第20卷 第2期 自动化学报 Vol. 20, No. 2
1994年3月 ACTA AUTOMATICA SINICA Mar., 1994

短文

KX 容错观测器[1)]

胡寿松 范存海
(南京航空航天大学自控系 210016)
胡维礼 王执铨
(南京理工大学自控系 210014)

摘 要

本文提出了多输出系统 KX 观测器的一种新的设计方法. 当多输出系统的某些输出测量值不可靠时,得到的 KX 观测器仍能渐近重构原系统的部分状态信息, 一旦那些不可靠的输出恢复正常时,该观测器又能渐近重构原系统的所有状态的信息.

关键词: KX 观测器,容错控制,状态重构.

1 引言

在设计基于观测器的控制器或补偿器时,对于确定性系统,根据分离原理, 状态反馈和观测器的设计可分别进行;对于不确定性系统,则可利用近几年日趋成熟的回路传递再生 LTR (Loop Transfer Recovery) 技术, 设计鲁棒控制器[1]. 当多输出系统由于传感器故障导致某些输出量测值不可靠时,可利用 LTR 技术及本文提出的容错观测器,设计鲁棒容错控制器.

2 基本理论

考虑如下线性定常可观测系统:

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}(t) &= A\boldsymbol{x}(t) + B\boldsymbol{u}(t), \quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0, \\ \boldsymbol{y}(t) &= C\boldsymbol{x}(t),\end{aligned} \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{x} \in R^n, \boldsymbol{u} \in R^m, \boldsymbol{y} \in R^l$, 矩阵 A、B 和 C 有相应维数. 显然,可观性矩阵

$$V = [C^T A^T C^T \cdots (A^{n-1})^T C^T]^T,$$

且有 $\mathrm{rank} V = n$. 设 $C^T = [\boldsymbol{c}_1^T \boldsymbol{c}_2^T \cdots \boldsymbol{c}_l^T]$, 则有

定义 1. 若令

1) 本文得到国家自然科学基金资助.
本文于 1992 年 5 月 6 日收到

$$v_1=\operatorname{rank}[\boldsymbol{c}_1^T\ A^T\boldsymbol{c}_1^T\cdots(A^{n-1})^T\boldsymbol{c}_1^T],$$
$$v_i=\operatorname{rank}[\boldsymbol{c}_1^T\ A^T\boldsymbol{c}_1^T\cdots(A^{v_1-1})^T\boldsymbol{c}_1^T\cdots\boldsymbol{c}_{i-1}^T A^T\boldsymbol{c}_{i-1}^T\cdots(A^{v_{i-1}-1})^T\boldsymbol{c}_{i-1}^T$$
$$\boldsymbol{c}_i^T\ A^T\boldsymbol{c}_i^T\cdots(A^{n-1})^T\boldsymbol{c}_i^T]-\sum_{j=1}^{i-1}v_j,\ i=2,3,\cdots,l,$$

则称 $\{v_i,i=1,2,\cdots,l\}$ 为系统(1)的三角标准形指数集. 显然有, $\sum_{i=1}^{l}v_i=n$.

引理[2]. 存在一个线性坐标变换 $\bar{\boldsymbol{x}}=P\boldsymbol{x}$, 可将系统 (1) 变换为如下等价三角标准形:

$$\begin{aligned}&\dot{\bar{\boldsymbol{x}}}(t)=\bar{A}\bar{\boldsymbol{x}}(t)+\bar{B}\boldsymbol{u}(t),\ \bar{\boldsymbol{x}}(0)=\bar{\boldsymbol{x}}_0,\\&\boldsymbol{y}(t)=\bar{C}\bar{\boldsymbol{x}}(t).\end{aligned}\tag{2}$$

为便于讨论,设 $\operatorname{rank}C=l$,且设 $1\leqslant\bar{l}<l$. 令 $\bar{\boldsymbol{x}}^T=[\tilde{\boldsymbol{x}}_1^T\ \tilde{\boldsymbol{x}}_2^T]$, $\boldsymbol{y}^T=[\tilde{\boldsymbol{y}}_1^T\ \tilde{\boldsymbol{y}}_2^T]$, 其中 $\tilde{\boldsymbol{x}}_1\in R_{\tilde{v}_1}$, $\tilde{\boldsymbol{x}}_2\in R_{\tilde{v}^2}$, $\tilde{\boldsymbol{y}}_1\in R_{\bar{l}}$, $\tilde{\boldsymbol{y}}_2\in R_{l-\bar{l}}$, 而 $\tilde{v}_1=\sum_{i=1}^{\bar{l}}v_i$, $\tilde{v}_2=\sum_{i=\bar{l}+1}^{l}v_i=n-\tilde{v}_1$, 则系统(2)可表示为

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\dot{\tilde{x}}_1\\\dot{\tilde{x}}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\tilde{A}_1&0\\\tilde{A}_2&\tilde{A}_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{x}}_1\\\tilde{\boldsymbol{x}}_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\tilde{B}_1\\\tilde{B}_2\end{bmatrix}\boldsymbol{u},\ \begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{x}}_1(0)\\\tilde{\boldsymbol{x}}_2(0)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{x}}_{10}\\\tilde{\boldsymbol{x}}_{20}\end{bmatrix},\\&\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{y}}_1\\\tilde{\boldsymbol{y}}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\tilde{C}_1&0\\\tilde{C}_2&\tilde{C}_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{x}}_1\\\tilde{\boldsymbol{x}}_2\end{bmatrix}.\end{aligned}\tag{3}$$

若再令 $\tilde{B}_2'=[\tilde{A}_2\ \tilde{B}_2]$, $\boldsymbol{u}'=[\tilde{\boldsymbol{x}}_1^T\ \boldsymbol{u}^T]^T$, $\tilde{\boldsymbol{y}}_2'=\tilde{\boldsymbol{y}}_2-\tilde{C}_2\tilde{\boldsymbol{x}}_1$, 则系统(3)可分解为如下两个子系统:

$$\begin{aligned}&\dot{\tilde{x}}_1=\tilde{A}_1\tilde{\boldsymbol{x}}_1+\tilde{B}_1\boldsymbol{u},\quad\tilde{\boldsymbol{x}}_1(0)=\tilde{\boldsymbol{x}}_{10},\\&\tilde{\boldsymbol{y}}_1=\tilde{C}_1\tilde{\boldsymbol{x}}_1.\end{aligned}\tag{4}$$

$$\begin{aligned}&\dot{\tilde{x}}_2=\tilde{A}_3\tilde{\boldsymbol{x}}_2+\tilde{B}_2'\boldsymbol{u}',\ \tilde{\boldsymbol{x}}_2(0)=\tilde{\boldsymbol{x}}_{20},\\&\tilde{\boldsymbol{y}}_2'=\tilde{C}_3\tilde{\boldsymbol{x}}_2.\end{aligned}\tag{5}$$

易知,系统(3)的 KX 观测器可取为

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\dot{\tilde{z}}_1\\\dot{\tilde{z}}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}F_1&0\\0&F_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{z}}_1\\\tilde{\boldsymbol{z}}_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}G_1&G_2\\G_3&G_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{y}}_1\\\tilde{\boldsymbol{y}}_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}H_1\\H_2\end{bmatrix}\boldsymbol{u},\ \begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{z}}_1(0)\\\tilde{\boldsymbol{z}}_2(0)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{z}}_{10}\\\tilde{\boldsymbol{z}}_{20}\end{bmatrix},\\&\boldsymbol{w}=[M_1\ M_2]\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{z}}_1\\\tilde{\boldsymbol{z}}_2\end{bmatrix}+[N_1\ N_2]\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{y}}_1\\\tilde{\boldsymbol{y}}_2\end{bmatrix}.\end{aligned}\tag{6}$$

其中 $\tilde{\boldsymbol{z}}_1\in R^{p_1}$, $\tilde{\boldsymbol{z}}_2\in R^{p_2}$, $\boldsymbol{w}\in R^q$, 各矩阵块有相应维数. 由文[3]知, 式(6)为系统 (3) 的 KX 观测器的充要条件是: a_1) F_1 和 F_2 的所有特征值均具有负实部; a_2)$T_1\tilde{A}_1+T_2\tilde{A}_2-F_1T_1=G_1\tilde{C}_1+G_2\tilde{C}_2$, $T_2\tilde{A}_3-F_1T_2=G_2\tilde{C}_3$, $T_3\tilde{A}_1+T_4\tilde{A}_2-F_2T_3=G_3\tilde{G}_1+G_4\tilde{C}_2$, $T_4\tilde{A}_3-F_2T_4=G_4\tilde{C}_3$; a_3)$H_1=T_1\tilde{B}_1+T_2\tilde{B}_2$, $H_2=T_3\tilde{B}_1+T_4\tilde{B}_2$; a_4)$\bar{K}_1=M_1T_1+M_2T_3+N_1\tilde{C}_1+N_2\tilde{C}_2$, $\bar{K}_2=M_1T_2+M_2T_4+N_2\tilde{C}_3$. 其中 T_1、T_2、T_3、T_4 和 $\bar{K}_1$、$\bar{K}_2$ 有相应维数,且 $\bar{K}=[\bar{K}_1\ \bar{K}_2]=KP^{-1}$.

相应地,子系统(4)的 KX 观测器可取为

$$\dot{\tilde{z}}_1' = F_1'\tilde{z}_1' + G_1'\tilde{y}_1 + H_1'u,\ \tilde{z}_1'(0) = \tilde{z}_{10}',$$
$$w_1' = M_1'\tilde{z}_1' + N_1'\tilde{y}_1, \tag{7}$$

其中 $\tilde{z}_1' \in R^{p_1}$，$w_1' \in R^q$，矩阵 F_1'、G_1'、H_1'、M_1' 和 N_1' 有相应维数．式(7)为子系统(4)的 KX 观测器的充要条件是：　b_1) F_1' 的所有特征值均具有负实部；b_2) $T_1'\tilde{A}_1 - F_1'T_1' = G_1'\tilde{C}_1, T_1' \in R^{p_1\times\tilde{v}_1}$；$b_3$) $H_1' = T_1'\tilde{B}_1$；b_4) $\bar{K}_1' = M_1'T_1' + N_1'\tilde{C}_1$.

同理，子系统(5)的 KX 观测器可取为

$$\dot{\tilde{z}}_2' = F_2'\tilde{z}_2' + G_2'\tilde{y}_2' + H_2'u', \tilde{z}_2'(0) = \tilde{z}_{20}',$$
$$w_2' = M_2'\tilde{z}_2' + N_2'\tilde{y}_2'. \tag{8}$$

其中 $\tilde{z}_2' \in R^{p_2}$，$w_2' \in R^q$，矩阵 F_2'、G_2'、H_2'、M_2' 和 N_2' 有相应维数．式(8)为子系统(5)的 KX 观测器的充要条件是：　c_1) F_2' 的全部特征值均具有负实部；c_2) $T_2'\tilde{A}_3 - F_2'T_2' = G_2'\tilde{C}_3, T_2' \in R^{p_2\times\tilde{v}_2}$；$c_3$)$H_2' = T_2'\tilde{B}_2'$；$c_4$)$\bar{K}_2' = M_2'T_2' + N_2'\tilde{C}_3$.

3 主要结果

命题 1. 设 $\mathrm{rank}C = l$. 若 (A,C) 可观，则 $(\tilde{A}_1,\tilde{C}_1)$ 和 $(\tilde{A}_3,\tilde{C}_3)$ 均可观．

周知，若一个系统可观，则其观测器是存在的．因此由命题 1 知，子系统 (4)，(5) 的 KX 的观测器是存在的．

定义 2. 设 $\tilde{y}_2$ 为系统(1)的部分输出量测值．若 $\tilde{y}_2$ 不可靠时，系统(1)的某个 KX 观测器仍能渐近重构其部分状态信息，则称该观测器为 KX 容错观测器．

KX 容错观测器的设计算法为

1) 取 $\bar{K}_2' = \bar{K}_2$，构造子系统(5)的一个 KX 观测器(8)，且满足其相应的四个条件；

2) 取 $G_2 = 0$，$T_2 = 0$；

3) 令 $G_4 = G_2'$，$T_4 = T_2'$，代入条件 a_2) 中的第 3 式，取某个 G_3，解得 T_3；

4) 由 $\bar{K}_1' = \bar{K}_1 - M_2'T_3 - N_2'\tilde{C}_2$ 求出 $\bar{K}_1'$，构造子系统(4)的一个 KX 观测器(7)，且满足其四个条件；

5) 构造系统(3)的一个 KX 观测器(6)，其中 $F_1 = F_1'$，$F_2 = F_2'$，$G_1 = G_1', G_2 = 0$，$G_4 = G_2', H_1 = T_1\tilde{B}_1, H_2 = T_3\tilde{B}_1 + T_4\tilde{B}_2, M_1 = M_1', M_2 = M_2', N_1 = N_1', N_2 = N_2', T_1 = T_1'$，$T_4 = T_2'$，$G_3$ 和 T_3 已由3)求出．

容易验证，用上述方法得到的观测器满足条件 a_1)—a_4)．下面讨论 KX 容错观测器的性质，并假定其与原系统无相同特征值．

命题 2. 设式(6)是系统(3)的 KX 观测器．若两者之间无相同特征值，则当 $\tilde{y}_2$ 不可靠时，观测器(6)至多可渐近重构系统(3)的 $\tilde{v}_1$ 个状态 $\tilde{x}_1$ 的信息．

命题 3. 取 $G_2 = 0$ 时，观测器(6)有如下性质：

1) 当 $\tilde{y}_2$ 不可靠时，观测器(6)仍能渐近重构系统(3)的部分状态 $\tilde{x}_1$ 的信息；

2) 一旦 $\tilde{y}_2$ 恢复正常时，观测器(6)又能自动恢复渐近重构系统 (3) 的全部状态信息；

3) 当 $\tilde{y}_2$ 不可靠时，可利用观测器(6)构成状态反馈；若 $(\tilde{A}_1,\tilde{B}_1)$ 可控，则可任意配置 $\tilde{v}_1$ 个闭环极点，可分离原理仍然成立；若 $(\tilde{A}_1,\tilde{B}_1)$ 可稳，$\tilde{A}_3$ 的特征值均具有负实部，

则可保证闭环稳定.

图 1 为 KX 容错观测器及系统的仿真曲线. 仿真结果验证了命题 3. 图中, x_s 表示系统状态, x_0 表示观测器状态; $\tilde{y}_2$ 在 3.5 秒至 4.5 秒之间因传感器故障而为零,其余时间可靠.

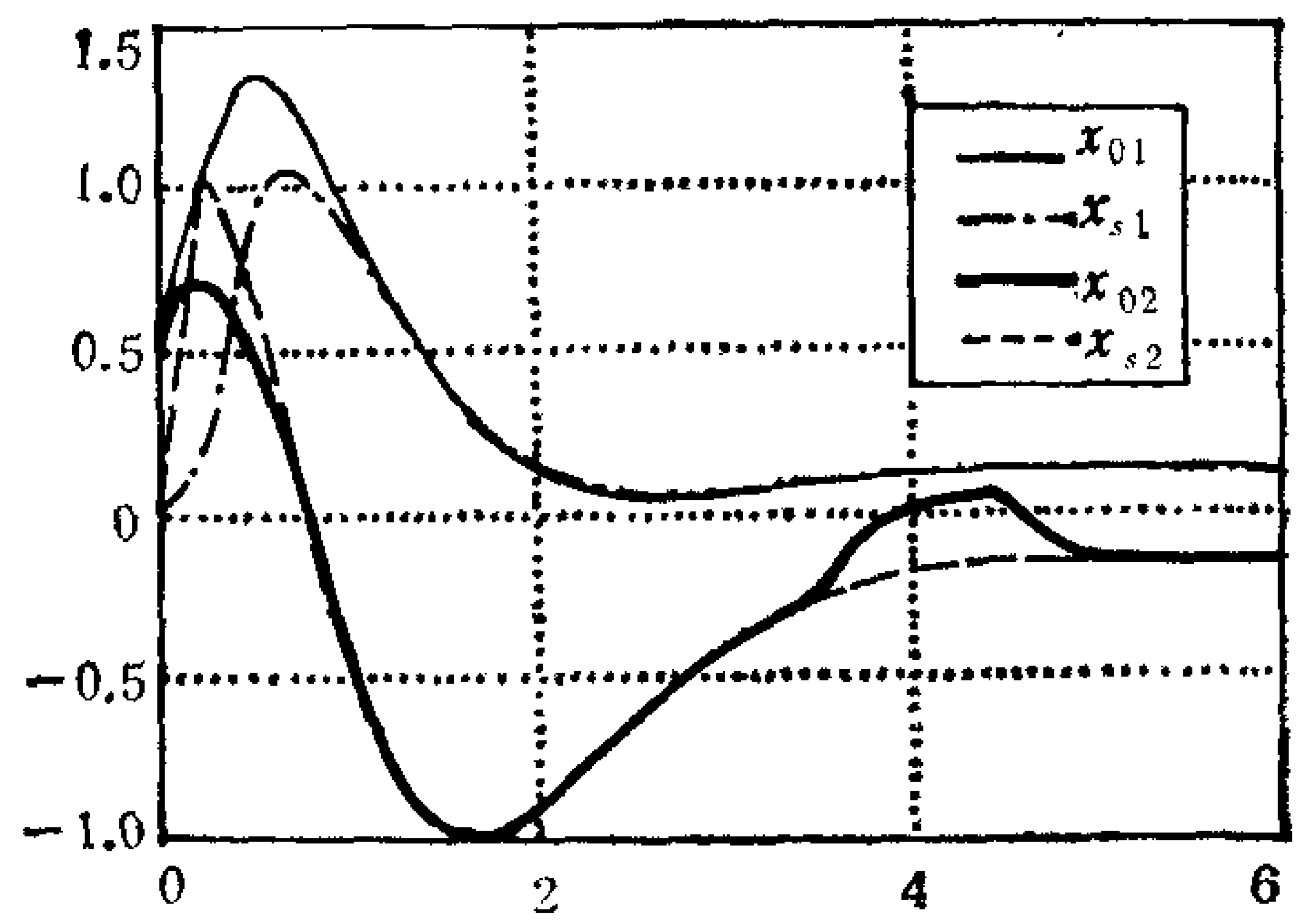

图 1 KX 容错观测器

参 考 文 献

[1] Niemann, H H et al. Loop Transfer Recovery for General Observer Architecture. *INT. J. Control*, 1991, **49**(5): 1177—1203.
[2] Levine J and Marino R. On Fault-tolerant Observer. *IEEE Trans.*, 1990, **AC-35**, 623—627.
[3] Thomas E, Fortmann and Darrell Wiuiamson. Design of Low-order Observers for Linear Feedback Control Laws. *IEEE Trans.*, 1972, **AC-17**, 301—308.

ON FAULT-TOLERANT FUNCTION OBSERVER

Hu Shousong Fan Cunhai
(*Nanjing University of Aeronautics and Astronautics* 210016)

Hu Weili Wang Zhiqian
(*Nanjing University of Science and Technology* 210016)

Abstract

In this paper, a new procedure for designing function observers of linear multi-output systems is presented. The observer obtained can reconstruct partial-state information asymptotically when some output measurements of the given system are unreliable and it may reconstruct all state information if they are available.

Key words: function observer; fault-tolerant control; state reconstruction.