第 20 卷 第 2 期　　自 动 化 学 报　　Vol. 20, No. 2
1994 年 3 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Mar., 1994

短 文

滞后不确定系统的鲁棒稳定调节器设计[1)]

杨保民　孙　明　孙　翔
(华东工学院自动控制系 南京 210014)

摘　　要

本文对于满足匹配条件的滞后不确定线性系统，鲁里叶问题的非线性系统，基于李亚普诺夫稳定性定理，推导出状态反馈系统鲁棒稳定的充分条件. 通过建立规范的黎卡提代数方程，给出一种简洁的鲁棒稳定状态调节器的设计方法.

关键词: 滞后不确定系统，鲁棒稳定，状态调节器，黎卡提代数方程(规范形式).

1　引言

复杂工业过程与控制对象虽然可以用线性数学模型描述，但是由于模型误差，工况与环境因素的影响，输入作用条件的变化，模型的参数不能确定，而只知其随意变化的范围. 有些控制对象又往往有滞后特性. 所以，研究这类对象的鲁棒稳定控制具有重要实际意义. 文献[3,4,6,7]已做了不少工作. 本文研究鲁棒稳定调节器，与文献[6]相比较，采用秩 1 矩阵描述，方法更简洁，并且考虑了控制矩阵的不确定性. 与文献[3,4,7]比较，本文给出的方法不要求反复计算，并且针对控制矩阵不确定程度，为黎卡提方程方法提出了鲁棒调节器存在的充分必要条件. 此外，本文还讨论了鲁里叶非线性系统的鲁棒稳定调节器问题.

2　滞后不确定线性系统的调节器问题

设系统满足匹配条件，状态方程为

$$\dot{\boldsymbol{X}}(t) = (A + B\Delta A)\boldsymbol{X}(t) + B(Ad + \Delta Ad)\boldsymbol{X}(t - \tau) + B\boldsymbol{u}(t), \tag{1}$$

式中 A、Ad 为确定性的系统矩阵与滞后系数矩阵；B 为确定的控制矩阵；ΔA, ΔAd 为相应的不确定矩阵；$\tau > 0$ 为滞后时间常数；$\boldsymbol{X}(t)$ 与 $\boldsymbol{u}(t)$ 为状态向量和控制向量. 并有 A、$Ad \in R^{n\times n}$, $B \in R^{n\times m}$, ΔA、Ad、$\Delta Ad \in R^{m\times n}$, $\boldsymbol{X}(t) \in R^n$, $\boldsymbol{u}(t) \in R^m$.

设 ΔA 的元素 $\Delta a_{ij}(t)$, ΔAd 的元素 $\Delta ad_{ij}(t)$，均为勒贝格可测函数，并有

$$\Delta A = (\Delta a_{ij}(t))_{m\times n} = (\overline{\Delta a_{ij}}r_{ij}(t))_{m\times n},$$

$$\Delta Ad = (\Delta ad_{ij}(t))_{m\times n} = (\overline{\Delta ad_{ij}}S_{ij}(t))_{m\times n}.$$

首先把 ΔA 与 ΔAd 分解成秩 1 矩阵之和，有

1) 江苏省科委基金资助课题.
本文于 1992 年 2 月 18 日收到

$$\Delta A=\sum_{i=1}^{k}A_i r_i(t), i=1,2,\cdots,k, k\leqslant m\times n,$$

$$A_i=d_i e_i^T, d_i\in R^m, e_i\in R^n, r_i(t)\in R, |r_i(t)|_{max}=\bar{r};$$

$$\Delta Ad=\sum_{i=1}^{l}Ad_i S_i(t), i=1,2,\cdots,l,\ l\leqslant m\times n,$$

$$Ad_i=f_i g_i^T,\ f_i\in R^m,\ g_i\in R^n,\ s_i(t)\in R,\ |s_i(t)|_{max}=\bar{s}.$$

式中 A_i, Ad_i 为秩 1 矩阵，各向量为单元素向量．为表述方便，引用矩阵

$$T=\sum_{i=1}^{k}d_i d_i^T, U=\sum_{i=1}^{k}e_i e_i^T, W=\sum_{i=1}^{l}f_i f_i^T, N=\sum_{i=1}^{l}g_i g_i^T,$$

$$M=\bar{r}T+\bar{s}W+AdAd^T, Q=\bar{r}U+\bar{s}N+I.$$

其中 I 为 $n\times n$ 单位矩阵；T、W、M 为 $m\times m$ 正定或半正定阵；U、N 为 $n\times n$ 正定或半正定阵；Q 为 $n\times n$ 正定阵．用上述矩阵定义，有如下定理：

定理 1. 设系统(1)状态反馈控制 $\boldsymbol{u}(t)=K\boldsymbol{X}(t)$，则该系统鲁棒渐近稳定的充分条件是下面的黎卡提代数方程(2)有对称正定解矩阵 P.

$$A^TP+PA+PBMB^TP+K^TB^TP+PBK+(1+\varepsilon)Q=0, \tag{2}$$

上式中 $\varepsilon>0$ 为常数，P、$Q\in R^{n\times n}$, $K\in R^{m\times n}$, $M\in R^{m\times m}$.

证明．取李亚普诺夫函数

$$\begin{aligned}\dot{v}(\boldsymbol{X}(t))&=\dot{\boldsymbol{X}}^T(t)P\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{X}^T(t)P\dot{\boldsymbol{X}}(t)+\boldsymbol{X}^T(t)V\boldsymbol{X}(t)-\boldsymbol{X}^T(t-\tau)V\boldsymbol{X}(t-\tau)\\&=\boldsymbol{X}^T(t)(A^TP+PA+\Delta A^TB^TP+PB\Delta A+K^TB^TP+PBK+V)\boldsymbol{X}(t)\\&\quad+\boldsymbol{X}^T(t-\tau)\Delta Ad^TB^TP\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{X}^T(t)PB\Delta Ad\boldsymbol{X}(t-\tau)-\boldsymbol{X}^T(t-\tau)V\boldsymbol{X}(t-\tau)\\&\quad+\boldsymbol{X}^T(t-\tau)Ad^TB^TP\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{X}^T(t)PBAd\boldsymbol{X}(t-\tau).\end{aligned}\tag{3}$$

由 $[d_i^TB^TP\boldsymbol{X}(t)-e_i^T\boldsymbol{X}(t)]^T[d_i^TB^TP\boldsymbol{X}(t)-e_i^T\boldsymbol{X}(t)]$

$$=\boldsymbol{X}^T(t)[PBd_id_i^TB^TP+e_ie_i^T-PBd_ie_i^T-e_id_i^TB^TP]\boldsymbol{X}(t)\geqslant 0,$$

有 $\boldsymbol{X}^T(t)(\bar{r}PBTB^TP+\bar{r}U)\boldsymbol{X}(t)$

$$\begin{aligned}&=\boldsymbol{X}^T(t)\left(\bar{r}PB\sum_{i=1}^{K}d_id_i^TB^TP+\bar{r}\sum_{i=1}^{K}e_ie_i^T\right)\boldsymbol{X}(t)\\&\geqslant\boldsymbol{X}^T(t)\left(PB\sum_{i=1}^{K}d_ie_i^Tr_i(t)+\sum_{i=1}^{K}e_id_i^TB^TPr_i(t)\right)\boldsymbol{X}(t)\\&=\boldsymbol{X}^T(t)(PB\Delta A+\Delta A^TB^TP)\boldsymbol{X}(t).\end{aligned}\tag{4}$$

同理有 $\boldsymbol{X}^T(t)\bar{s}PBWB^TP\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{X}^T(t-\tau)\bar{s}N\boldsymbol{X}(t-\tau)$

$$\geqslant\boldsymbol{X}^T(t-\tau)\Delta Ad^TB^TP\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{X}^T(t)PB\Delta Ad\boldsymbol{X}(t-\tau),\tag{5}$$

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{X}^T(t)PBAdAd^TB^TP\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{X}^T(t-\tau)\boldsymbol{X}(t-\tau)\\&\geqslant\boldsymbol{X}^T(t)PBAd\boldsymbol{X}(t-\tau)+\boldsymbol{X}^T(t-\tau)Ad^TB^TP\boldsymbol{X}(t).\end{aligned}\tag{6}$$

将(4)，(5)，(6)式代入(3)式，并令 $V=\bar{s}N+I$，则得到

$$\dot{v}(\boldsymbol{X}(t))\leqslant\boldsymbol{X}^T(t)(A^TP+PA+PBMB^TP+Q+K^TB^TP+PBK)\boldsymbol{X}(t),$$

由方程(2)得

$$\dot{v}(\boldsymbol{X}(t))\leqslant-\varepsilon\boldsymbol{X}^T(t)Q\boldsymbol{X}(t)<0.$$

根据李亚普诺夫稳定定理，系统(1)鲁棒稳定．

定理 2. 设控制系统 (1)(A,B) 完全可控或能稳定,则

$$u(t)=K\boldsymbol{X}(t)=-\frac{1}{2}(\sigma I+M)B^TP\boldsymbol{X}(t),\sigma>0,$$

黎卡提代数方程(2)有唯一对称正定解矩阵 P.

证明. 将 $K=-\frac{1}{2}(\sigma I+M)B^TP$ 代入方程(2),得到

$$A^TP+PA-\sigma PBB^TP+(1+\varepsilon)Q=0, \tag{7}$$

这是线性二次型指标,无限长终端时刻,最优线性调节器问题的典型黎卡提代数方程. 由假设 (A,B) 能稳定,$\sigma>0,\sigma I$ 正定,$(1+\varepsilon)Q$ 正定,则根据文献[1],方程(7)有唯一对称正定解.

3 不确定的控制矩阵问题

设控制系统的状态方程为

$$\dot{\boldsymbol{X}}(t)=(A+B\Delta A)\boldsymbol{X}(t)+B(Ad+\Delta Ad)\boldsymbol{X}(t-\tau)+(B+B\Delta B)\boldsymbol{u}(t), \tag{8}$$

方程(8)的 ΔB 为控制矩阵的不确定部份,设其元素为勒贝格可测函数. 将 ΔB 分解成秩 1 矩阵之和,有 $\Delta B=\sum_{i=1}^{s}B_ir_i(t),s\leqslant m\times m,\Delta B、B_i\in R^{m\times m}$, B_i 为只有单一正元素 b_i 的矩阵,$r_i(t)$ 为不确定量,设 $|r_i(t)|_{\max}=\bar{r}$.

令 $B_i=\boldsymbol{h}_i\boldsymbol{l}_i^T,\boldsymbol{h}_i、\boldsymbol{l}_i\in R^m,\boldsymbol{h}_i、\boldsymbol{l}_i$ 为单元素向量.

$$H=\sum_{i=1}^{s}\boldsymbol{h}_i\boldsymbol{h}_i^T\bar{r},\quad L=\sum_{i=1}^{s}\boldsymbol{l}_i\boldsymbol{l}_i^T\bar{r}.$$

由 $\boldsymbol{h}_i,\boldsymbol{l}_i$ 为单元素向量,例如其元素为 $\sqrt{b_i}$,则 H, $L\in R^{m\times m}$, 为正定或正半定的对角线矩阵.

定理 3. 设 $\boldsymbol{u}(t)=\sigma KP\boldsymbol{X}(t)$, $K\in R^{m\times n},\sigma>0$, 则系统(8)渐近稳定的充分条件是下面黎卡提代数方程(9)有对称正定解矩阵 $P,P\in R^{n\times n}$.

$$\begin{aligned}&A^TP+PA+PBMB^TP+(1+\varepsilon)Q\\&\quad+\sigma(PBKP+PK^TB^TP+PK^TLKP+PBHB^TP)=0.\end{aligned} \tag{9}$$

证明. 取李亚普诺夫函数

$$v(\boldsymbol{X}(t))=\boldsymbol{X}^T(t)P\boldsymbol{X}(t)+\int_{t-\tau}^{t}\boldsymbol{X}^T(s)V\boldsymbol{X}(s)\mathrm{d}s,$$

其中 $P、V$ 为对称正定矩阵,$v(\boldsymbol{X}(t))$ 为正定函数, 则 $v(\boldsymbol{X}(t))$ 沿方程(8)轨线对 t 求导数,有

$$\begin{aligned}\dot{v}(\boldsymbol{X}(t))=&\boldsymbol{X}^T(t)(A^TP+PA+PBMB^TP+Q+\sigma PK^TB^TP\\&+\sigma PBKP+\sigma PK^T\Delta B^TB^TP+\sigma PB\Delta BKP)\boldsymbol{X}(t).\end{aligned}$$

由于 $\boldsymbol{X}^T(t)PK^T\Delta B^TB^TP\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{X}^T(t)PB\Delta BKP\boldsymbol{X}(t)$

$$=\boldsymbol{X}^T(t)P\boldsymbol{K}^T\left[\sum_{i=1}^{s}\boldsymbol{h}_i\boldsymbol{l}_i^Tr_i(t)\right]^TB^TP\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{X}^T(t)PB\left[\sum_{i=1}^{s}\boldsymbol{h}_i\boldsymbol{l}_i^Tr_i(t)\right]KP\boldsymbol{X}(t)$$

$$\leqslant \sum_{i=1}^{s} \frac{\bar{r}}{2} \{[(\boldsymbol{X}^T(t)PK^T\boldsymbol{l}_i)^2+(\boldsymbol{h}_i^T B^T P\boldsymbol{X}(t))^2]+[(\boldsymbol{X}^T(t)PB\boldsymbol{h}_i)^2+(\boldsymbol{l}_i^T KP\boldsymbol{X}(t))^2]\}$$

$$= \sum_{i=1}^{s} \frac{\bar{r}}{2} [\boldsymbol{X}^T(t)PK^T\boldsymbol{l}_i\boldsymbol{l}_i^T KP\boldsymbol{X}(t) + \boldsymbol{x}^T(t)PB\boldsymbol{h}_i\boldsymbol{h}_i^T B^T P\boldsymbol{X}(t)]$$

$$+ \sum_{i=1}^{s} [\boldsymbol{X}^T(t)PB\boldsymbol{h}_i\boldsymbol{h}_i^T B^T P\boldsymbol{X}(t) + \boldsymbol{X}^T(t)PK^T\boldsymbol{l}_i\boldsymbol{l}_i^T KP\boldsymbol{X}(t)] \frac{\bar{r}}{2}$$

$$= \boldsymbol{X}^T(t)(PBHB^TP + PK^TLKP)\boldsymbol{X}(t),$$

从而　$$\dot{v}(\boldsymbol{X}(t)) \leqslant \boldsymbol{X}^T(t)(A^TP + PA + PBMB^TP + Q + \sigma PBKP + \sigma PK^TB^TP + \sigma PBHB^TP + \sigma PK^TLKP)\boldsymbol{X}(t).$$

由方程(9)，有

$$\dot{v}(\boldsymbol{X}(t)) < -\varepsilon \boldsymbol{X}^T(t)Q\boldsymbol{X}(t) < 0.$$

因而当方程(9)存在正定解对称阵 P 时，由李亚普诺夫稳定性定理，系统(8)鲁棒渐近稳定．证毕．

H、L 为正定或正半定的对角线矩阵，设

$$L = \begin{bmatrix} l_{11} & & & \\ & l_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & l_{mm} \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} h_{11} & & & \\ & h_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & h_{mm} \end{bmatrix},$$

对于 H 的零元素，用足够小的正数 Δ 代替零，对于 L 的零元素 l_{ii}，用小于 $\frac{1}{h_{ii}}$ 适当的正数代替，则 L，H 可看成是正定对角线矩阵．用 L、H 描述 ΔB 的不确定程度，可得到下面定义与定理．

定义 1. 定义 $\eta = \lambda_{\max}(LH)^{\frac{1}{2}}$ 为 ΔB 的不确定度．

这里，令 $K = -R^{-1}B^T$，即 $\boldsymbol{u}(t) = -\sigma R^{-1}B^TP\boldsymbol{X}(t)$，$R^{-1}$ 为 $m \times m$ 正定对角阵，将 K 代入方程(9)，得到

$$A^TP + PA + (1+\varepsilon)Q + PBMB^TP - \sigma PB(2R^{-1} - R^{-1}LR^{-1} - H)B^TP = 0,$$

即　$$A^TP + PA - PB(\sigma\bar{M} - M)B^TP + (1+\varepsilon)Q = 0, \tag{10}$$

其中　$$\bar{M} = 2R^{-1} - R^{-1}LR^{-1} - H. \tag{11}$$

又令 $\sigma_0 = \lambda_{\max}(\bar{M}^{-1}M)$，则有下面定理：

定理 4. $K = -R^{-1}B^T$，存在正定对角阵 R^{-1} 使 $\bar{M} > 0$ 的充要条件是 $\eta < 1$；若 $\eta < 1$，则当 $R^{-1} = (L^{-1}H)^{\frac{1}{2}}$ 时 $\bar{M} > 0$；并且若 $\sigma > \sigma_0$，(A, B) 可稳定，则黎卡提代数方程(9)有唯一正定对称解阵 P．

证明．由(11)式 $\bar{M} = R^{-1}[2I - (LR^{-1} + RH)]$，式中 L、H、R^{-1} 和 $(LR^{-1} + RH)$ 均为正定对角阵，因而当 $R^{-1} = (L^{-1}H)^{\frac{1}{2}}$ 时 $(LR^{-1} + RH) = 2(LH)^{\frac{1}{2}}$，其元素都取最小值．此时有 $\bar{M} = 2R^{-1}[I - (LH)^{\frac{1}{2}}]$，可见当且仅当 $\eta < 1$ 时 $\bar{M} > 0$．

当 $\eta < 1$ 时，$R^{-1} = (L^{-1}H)^{\frac{1}{2}}$，$\bar{M} > 0$；又 $\sigma > \sigma_0 = \lambda_{\max}(\bar{M}^{-1}M)$，则 $\sigma\bar{M} - M > 0$；而且 (A, B) 能稳定，于是沿用定理 2 的证明，方程(9)，(10)有唯一对称正定解 P．

4 一类不确定非线性系统调节器问题

设满足匹配条件鲁里叶问题的不确定非线性系统状态方程为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=(A+B\Delta A)\boldsymbol{X}(t)+B(\boldsymbol{b}+\Delta\boldsymbol{b})\boldsymbol{\xi}(t)+B\boldsymbol{u}(t),\\ \sigma_1(t)=C^T\boldsymbol{X}(t)+d\xi(t),\\ \xi(t)=-\phi[t,\sigma_1(t)],\\ \boldsymbol{u}(t)=K\boldsymbol{X}(t).\end{cases}\tag{12}$$

式中 $\boldsymbol{b}$、$\Delta\boldsymbol{b}\in R^{m\times1}$,$\boldsymbol{C}\in R^{n\times1}$;$d$, $\sigma_1(t)$,$\xi(t)\in R$. 设 $\phi[t,\sigma_1(t)]$ 和 Δb 的元素 $\Delta b_i(t)$ 为不确定勒贝格可测函数,设$\phi[t,\sigma_1(t)]$在 $[0,k_1]$ 扇形区域中,$\phi(t,0)=0$, $\forall t\geqslant 0$;$\sigma_1(t)\phi(t,\sigma_1(t))\geqslant 0$,$\forall\sigma_1(t)\in R$,$\forall t\geqslant 0$;$1+k_1d>0$. 设 $\Delta b_i(t)=\overline{\Delta b}_i s_{1i}(t)$,$\overline{\Delta\boldsymbol{b}}=(\overline{\Delta b}_i)_m$,$|s_{1i}(t)|_{\max}=\bar{s}_1$,有

定理 5. 非线性系统(12)全局鲁棒稳定的充分条件是黎卡提代数方程(13)有对称正定解 P.

$$A^TP+PA+\bar{r}PBTB^TP+\bar{r}U+\varepsilon I+K^TB^TP+PBK+PB\overline{\Delta\boldsymbol{b}}\overline{\Delta\boldsymbol{b}}^T\bar{s}_1^2B^TP$$

$$+\frac{k_1^2\boldsymbol{C}\boldsymbol{C}^T}{(1+k_1d)^2}+\frac{\left(PB\boldsymbol{b}-\frac{1}{2}k_1\boldsymbol{C}\right)\left(PB\boldsymbol{b}-\frac{1}{2}k_1\boldsymbol{C}\right)^T}{(1+k_1d)}=0.\tag{13}$$

证明. 取 $v(\boldsymbol{X}(t))=\boldsymbol{X}^T(t)P\boldsymbol{X}(t)$, P 正定,则对系统(12)有

$$\dot{v}(\boldsymbol{X}(t))\leqslant\boldsymbol{X}^T(t)(A^TP+PA+\bar{r}PBTB^TP+\bar{r}U+K^TB^TP+PBK)\boldsymbol{X}(t)$$
$$+2\boldsymbol{X}^T(t)PB\boldsymbol{b}\xi(t)+2\boldsymbol{X}^T(t)PB\Delta\boldsymbol{b}\xi(t).\tag{14}$$

由
$$\sigma_1(t)=\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{X}(t)+d\xi(t),$$
有
$$k_1\xi(t)\boldsymbol{X}^T(t)\boldsymbol{C}+(1+k_1d)\xi^2(t)-\xi(t)(k_1\sigma_1(t)+\xi(t))=0,$$
所以
$$2\boldsymbol{X}^T(t)PB\boldsymbol{b}\xi(t)=\boldsymbol{X}^T(t)\frac{1}{1+k_1d}\left(PB\boldsymbol{b}-\frac{1}{2}k_1\boldsymbol{C}\right)\left(PB\boldsymbol{b}-\frac{1}{2}k_1\boldsymbol{C}\right)^T\boldsymbol{X}(t)$$
$$-\left[\frac{1}{\sqrt{1+k_1d}}\boldsymbol{X}^T(t)\left(PB\boldsymbol{b}-\frac{1}{2}k_1\boldsymbol{C}\right)-\sqrt{1+k_1d}\,\xi(t)\right]^2$$
$$+\xi(t)(k_1\sigma_1(t)+\xi(t)).$$

因为
$$0\leqslant\sigma_1(t)\phi[t,\sigma_1(t)]\leqslant k_1\sigma_1^2(t),\ \text{即}\ 0\leqslant\frac{\phi[t,\sigma_1(t)\}}{\sigma_1(t)}\leqslant k_1.$$
有
$$\phi[t,\sigma_1(t)]\{k_1\sigma_1(t)-\phi[t,\sigma_1(t)]\}\geqslant 0,\xi(t)(k_1\sigma_1(t)+\xi(t))\leqslant 0,$$
从而
$$2\boldsymbol{X}^T(t)PB\boldsymbol{b}\xi(t)\leqslant\boldsymbol{X}^T(t)\frac{1}{1+k_1d}\left(PB\boldsymbol{b}-\frac{1}{2}k_1\boldsymbol{C}\right)\left(PB\boldsymbol{b}-\frac{1}{2}k_1\boldsymbol{C}\right)^T\boldsymbol{X}(t).$$
又从
$$(\xi(t)-\Delta\boldsymbol{b}^TB^TP\boldsymbol{X}(t))^T(\xi(t)-\Delta\boldsymbol{b}^TB^TP\boldsymbol{X}(t))\geqslant 0,$$
有
$$\xi^T(t)\xi(t)+\boldsymbol{X}^T(t)PB\Delta\boldsymbol{b}\Delta\boldsymbol{b}^TB^TP\boldsymbol{X}(t)\geqslant 2\boldsymbol{X}^T(t)PB\Delta\boldsymbol{b}\xi(t),$$
从
$$-\xi(t)=\phi[t,\sigma_1(t)]\leqslant k_1[\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{X}(t)+d\xi(t)]\ \text{有}\ \xi^2(t)\leqslant\frac{k_1^2\boldsymbol{X}^T(t)\boldsymbol{C}\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{X}(t)}{(1+k_1d)^2},$$
于是
$$\frac{k_1^2\boldsymbol{X}^T(t)\boldsymbol{C}\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{X}(t)}{(1+k_1d)^2}+\boldsymbol{X}^T(t)PB\overline{\Delta\boldsymbol{b}}\overline{\Delta\boldsymbol{b}}^TB^T\bar{s}_1^2P\boldsymbol{X}(t)\geqslant 2\boldsymbol{X}^T(t)PB\Delta\boldsymbol{b}\xi(t).$$

对照方程(13),(14)可以得到

$$\begin{aligned}\dot{v}(\boldsymbol{X}(t)) \leqslant\ & \boldsymbol{X}^T(t)(A^TP + PA + \bar{r}PBTB^TP + \bar{r}U + K^TB^TP + PBK)\boldsymbol{X}(t) \\ & + \boldsymbol{X}^T(t)\Bigg[PB\overline{\boldsymbol{\Delta b}}\,\overline{\boldsymbol{\Delta b}}^T\bar{s}_1^2BP + \frac{k_1^2\boldsymbol{CC}^T}{(1+k_1d)} \\ & + \frac{\left(PB\boldsymbol{b} - \frac{1}{2}k_1\boldsymbol{C}\right)\left(PB\boldsymbol{b} - \frac{1}{2}k_1\boldsymbol{C}\right)^T}{(1+k_1d)}\Bigg]\boldsymbol{X}(t) \\ =\ & -\varepsilon\boldsymbol{X}^T(t)\boldsymbol{X}(t) < 0.\end{aligned}$$

定理得证.

令

$$M_1 = \bar{r}^T + \bar{s}_1^2\overline{\boldsymbol{\Delta b}}\,\overline{\boldsymbol{\Delta b}}^T + \frac{\boldsymbol{bb}^T}{(1+k_1d)},$$

$$Q_1 = \varepsilon I + \bar{r}U + \frac{k_1\boldsymbol{CC}^T}{(1+k_1d)^2} + \frac{k_1^2\boldsymbol{CC}^T}{4(1+k_1d)},$$

$$\bar{A} = A - \frac{1}{2}k_1B\boldsymbol{bc}^T,$$

则 $M_1 \geqslant 0, Q_1 > 0$，方程(13)可写成

$$\bar{A}^TP + P\bar{A} + PBM_1B^TP + Q_1 + K^TB^TP + PBK = 0. \tag{15}$$

对于方程(13),(15)不难得到下面定理:

定理 6. 设系统(12)(A,B)能稳定,则 $\boldsymbol{u}(t) = K\boldsymbol{X}(t) = -\frac{1}{2}(\sigma I + M_1)B^TP\boldsymbol{X}(t)$, $\sigma > 0$,黎卡提代数方程(13),(15)有对称正定解矩阵 P. 证明从略.

本文给出的黎卡提方程方法,对于满足匹配条件的滞后不确定线性系统,控制矩阵为确定阵时恒存在鲁棒稳定调节器,控制阵不确定时,$\eta < 1$ 才有鲁棒稳定调节器. 这个结果同样适用于鲁里叶问题的不确定性非线性系统.

参　考　文　献

[1] 何关钰. 线性系统理论. 辽宁人民出版社,1982,585—610,673—683.

[2] Vidyasagar M. Nonlinear System Analysis. Prentice-Hall, Inc., 1978. 228—242.

[3] Petersen Ian R and Hollot C V. A Riccati Equation Approach to the Stabilization of Uncertain linear Systems, *Automatica*. 1986, **22**.

[4] Schmitendorf W E. Designing Stabilizing Controllers for Uncertain Systems Using the Riceati Equation Approach. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1988, **33** (4) 376—379.

[5] 黄　琳等. 系统鲁棒性的若干问题——背景、现状与挑战. 控制理论与应用,1991,**8**(1).

[6] 俞　立. 不确定线性时滞系统的稳定化控制器设计. 控制理论与应用,1991,**8**(1).

[7] Shen Jingchung, Chen Borsen and Kung Fanchu. Momory less Stabilization of Uncertain Dynamic Delay Systems: Riccati Equation Approach. *IEEE Trans. Automat. Contr.* 1991, **36**(5).

THE DESIGN OF ROBUST STABILIZATION REGULATOR FOR TIME-DELAY SYSTEMS

YANG BAOMIN SUN MING SUN XIANG
(*East China Institute of Technology Nanjing* 210014)

ABSTRACT

~~In this paper,~~ Based on Lyapunov stability theory. Sufficient conditions of robust stabilization is developed for time-delay uncertain linear systems and nonlinear systems in Lur'e problems, which satisfy Matching condition. With the formulation of canonical algebraic Riccati equation, a feasible method for designing robust stable state feedback is given regulaters.

Key words: Time-delay, uncertain system; robust stability; state regulater; Riccati algebraic equation (canonical form).