第20卷 第2期
1994年3月

自动化学报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 20, No. 2
Mar., 1994

短文

奇异系统中的未知干扰补偿[1)]

谭华林　杨成梧
(南京理工大学动力工程学院　210014)

摘　　要

本文讨论奇异系统的干扰补偿问题，分别给出了通过奇异动态补偿器和正常动态补偿器进行干扰补偿的条件，并给出了设计算法.

关键词：奇异系统，干扰补偿，稳定性.

1 引　　言

给定线性定常奇异系统

$$S:\quad E\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + B\boldsymbol{u} + D\boldsymbol{z}, \tag{1}$$

$$E_f\dot{\boldsymbol{z}} = F\boldsymbol{z}, \tag{2}$$

$$\boldsymbol{y} = C\boldsymbol{x}, \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{z}$ 和 $\boldsymbol{y}$ 分别是 n 维状态，p 维控制输入，r 维干扰输入和 m 维量测输出，E 是奇异方阵，E_f 是奇异或非奇异方阵. 恒设系统是正则的，即 $\det(sE+A)\neq 0$，$\det(sE_f+F)\neq 0$. 本文讨论的问题是对系统 S 设计一个带有动态补偿器的反馈控制器，既使闭环系统稳定，又能补偿未知干扰的影响.

关于闭环系统的稳定性，由于对奇异系统分离原理仍成立，故只须系统 S 能稳，即

$$\operatorname{rank}(sE-A,\ B)=n,\quad \forall s\in \mathbb{C}^+.$$

此时，有控制律 $u_1=K_1x$，使谱 $\sigma(E, A+BK_1)\subset \mathbb{C}^-$. 由奇异系统稳定性的熟知结果，有关此控制律的设计只须对 S 的慢子系统进行，因此可利用相应正常系统的设计方法，这里不再详述.

关于未知干扰的补偿，引入文[1]的有关概念和结果，只须干扰 $z(t)$ 是能并入控制且能估计的，有如下定理.

定理 1. 系统 S 的干扰 $z(t)$ 是能并入控制的充要条件是方程 $BX=D$ 对 X 有解.

因此，以下只考虑 $z(t)$ 的能估性.

1) 获国家自然科学基金资助.
本文于1990年5月8日收到.

2 奇异动态补偿器

本节考察用奇异状态观测器来估计 $z(t)$. 考虑扩充系统

$$\tilde{E}\dot{w} = \tilde{A}w + \tilde{B}u, \tag{4}$$

$$y = \tilde{C}w, \tag{5}$$

其中

$$\tilde{E} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & E_f \end{bmatrix}, \tilde{A} = \begin{bmatrix} A & D \\ 0 & F \end{bmatrix}, \tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{C} = [C, 0],$$

$$w = (x^T, z^T)^T.$$

由奇异系统奇异状态观测器理论[2]可得如下结果:

定理 2. 系统 S 的干扰 $z(t)$ 是能估计的一个充分条件是

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} sE - A & -D \\ 0 & sE_f - F \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + r, \ \forall s \in \mathbb{C}^+.$$

定理 3. 若系统 S 能稳, $BX = D$ 有解,且

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} sE - A & -D \\ 0 & sE_f - F \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + r, \ \forall s \in \mathbb{C}^+,$$

则存在奇异动态输出反馈补偿器,使闭环系统稳定且使系统 S 的干扰 $z(t)$ 得到补偿.

当定理 3 条件满足时,算法如下:

第一步. 取 $u_1 = K_1\hat{x}$ 使 $\sigma(E, A + BK_1) \subset \mathbb{C}^-$, 取 $K_2 = B^{(1)}D + (I - B^{(1)}B)H$ ($B^{(1)}$ 为 B 的{1}-逆, H 任意)得 $u_2 = -K_2\hat{z}$ 用于补偿干扰. 整个控制律为

$$u = u_1 + u_2 = K_1\hat{x} - K_2\hat{z}.$$

第二步. 对扩充系统构造观测器

$$E\dot{\hat{x}} = (A - G_1C + BK_1)\hat{x} + G_1y,$$

$$E_f\dot{\hat{z}} = -G_2C\hat{x} + F\hat{z} + G_2y,$$

其中 $G = (G_1^T, G_2^T)^T$ 使 $\sigma(\tilde{E}^-, \tilde{A} - G\tilde{C}) \subset \mathbb{C}^-$.

3 正常动态补偿器

考察用正常动态补偿器来补偿未知干扰,不失一般性,可设 $E_f = I$. 化系统 S 为其 SVD 坐标形式[3]可得

$$\sum\dot{x}_1 = A_1x_1 + A_2x_2 + B_1u + D_1z, \tag{6}$$

$$0 = A_3x_1 + A_4x_2 + B_2u + D_2z, \tag{7}$$

$$\dot{z} = Fz, \tag{8}$$

$$y = C_1x_1 + C_2x_2. \tag{9}$$

若系统 S 脉冲能观, 则知[3] $\operatorname{rank}(A_4^T, C_2^T)^T = n - q$, ($q$ 为 x_1 的维数), 这时有

L_2 使 $(A_4-L_2C_2)$ 可逆，进而使系统的 SVD 坐标形式中 x_2 的估计式可由 x_1 的估计式的代数式得到. 因此,这时可对系统(6)—(8)设计一个正常状态观测器.

定理 4. 若系统 S 能稳且脉冲能观，$BX=D$ 有解,且 S 的扩充系统能检测，则必存在形如

$$\dot{\omega}=A_c\omega+B_cu+Gy,\ \theta=F_c\omega+Mu+Ny$$

的正常动态输出反馈补偿器,使闭环系统稳定且使 S 的干扰 $z(t)$ 得到补偿.

证. 将(6)—(9)式改写为

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Sigma^{-1}A_1 & \Sigma^{-1}D_1\\ 0 & F\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ z\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\Sigma^{-1}A_2\\ 0\end{bmatrix}x_2+\begin{bmatrix}\Sigma^{-1}B_1\\ 0\end{bmatrix}u, \tag{10}$$

$$0=[A_3,\ D_2]\begin{bmatrix}x_1\\ z\end{bmatrix}+A_4x_2+B_2u, \tag{11}$$

$$y=[C_1,0]\begin{bmatrix}x_1\\ z\end{bmatrix}+C_2x_2, \tag{12}$$

由 S 的扩充系统能检测,知系统(10)存在(正常)状态观测器. 而 S 脉冲能观保证了 x_2 可表为 x_1 的代数式. 此时, S 的 $(q+r)$ 阶观测器为

$$\begin{bmatrix}\dot{\hat{x}}_1\\ \dot{\hat{z}}\end{bmatrix}=A_c\begin{bmatrix}\hat{x}_1\\ \hat{z}\end{bmatrix}+B_cu+Gy,$$

$$\hat{x}_2=F_c\begin{bmatrix}\hat{x}_1\\ \hat{z}\end{bmatrix}+Mu+Ny,$$

其中

$$A_c=H_1+L_1H_2,\ G=G_1+L_1G_2,$$
$$B_c=B_{c_1}+L_1B_{c_2},\quad G_2=I+C_2\Phi^{-1}L_2,$$
$$G_1=\begin{bmatrix}-\Sigma^{-1}A_2\Phi^{-1}L_2\\ 0\end{bmatrix},\ B_{c_1}=\begin{bmatrix}\Sigma^{-1}(B_1-A_2\Phi^{-1}B_2)\\ 0\end{bmatrix},$$
$$B_{c_2}=C_2\Phi^{-1}B_2,\ M=-\Phi^{-1}B_2,\ N=-\Phi^{-1}L_2,$$
$$\Phi=A_{22}-L_2C_2,\ H_2=[C_2\Phi^{-1}(A_3-L_1C_1),0],$$
$$H_1=\begin{bmatrix}\Sigma^{-1}A_1-\Sigma^{-1}A_2\Phi^{-1}(A_3-L_2C_1) & \Sigma^{-1}D_1\\ 0 & F\end{bmatrix}.$$

注意到使 Φ 可逆的 L_2 及使 A_c 稳定的 L_1 的存在性均已保证.　　证毕.

如果使定理 4 中的观测器具有另一种形式,则可得如下结果:

定理 5. 系统 S 的干扰 $z(t)$ 能用形如

$$\dot{\omega}_c=A_c\omega_c+B_cu+Gy,\ \theta=F_c\omega_c+Ly$$

的正常动态输出反馈补偿器进行补偿的一个充分条件是 $\mathrm{rank}(E^T,\ C^T)^T=n$, $BX=D$ 有解,且

$$\mathrm{rank}\begin{bmatrix}sE-A & -D\\ 0 & sI-F\\ C & 0\end{bmatrix}=n+r,\ \forall s\in\mathbb{C}^+.$$

证. 只须证 $(\tilde{E}、\tilde{A}、\tilde{C})$ 能正常化与 (E^T, A^T, C^T) 能正常化等价,显然成立.

容易看出用正常动态输出反馈补偿器进行干扰补偿的条件比用奇异动态输出反馈补偿器的条件要强,前者要求 (E^T, A^T, C^T) 能正常化. 另外,定理 4 的证明是构造性的,设计算法由证明过程易得. 定理 5 的相应设计算法不易由证明得出,限于篇幅,这里就不再详述. 可以证明,这时可设计最小阶($n+r-m$ 阶)观测器用于估计和补偿.

参 考 文 献

[1] 王恩平. 线性系统中的未知干扰补偿. 全国控制理论与应用学术交流会论文集,科学出版社,1981, 86—89.
[2] 王 源. 广义线性系统的全状态输出调节. 控制理论与应用, 1986,**3**(3): 69—76.
[3] Yang Chengwu, Tan Hualin. Observers design for singular systems with unknown inputs. *Int. J. Control*, 1989,**49**(6): 1937—1946.

DISTURBANCE COMPENSATION IN SINGULAR SYSTEMS

TAN HUALIN YANG CHENGWU
(Power Engineering College. Nanjing Univ. of Science and Technology 210014)

ABSTRACT

In this paper, the problem of compensating the disturbances in a singular system is discussed. The condition of disturbance compensation by singular compensator and regular compensator are given respectively. The design methods for these cases are also presented.

Key words: singular systems; distutbance compensation; stability.