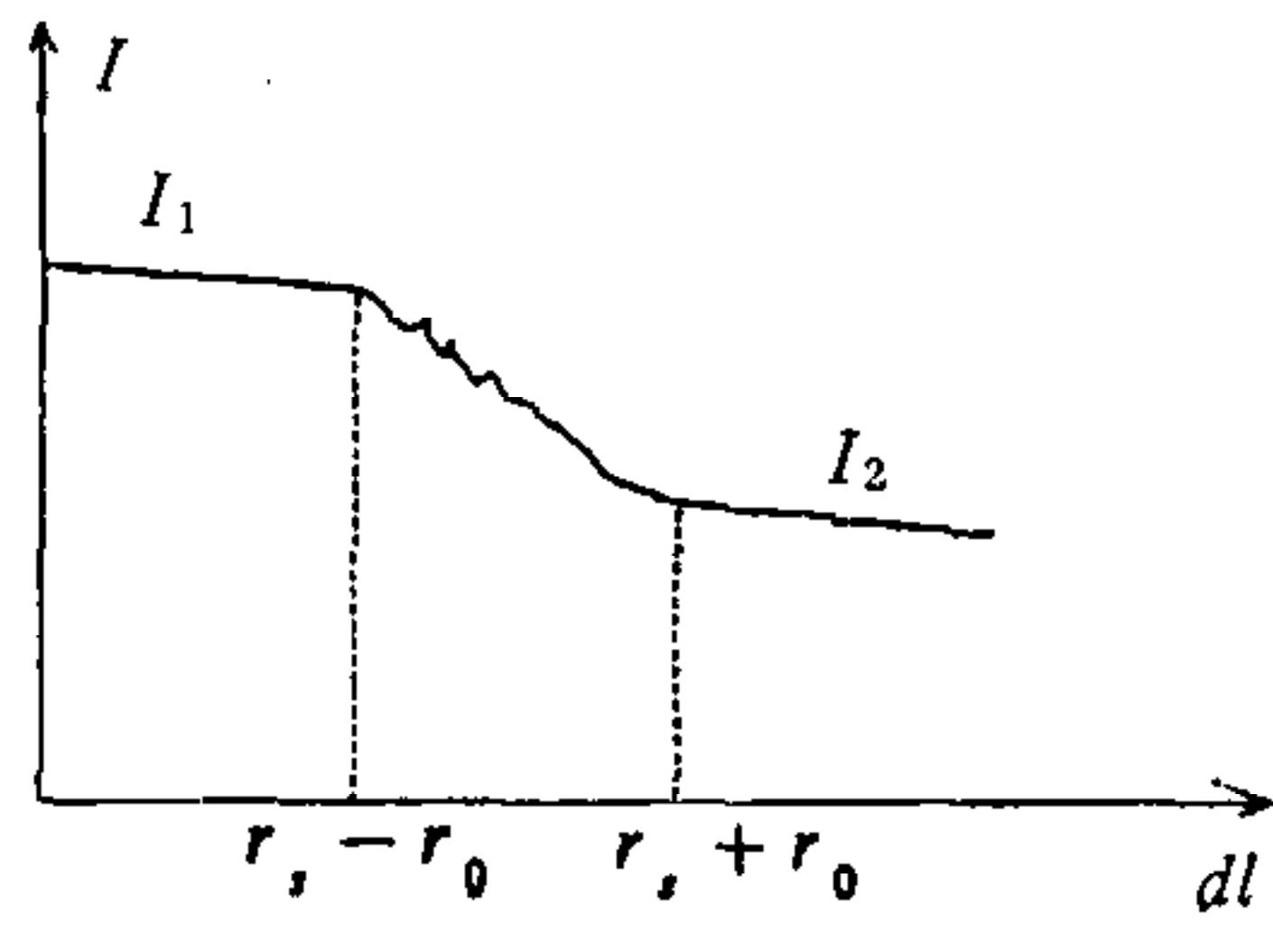


图5 沿直线  $L$  模糊图象的灰度分布

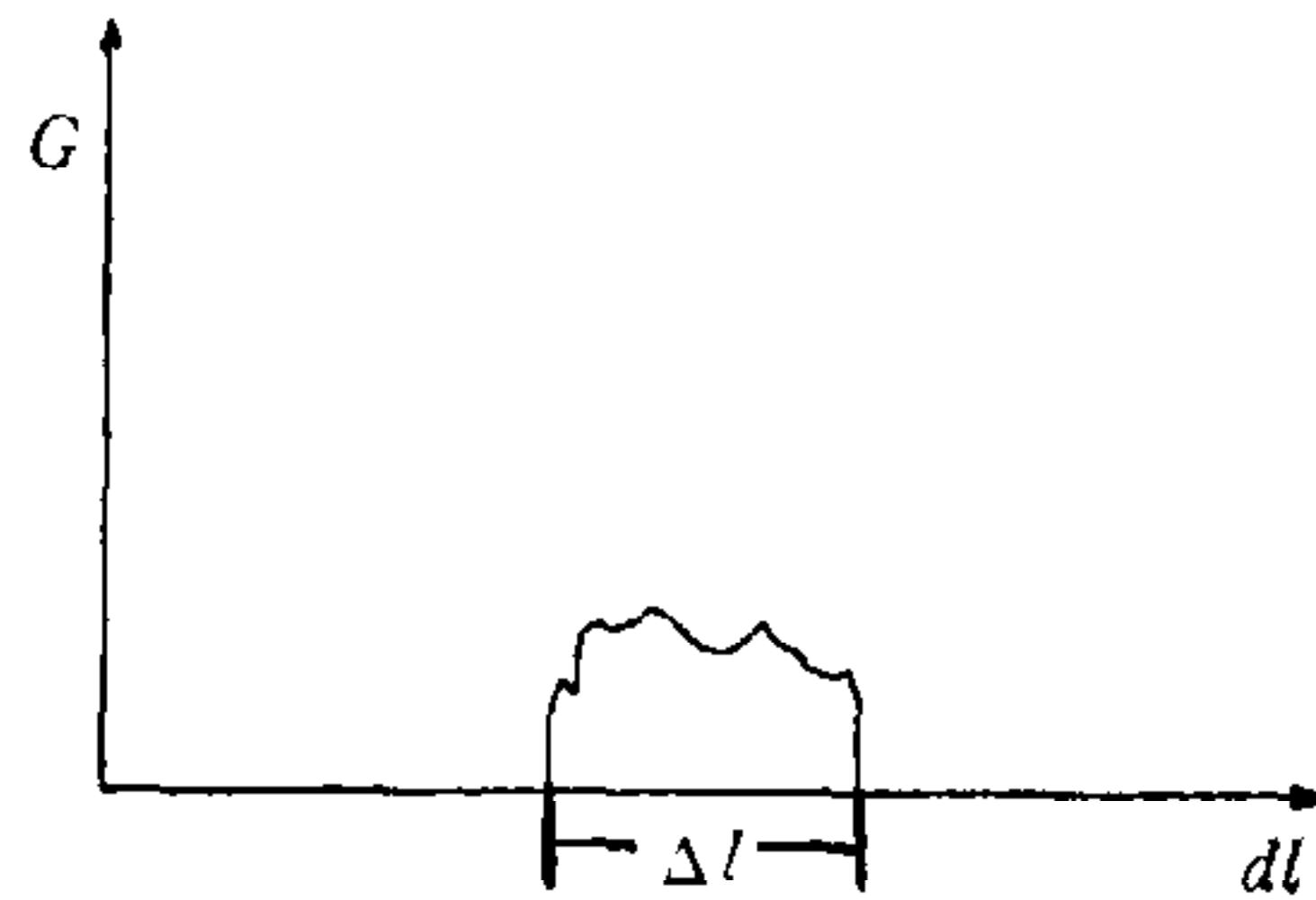


图6 沿直线  $L$  模糊图象的梯度幅值分布

如果物体区域为非圆盘区域, 但其边缘曲线是光滑的, 且边缘曲线的曲率小于半径为  $r_0$  的圆周曲率, 公式(11)同样成立。因此, 从纯理论角度, 可根据(11)式来确定模糊半径  $r_0$ , 然而这在实际问题中却是不可行的。因为一般实际图象上的物体和背景区域的灰度不是恒值的, 并且图象中含有大量的噪声。但是, 可用(11)式来估计模糊参数  $r_0$  的初值, 并在此基础上, 利用求极小值的方法在一局部范围内精确地确定  $r_0$  的值。

## 4 算法描述

根据上面两节介绍的基本原理和方法, 设计了离焦模糊图象辨识算法, 并已在 SGI4D/80 工作站上程序实现, 以下给出算法中的关键步骤。

### 4.1 估算模糊半径 $r_0$ 的初值

根据现有的图象处理技术, 可设计各种算法估算  $r_0$  的初值。以下给出的方法是基于模糊图象  $g_0(x, y)$  的梯度图象上的细长区域的平均宽度。当模糊图象  $g_0(x, y)$  经 Sobel 算子处理后, 下列步骤用于估算模糊半径  $r_0$  的初值。

步骤 1. 利用阈值  $T$  求出梯度幅值图象的二值化图象 ( $T$  为预先给定的正数), 然后

采用跟踪技术求出二值化图象中区域的边界点集  $ES$ , 并从  $ES$  中删除属于周长很短的边界曲线的边界点.

步骤 2. 利用非极大值抑制技术求出梯度图象局部梯度幅值极大值点, 这些点构成的集合记为  $GS$ .

步骤 3. 对  $GS$  中任意一点  $P$ , 沿该点的梯度正、负方向搜索  $ES$  中的点. 设沿正负方向搜索到  $ES$  中的第一个点分别为  $P_1, P_2$ , 如果  $P_1$  和  $P_2$  均满足:  $\|P - P_1\| \leq dt$  和  $\|P - P_2\| \leq dt$  ( $dt$  为给定阈值), 则  $P_1$  和  $P_2$  之间的距离为  $P$  点相应的边缘宽度, 否则, 将  $P$  从  $GS$  中删除.

步骤 4. 对  $GS$  中所有点的边缘宽度做平均, 设  $D$  为该平均值, 则  $D/2$  为模糊半径  $r_0$  的估计值, 用  $r_i$  表示.

#### 4.2 计算 $E_2(g_0, r)$

对任意  $r > 0$ ,  $E_2(g_0, r)$  可利用最小二乘图象复原技术来计算. 为此. 首先将(1)式转化为下面的离散表达形式:

$$Y = H_r X + U \quad (12)$$

这里,  $Y$  和  $U$  是  $N$  维向量,  $X$  是  $M \times N$  矩阵,  $H_r$  是一  $M \times N$  矩阵,  $Y, U, X$  和  $H_r$  分别对应模糊图象、噪声图象、原图象和退化模型. 在离散模型场合,(3)、(4)可表示为:

$$DE_1(X, Y, r) = (H_r X - Y)'(H_r X - Y) \quad (13)$$

$$DE_2(Y, r) = \min_x \{(H_r X - Y)'(H_r X - Y)\} \quad (14)$$

因此, 求  $E_1(f, g_0, r)$  和  $E_2(g_0, r)$  转化为计算  $DE_1(X_0, Y_0, r)$  和  $DE_2(Y_0, r)$ , 而  $DE_2(Y_0, r)$  可利用最小二乘图象复原算法算出[9].

#### 4.3 由斐波那契 (Fibonacci) 最优搜索方法精确计算模糊半径 $r_0$

假定  $dr > 0$ ,  $dr$  是给定的误差范围,  $l$ , 是给定步长, 令

$$a = r_i - dr \quad (15)$$

$$b = r_i + dr \quad (16)$$

$F_{n+1}$  由下面公式确定

$$\frac{b - a}{F_{n+1}} < r \quad (17)$$

则  $r_0$  由下面斐波那契最优搜索方法确定:

(1)  $k := 0; a_0 := a; b_0 := b;$

(2)  $t_{k+1} := \frac{F_{n-k}}{F_{n+1-k}} (b_k - a_k) + a_k$

$t'_{k+1} := \frac{F_{n-k}}{F_{n+1-k}} (b_k - a_k) + a_k$ .

(3) If  $DE_2(Y_0, t_{k+1}) < DE_2(Y_0, t'_{k+1})$  then goto(5);

(4)  $a_{k+1} := t_{k+1}; b_{k+1} := b_k$ ; goto(6)

(5)  $a_{k+1} := a_k; b_{k+1} := t'_{k+1}$

(6) if  $k < n$  then begin  $k := k + 1$ ; goto(2) end;

(7)  $r_0 := (a_n + b_n)/2$ .

## 5 对高斯函数退化模型的适用性

上述讨论的方法中, 离焦退化模型是一圆盘函数。需要指出的是: 该方法的原理完全可用于当退化模型是高斯函数的模糊辨识及图象复原问题, 这是因为高斯函数退化模型中的参数  $\sigma$  和圆盘函数退化模型中的参数  $r$  具有下面的关系[10]:

$$\sigma = kr \quad (18)$$

式中  $k$  是一常数。

## 6 实验结果

我们对人工模拟和实际的离焦模糊图象做了大量实验, 结果表明, 本文方法是相当有效的。以下给出两个例子, 在第一个例子中, 图象为  $200 \times 200$  象素; 在第二个例子中, 图象为  $512 \times 512$  象素, 两幅图象的灰度级别均为 256。

图 7(a) 是一人工模拟图象, 图 7(b) 是图 7(a) 经过模糊运算且添加高斯噪声得到的图象, 其中模糊半径  $r = 5.0$  (单位为象素), 添加的噪声为 50 db, 根据模糊图象的梯度图象估算模糊半径初值为  $r_i = 5.5$ , 取  $dr = 1.5$ ,  $l_s = 0.2$ , 由斐波那契最优搜索方法求得的最后结果为  $r_0 = 5.0$ , 和实际模糊半径值是一致的。图 7(c) 是对应的  $r_0$  的复原图象。

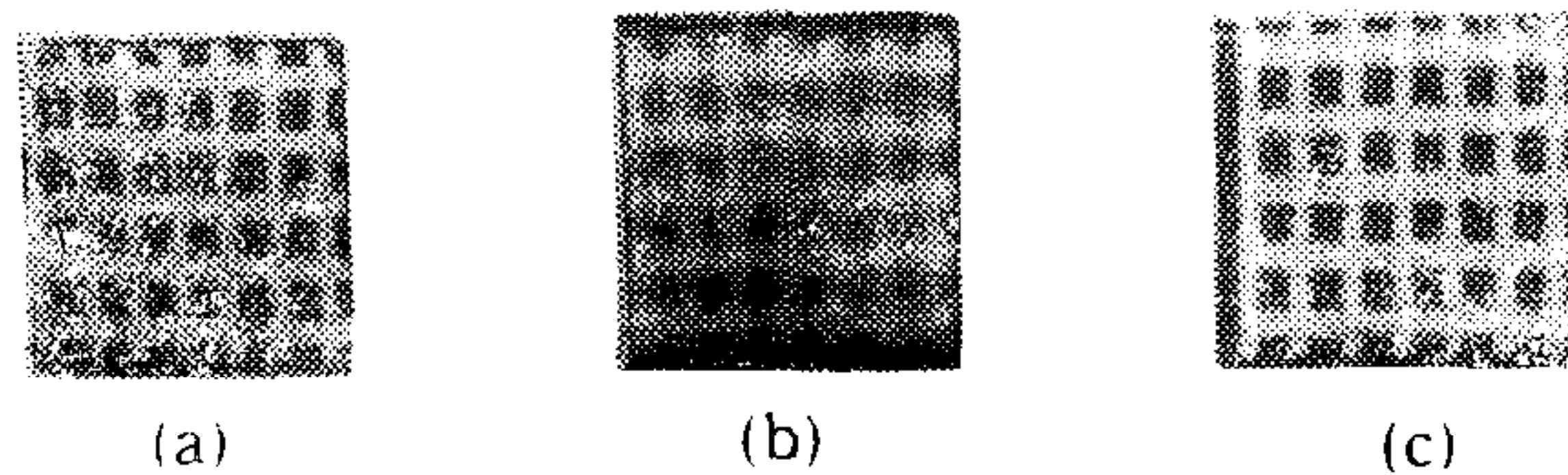


图 7 人工模拟模糊图象的处理结果。(a) 原始图象; (b) 具有噪声( $SNR = 50\text{db}$ )的人工模糊图象; (c) 由本文方法复原的图象。

图 8(a) 是一真实的人脸模糊图象, 由该图象的梯度图象估算出  $r_i = 3.7$ 。取  $dr = 1.5$ ,  $l_s = 0.15$ , 由斐波那契搜索方法求得  $r_0 = 3.25$ 。图 8(b) 是对应  $r_0$  的复原图象。

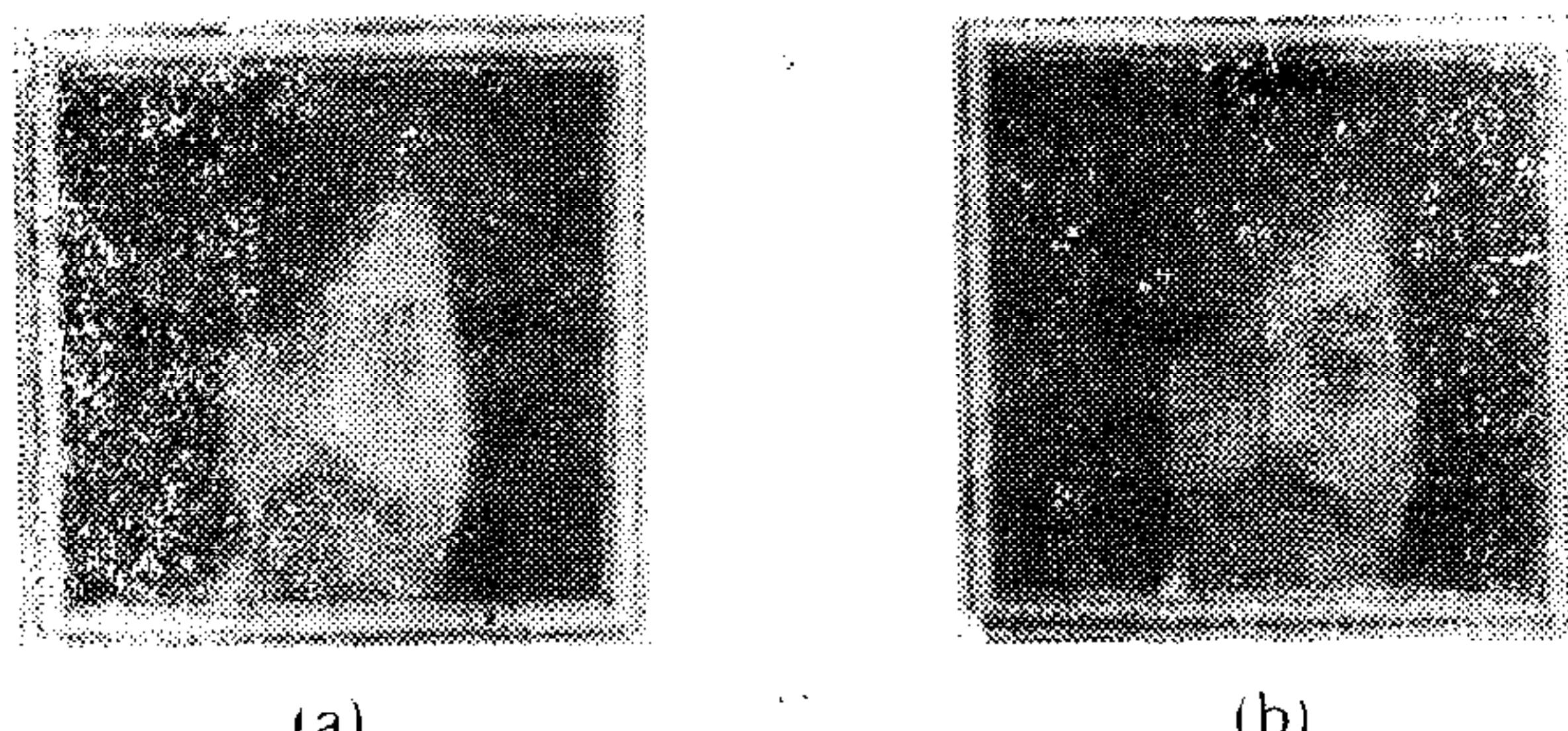


图 8 对实际拍摄的离焦模糊图象处理的结果。(a) 实际拍摄的模糊图象; (b) 由本文方法复原的结果。

## 7 结论

图象复原的重要研究问题之一是由模糊图象直接求出退化模型参数并同时使模糊图象复原。本文对离焦模糊图象提出了一种新颖而有效的模糊辨识方法，其基本原理为：首先利用模糊图象的梯度图象估算离焦模糊半径的初值，然后利用最小二乘图象复原技术和斐波那契最优搜索方法精确确定离焦模糊半径。实验结果证实了本文方法的可行性和有效性。此外，本文方法的原理完全可用于当退化模型是高斯函数の場合。

## 参 考 文 献

- [1] Andrews, H. C., Hunt, B. R., *Digital Image Restoration*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 1977.
- [2] Rosenfeld, A., Kak A., *Digital Picture Processing*, Vol. I, Academic Press, Orlando 1982.
- [3] Tekalp, A. M., et al, Identification of Image and Blur Parameters for the Restoration of Non-causal Blurs, *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 1986, **ASSP-34**:963—972.
- [4] Lagendijk, R. L., et al, Iterative Identification and Restoration, *Proc. Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing*, New York, 1988, 992—995.
- [5] Katsaggelos, A. K., Lay, K. T., Simultaneous Identification and Restoration of Images Using Maximum Likelihood Estimation, *Proc. 1989 Int. Conf. Control, Application*, Israel, 1989. TP-5-4.1—TP-5-4.5.
- [6] Gennery, D. B., Determination of Optical Transfer Function of Inspection of Frequency-domain Plot, *J. Opt. Soc. Amer.*, 1973, **63**:1571—1577.
- [7] Tatian, B., Method for Obtaining the Transfer Function from the Edge Response Function, *J. Opt. Soc. Amer.*, 1965, **55**:1014—1019.
- [8] Tescher, A. G., Andrews, H. G., Data Compression and Enhancement of Sampled Images, *Applied Optics*, 1972, **11**:919—925.
- [9] Podilchuk, C. L., Mammone, R. J., Projection Technique for Image Restoration, *Proc SPIE1199* (1989), 1486—1493.
- [10] Subbarao, M., Gurumoothy, N., Depth Recovery from Blurred Edges, *Inter. Conf. CVGR* (1988), 489—503.

## BLUR IDENTIFICATION AND RESTORATION OF IMAGES WITH OUT-OF-FOCUS BLUR

LIU KE, YANG JINGYU, QUAN JUN ANG CHENG YONGQING

(Department of Computer Science, Nanjing University of Science and Technology)

### ABSTRACT

In this paper, the problem of determining the model parameters of the degraded image and restoring the image from a defocused blur image is studied. An efficient method based on the gradient image of the blur image, least square restoration technique and Fibonacci optimal search method is presented. The basic principle of the method and the algorithm for the method are discussed. The experimental results are given in the paper.

**Key words:** defocused images; blur identification; image restoration



**刘 克** 1982 年毕业于南开大学数学系，分别于 1985 年、1989 年在南京理工大学计算机系和飞行力学与工程热物理系获工学硕士和工学博士学位。现任南京理工大学计算机系教授，曾获多项部级科技进步奖，已发表论文五十多篇。1991 年被国家教委和国务院学位委员会授予“在工作中做出突出贡献的中国博士”称号，1992 年获霍英东青年教师奖。研究领域包括：计算机视觉、模式识别、图象处理等。



**杨静宇** 1965 年毕业于南京理工大学计算机系，1982 年至 1984 年为美国伊利诺斯大学综合科学实验室（CSL）访问学者，现任南京理工大学计算机系教授和系主任，曾先后获得多项部级科技进步奖，已在国内外重要学术刊物及国际学术会议上发表论文七十多篇，并已出版著作和译著多部。研究领域包括：计算机视觉、模式识别、图象处理和计算机应用等。



**权 军** 1988 年毕业于华中理工大学电子与信息工程系，1991 年在南京理工大学自动控制系获工学硕士学位，现在南京理工大学机械制造系任教，研究领域包括：图象处理、信号处理和控制理论与应用等。

**程永清** 1984 年毕业于南京理工大学计算机系，1987 年在该系获工学硕士学位，现在美国麻省州立大学计算机系攻读博士学位，已在国内外重要学术刊物及国际会议上发表论文四十多篇，研究领域包括：模式识别、图象处理、计算机视觉等。