第20卷 第2期 自 动 化 学 报 Vol. 20, No. 2
1994 年 3 月 ACTA AUTOMATICA SINICA Mar., 1994

短 文

工业过程稳态优化控制新方法——修正目标函数法[1)]

黄正良　万百五　韩崇昭
(西安交通大学系统工程研究所　710049)

摘　　要

本文对带有输出关联不等式约束的工业过程提出了一种确定稳态优化控制的新算法——修正目标函数法．该算法具有全局单调收敛性，事先不需要建立近似稳态模型．仿真结果显示了该算法的有效性及优越性．

关键词：稳态优化控制，工业过程，优化算法．

1 引　　言

求解带有输出关联不等式约束的稳态优化控制问题有两种方法：其一是 Brdyś 方法[1]；其二是林杰提出的方法[2)]．Brdyś 方法与林杰的方法都是使用乘子将关联约束加到目标函数中，迫使最终迭代收敛点满足 Kuhn-Tucker 条件，所以这两种迭代方法难以保证在可行域内进行．从算法构造的机理来看，由于 Brdyś 方法只顾及到最优性条件，忽视了迭代的收敛性，因而算法较为简洁，但难以保证算法的收敛性．林杰的方法因要顾及收敛性与最优性，因而算法较为复杂，且应用条件十分苛刻，收敛性是局部的．而本文所提出的方法是从可行域出发，始终保证迭代在可行域内进行，算法具有全局单调收敛性，应用条件较弱，且适用非凸问题，事先不需要建立近似稳态模型．

2 算法的构成

稳态优化控制问题可描述如下：

$$
(\mathrm{OP})\begin{cases}\min\limits_{c,y} Q(\boldsymbol{c},\boldsymbol{y}),\\ \mathrm{s.t.}\ \boldsymbol{y}=F_*(c),\\ G(\boldsymbol{c},\boldsymbol{y})\leqslant 0.\end{cases}\tag{1}
$$

---

1) 国家自然科学基金资助课题．

2) 林　杰，稳态大系统优化与控制问题研究，西安交通大学博士论文，1987．

本文于 1991 年 1 月21日收到．

这里 $\boldsymbol{c}=(c_1,\cdots,c_n)^T\in R^n$ 是过程设定点，$\boldsymbol{y}=(y_1,\cdots,y_m)^T\in R^m$ 是过程输出，输入/输出关系 $y=F_*(\mathbf{c})$ 一般是未知的. $G(\cdot):R^n\times R^m\to R^p$ 是对过程的约束条件.

假设 1. $J(\mathbf{c})\doteq Q(\mathbf{c},F_*(0))$，$\boldsymbol{g}(\mathbf{c})\triangleq G(\mathbf{c},F_*(\mathbf{c}))$ 和 $\boldsymbol{y}=F_*(\mathbf{c})$ 是D上二阶可微的映射，且存在 M_1，$M_2>0$，使 $\|\nabla^2 J(\mathbf{c})\|\leqslant M_1$，$\|\nabla^2 g_i(\mathbf{c})\|\leqslant M_2$，$\forall \mathbf{c}\in D$，$i\in\overline{1,p}$ 这里 $D\triangleq\{\boldsymbol{v}\in R^n|\boldsymbol{g}(\boldsymbol{v})\leqslant 0\}$ 为紧集.

$\forall \boldsymbol{v}\in D, i\in\overline{1,p}$，作

$$J(\mathbf{c},\boldsymbol{v})\triangleq J(\boldsymbol{v})+\nabla^T J(\boldsymbol{v})(\mathbf{c}-\boldsymbol{v})+\frac{1}{4}(\mathbf{c}-\boldsymbol{v})^T A(\mathbf{c}-\boldsymbol{v}), \tag{2}$$

$$g_i(\mathbf{c},\boldsymbol{v})\triangleq g_i(\boldsymbol{v})+\nabla^T g_i(\boldsymbol{v})(\mathbf{c}-\boldsymbol{v})+\frac{1}{4}(\mathbf{c}-\boldsymbol{v})^T B(\mathbf{c}-\boldsymbol{v}), \tag{3}$$

$$D(\boldsymbol{v})\triangleq\{\mathbf{c}|\mathbf{c}\in R^n,\ g_i(\mathbf{c},\boldsymbol{v})\leqslant 0, i\in\overline{1,p}\}. \tag{4}$$

这里 $A-M_1I_{n\times n}$ 和 $B-M_lI_{n\times n}$ 为正定对称阵。显然 $D(\boldsymbol{v})\subset D$ 且 $\boldsymbol{v}\in D(\boldsymbol{v})$，$J(\mathbf{c},\boldsymbol{v})$ 和 $g_i(\mathbf{c},\boldsymbol{v})$ 是严格凸函数.

考虑修正了的优化问题

$$(\mathrm{MOP})\quad \min_{c\in D(v)} J(\mathbf{c},\boldsymbol{v}), \tag{5}$$

记其解为 $c(\boldsymbol{v})$. 具体的算法如下:

任给初始点 $\boldsymbol{v}^\circ\in D$，第 k 步迭代为

对于 $\boldsymbol{v}^k\in D(\boldsymbol{v}^{k-1})$，求解（MOP）问题. 若 $\mathbf{c}(\boldsymbol{v}k)=\boldsymbol{v}^k$，迭代终止;否则作 $\boldsymbol{v}^{k+1}=\mathbf{c}(\boldsymbol{v}^k)\in D(\boldsymbol{v}^k)$.

3 收敛性分析

作算法解集 $\Omega\triangleq\{\boldsymbol{v}\in D|\mathbf{c}(\boldsymbol{v})=\boldsymbol{v}\}$，要证明若 $\mathbf{c}(\boldsymbol{v})\neq\boldsymbol{v}$ 必有 $J[\mathbf{c}(\boldsymbol{v})]<J(\boldsymbol{v})$.

事实上,由于 $J(\mathbf{c},\boldsymbol{v})$ 是严格凸函数,且 $\mathbf{c}(\boldsymbol{v})$ 为（Mop）的最优解,则必有

$$\nabla^T J[\mathbf{c}(\boldsymbol{v}),\boldsymbol{v}][\mathbf{c}(\boldsymbol{v})-\boldsymbol{v}]<0, \tag{6}$$

即有

$$\nabla^T J(\boldsymbol{v})[\mathbf{c}(\boldsymbol{v})-\boldsymbol{v}]<-\frac{1}{2}[\mathbf{c}(\boldsymbol{v})-\boldsymbol{v}]^T A[\mathbf{c}(\boldsymbol{v})-\boldsymbol{v}], \tag{7}$$

从而

$$\begin{aligned}J[\mathbf{c}(\boldsymbol{v})]-J(\boldsymbol{v})&\leqslant\nabla^T J(\boldsymbol{v})[\mathbf{c}(\boldsymbol{v})-\boldsymbol{v}]+\frac{M_1}{2}\|\mathbf{c}(\boldsymbol{v})-\boldsymbol{v}\|^2\\&<\frac{1}{2}[\mathbf{c}(\boldsymbol{v})-\boldsymbol{v}]^T(M_1I_{n\times n}-A)[\mathbf{c}(\boldsymbol{v})-\boldsymbol{v}]\\&<0.\end{aligned} \tag{8}$$

即证明了: $\forall \boldsymbol{v}\in D-\Omega$ 必有 $J[\mathbf{c}(\boldsymbol{v})]<J(\boldsymbol{v})$.

又因为 $\mathbf{c}(\cdot)$ 是一个连续映射[2]，D是闭集，由文[3]可得到如下定理:

定理 1. 若假设 1 成立,则上述算法或者有限步终止于Ω上;或者产生一个无穷序列

$\{v^k\}$，它至少存在一个聚点，且所有聚点属于 Ω，并有 $\lim\limits_{k\to+\infty} J(v^k) = J(v^*)$（$v^*$ 为它的任一聚点）.

4　最优性分析

定理 2.　若假设 1 成立，$v^* \in \Omega^*$（(OP) 问题最优解集）为正则点，则有 $v^* \in \Omega$；反之，若 $\tilde{v} \in \Omega$ 为正则点，则 $\tilde{v}$ 为 (OP) 问题的 Kuhn-Tucker 点.

证. 首先有 $\nabla J(v,v) = \nabla J(v)$，$g(v,v) = g(v)$ 和 $\nabla g(v,v) = \nabla g(v)$这里 $g(c,v) = (g_1(c,v),\cdots,g_p(c,v))^T$. 因 $v^* \in \Omega^*$ 为正则点，从而存在非负向量 η 使得

$$\nabla J(v^*) + \nabla g(v^*)\eta = 0, \tag{9}$$

这里 $\eta_i g_i(v^*) = 0,(i \in \overline{1,p})$，于是得到

$$\nabla J(v^*,v^*) + \nabla g(v^*,v^*)\eta = 0, \tag{10}$$

$$\eta_i g_i(v^*,v^*) = 0,(i \in \overline{1,p}) \tag{11}$$

从而知 v^* 为 (MOP) 优化问题的 Kuhn-Tucker 点，又因 (MOP) 优化问题是一个凸规划问题，所以必有 $v^* \in \Omega$. 同理可证定理 2 之后半部分.

推论 1.　若假设 1 成立，$g(c)$ 和 $J(c)$ 是凸函数，Ω 是正则点集合，则有 $\Omega = \Omega^*$.

5　仿真研究

例 1[1].　系统输入输出关系

$$y_1^* = 1.8y_2^* + 1.4c_1 - 0.6c_2,$$
$$y_2^* = 1.1y_1^* + 1.3c_3 - 1.1c_4,$$
$$y_3^* = -1.1y_1^* + 2.3c_4 - 0.7c_5.$$

系统近似稳态模型（用于修正两步法）为

$$y_1 = 2y_2 + c_1 - c_2 + \alpha_1,$$
$$y_2 = y_1 + c_3 - c_4 + \alpha_2,$$
$$y_3 = -y_1 + 2c_4 - c_5 + \alpha_3.$$

约束条件

$$y_i \geqslant 0,\ i = 1,2,3,$$
$$0.8 - c_2 - 0.6y_2 \geqslant 0,$$
$$2.04 + 1.05y_1 - c_3^2 - c_4^2 - c_5^2 \geqslant 0.$$

目标函数

$$J = c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + c_4^2 + c_5^2 + (y_1 - 1)^2 + 2(y_2 - 2)^2 + (y_3 - 3)^2 .$$

仿真结果如图 1、表 1 所示.

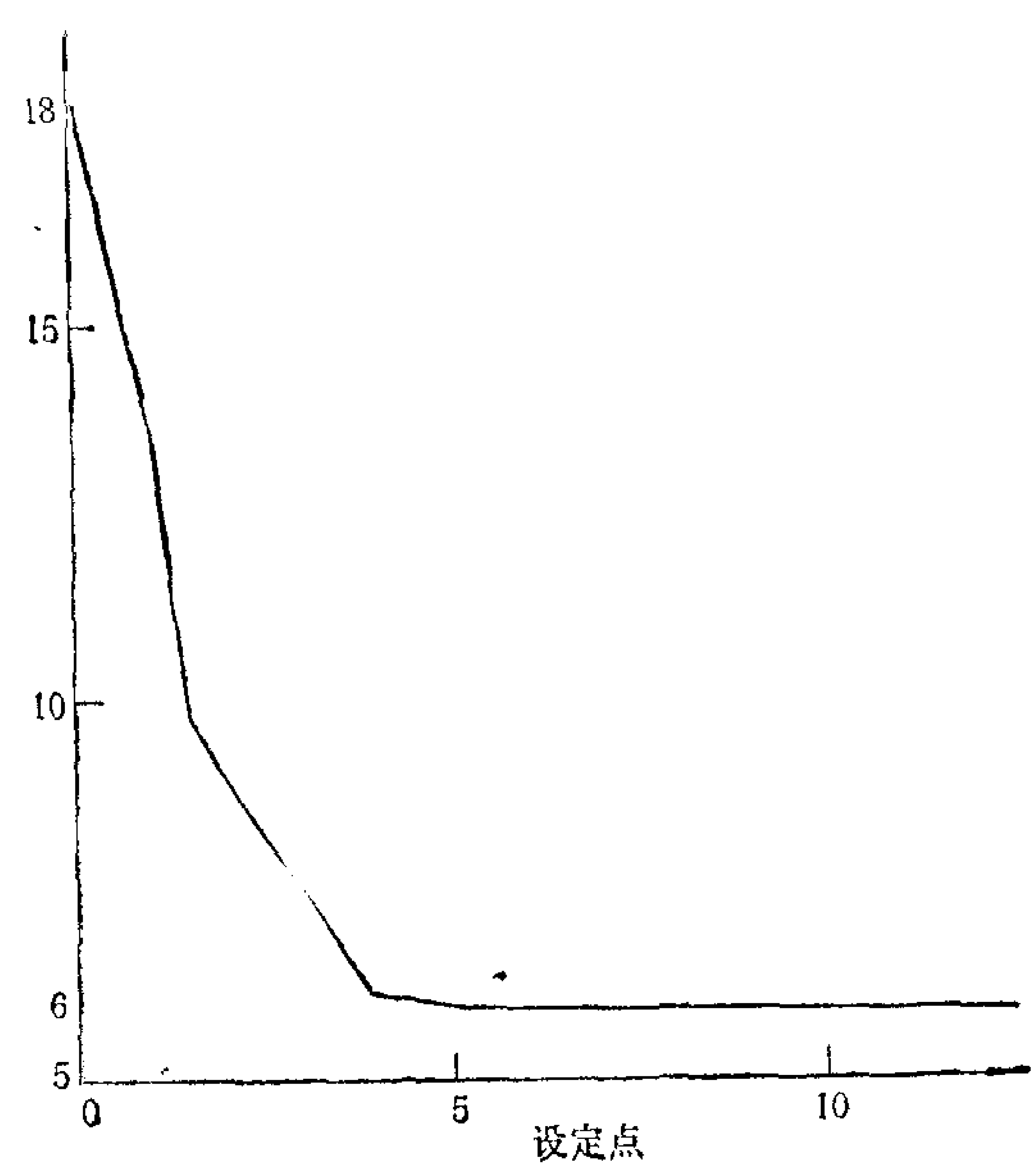

图 1　目标函数收敛图

表 1 几种算法的比较

初始点 $v^0=(0,0,0,0,0)$			
	迭代次数	算法最优	实际最优
本文方法	16	5.9262	5.9262
林杰方法	22	5.9261	5.9261
Brdyś 方法	29	5.9261	5.9261

参 考 文 献

[1] Brdyś M. Chen S and Roberts P D. An Extension ta the Modified Two-step Algorithm for Steady-State System Optimization and Parameter Estimation. *Iat. J. Systems Sci.*, 1986, **17**: 1227—1239.

[2] Chande B. Topoiogical Space. Oliver anr Boyd Ltd, 1963.

[3] Bazaraa M S and Shetty C M. Nonlinear Programming Theory and Algorithm. John and Wiley & Sons, New York, 1979.

MODIFIED PERFORMANCE INDEX METHOD FOR DETERMINING THE STEADY-STATE OPTIMIZING CONTROL OF INDUSTRIAL PROCESSES

HUANG ZHENGLIANG WAN BAIWU HAN CHONGZHAO

(Institute of Systems Engineering Xi'an Jiaoton University, 710049)

ABSTRACT

A modified performance index method for determining the steady-state optimum operating points of industrial processes with output dependent constraints is presented. The algorithm has a good global convergence subject to very mild conditions, and does not need to set up an approximate steady-state model in advance. Simulation result shows the efficiency of the presented algorithm.

Key words: Steady-state optimizing control; industrial ~~processes~~; optimization algorithm