第20卷 第2期　　自 动 化 学 报　　Vol. 20, No. 2
1994 年 3 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Mar., 1994

短 文

一种多变量系统鲁棒设计方法1)

庞国仲　刘　军　向有敏

(中国科学技术大学自动化系 合肥 230026)

摘　　要

本文介绍一种多变量系统鲁棒设计方法. 该方法是基于"鲁棒对角优势保证鲁棒稳定"这个一般性结论,其核心是多模型加权准优势化算法,该算法设计的鲁棒预补偿器, 使系统为鲁棒对角优势. 用该设计方法对一大型工业加热炉进行鲁棒系统设计,结果令人满意.

关键词: 鲁棒控制器,鲁棒对角优势,工业加热炉.

1　前言

解耦鲁棒理论是在奈氏阵列法基础上发展起来的. 80 年代初 Doyle 等人研究了奈氏阵列法可靠性问题, 指出了奈氏阵列法设计的系统鲁棒性差[1]. 1984 年 Arkun 等人推广了奈氏阵列方法, 给出了鲁棒对角优势定义[2]. 本文作者证明了鲁棒对角优势保证鲁棒稳定的一般性结论[3], 于是实现鲁棒对角优势成为鲁棒系统设计的关键. 本文提出一种鲁棒对角优势化算法,并形成一种鲁棒系统设计方法.

2　多变量系统鲁棒设计方法

在频域中系统参数不确定性可表示为

$$M_\alpha = \{G(s,\alpha), \alpha \in E\},$$

其中 α 为不确定参数向量, E 为这些向量的集合. 从该集合中选取出典型传递函数矩阵 $G_k(s)$ $(k=1, 2, \cdots n_1)$, 能够覆盖广义对象参数变化范围. 确定出标定传递函数矩阵 $G_t(s)$,于是系统摄动为

$$\Delta G_k(s) = G_k(s) - G_t(s), \ (k=1,2,\cdots,n_1, k \neq t). \tag{1}$$

设计鲁棒预补偿器 $K_R(s)$,使 $Q_k(s) = G_k(s)K_R(s)$, $(k=1,2,\cdots,n_1)$ 为鲁棒对角优势. 并按式(2)绘制 $Q_k(s)$ 优势度曲线,检验补偿后系统是否为鲁棒对角优势.

$$ND_{ki} = \frac{\sum\limits_{j \neq i}^{m} |q_{kij}(s)|}{|q_{kii}(s)|}, \ (s \in D, \ i=1,2,\cdots,m). \tag{2}$$

1) 国家自然科学基金资助课题.
本文于 1992 年 1 月 20 日收到

设计控制器 $K_c(s)=\underset{1\leqslant i\leqslant m}{\mathrm{diag}}\{k_{ci}(s)\}$ 和反馈增益矩阵 $F=\underset{1\leqslant i\leqslant m}{\mathrm{diag}}\{f_i\}$，使标定系统闭环稳定，有良好的性能，则该摄动系统一定是鲁棒稳定的.

作闭环系统单位阶跃响应，检验系统的稳定性及瞬态性能. 设计的系统如图 1 所示.

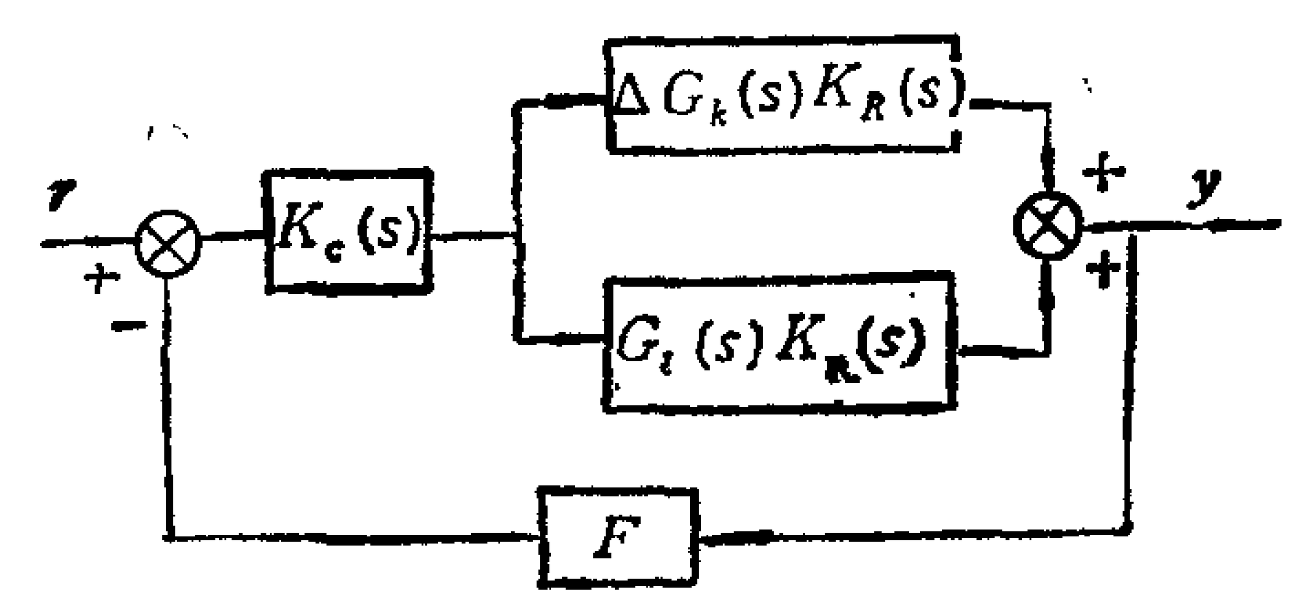

图 1　控制系统方块图

设计鲁棒预补偿器是该设计方法的关键. “多模型加权准优势化算法”根据 $G_k(s)$ $(k=1,2,\cdots,n_1)$ 的特点，由计算机自动设计出鲁棒预补偿器 $K_R(s)$，使摄动系统为鲁棒对角优势的.

3　多模型加权准优势化算法

设鲁棒预补偿器为 K_R，有

$$\hat{Q}_k(s)=\hat{K}_R\hat{G}_k(s)=(\hat{q}_{kij}(s))_{m\times m}.$$

定义如下矩阵:

$$W_{kl}=[\mathrm{Re}\hat{G}_k(j\omega_l)\vdots\mathrm{Im}\hat{G}_k(j\omega_l)],$$

$$E_r=(e_1e_2\cdots e_r\cdots e_{r+m}\cdots e_{2m})^T.$$

其中 $e_r=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$, $e_{r+m}=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$, $e_j=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$, $(j=1,\ 2,\ \cdots,\ 2m,\ j\neq r,\ j\neq r+m)$.

令 $\hat{k}_r$ 为矩阵 $\hat{K}_R$ 第 r 行，$\hat{q}_{kr}$ 为 $\hat{Q}_k(j\omega_l)$ 第 r 行，有

$$\hat{k}_rW_{kl}=[\mathrm{Re}(\hat{k}_r\hat{G}_k(j\omega_l))\vdots\mathrm{Im}\hat{k}_r\hat{G}_k(j\omega_l)]$$
$$=[(\hat{q}_{kr_1}(\alpha)\cdots\hat{q}_{kr_m}(\alpha)\vdots\hat{q}_{kr_1}(\beta)\cdots\hat{q}_{kr_m}(\beta)].$$

其中 $\hat{q}_{krj}(\alpha),\hat{q}_{krj}(\beta),(j=1,2,\cdots,m)$ 分别为 $\hat{q}_{krj}(j\omega_l)$ 的实部和虚部. 因此

$$\hat{k}_rW_{kl}(\hat{k}_rW_{kl})^T=\hat{k}_rW_{kl}W_{kl}^T\hat{k}_r^T=\sum_{j=1}^{m}|\hat{q}_{krj}|^2,\tag{3}$$

$$\hat{k}_rW_{kl}E_r(\hat{k}_rW_{kl}E_r)^T=\hat{q}_{krr}^2(\alpha)+\hat{q}_{krr}^2(\beta)=|\hat{q}_{krr}|^2.\tag{4}$$

选取 n_1 个对象传递函数矩阵，在系统工作频率范围内选取 n_2 个频率点，定义目标函数为

$$J_r=\sum_{k=1}^{n_1}\sum_{l=1}^{n_2}c_{kl}\left(\sum_{j=1}^{m}|\hat{q}_{krj}|^2-|\hat{q}_{krr}|^2\right)=\sum_{k=1}^{n_1}\sum_{l=1}^{n_2}c_{kl}\sum_{j\neq r}^{m}|\hat{q}_{krj}|^2,\tag{5}$$

其中 c_{kl} 为加权系数. 将式(3),(4)代入上式，得

$$J_r=\sum_{k=1}^{n_1}\sum_{l=1}^{n_2}c_{kl}(\hat{k}_rW_{kl}W_{kl}^T\hat{k}_r^T-\hat{k}_rW_{kl}E_rE_r^TW_{kl}^T\hat{k}_r^T).\tag{6}$$

取约束条件为

$$|\hat{q}_{trr}(\omega_0)|^2=1,\ \ \omega_0\in(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_{n_2}),\ \ t\in(1,2,\cdots,n_1).\tag{7}$$

同样可得

$$\hat{k}_r W_{t0} E_r E_r^T W_{t0}^T \hat{k}_r^T = 1, \tag{8}$$

这是一个条件极值问题. 引入拉格朗日乘子 λ,化为无条件极值,有

$$\phi_r = J_r + \lambda(1 - |\hat{q}_{trr}(\omega_0)|^2). \tag{9}$$

将(6),(8)式代入上式,并令

$$M = \sum_{k=1}^{n_1}\sum_{l=1}^{n_2} c_{kl} W_{kl}(I - E_r E_r^T) W_{kl}^T, \quad L = W_{t0} E_r E_r^T W_{t0}^T,$$

得到

$$\phi_r = \hat{k}_r M \hat{k}_r^T + \lambda(1 - \hat{k}_r L \hat{k}_r^T). \tag{10}$$

显然,待求的 $\hat{k}_r^T$ 必满足

$$\mathrm{d}\phi_r / \mathrm{d}\hat{k}_r^T = 0,$$

因而得

$$M\hat{k}_r^T = \lambda L \hat{k}_r^T. \tag{11}$$

上式两端同加上 $L\hat{k}_r^T$,有

$$(M + L)\hat{k}_r^T = (1 + \lambda) L \hat{k}_r^T. \tag{12}$$

令 $\mu = 1/(1+\lambda), N = (M+L)^{-1}L$,上式变为

$$N\hat{k}_r^T = \mu \hat{k}_r^T, \tag{13}$$

上式两端同乘以 $E_r^T W_{t0}^T$,得

$$E_r^T W_{t0}^T (M+L)^{-1} W_{t0} E_r E_r^T W_{t0}^T \hat{k}_r^T = \mu E_r^T W_{t0}^T \hat{k}_r^T. \tag{14}$$

令

$$x_r^T = E_r^T W_{t0}^T \hat{k}_r^T, \quad A = E_r^T W_{t0}^T (M+L)^{-1} W_{t0} E_r,$$

于是(14)式变为

$$A x_r^T = \mu x_r^T. \tag{15}$$

这是求解 2×2 维矩阵 A 特征值特征向量问题. 最大特征值 $\mu_{\max}$ 所对应的特征向量 x_r^T 就是待求的. 由(12)式得

$$\hat{k}_r^T = \frac{1}{\mu}(M+L)^{-1} W_{t0} E_r x_r^T. \tag{16}$$

由上式可求出 $\hat{k}_r^T$.依次取 $r = 1, 2, \cdots, m$,求出 $\hat{k}_1^T, \hat{k}_2^T, \cdots, \hat{k}_m^T$,便得到鲁棒预补偿器 K_R.

4 加热炉控制系统鲁棒设计

该加热炉为南京某化工厂的热源,其输入量分别为燃油压力 P 和烟道档板开度 α,输

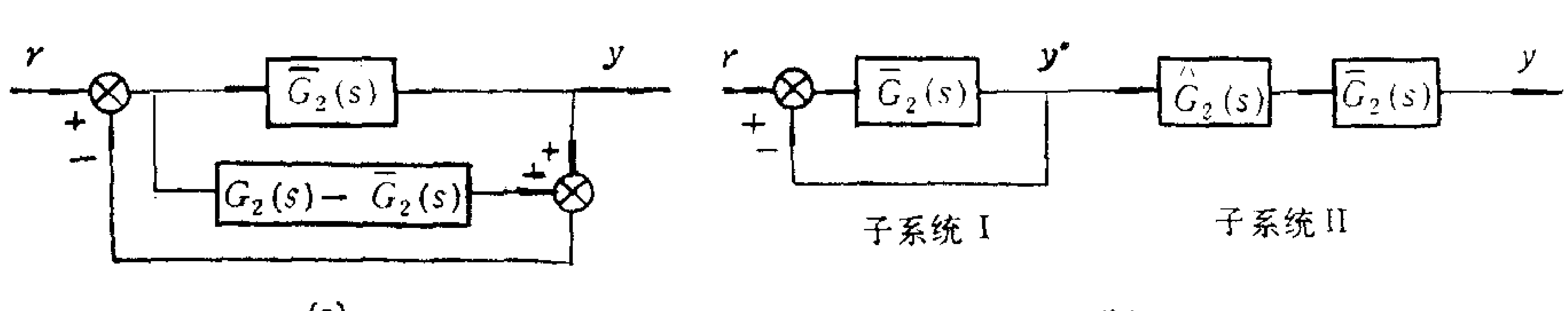

图 2 Smith 补偿后系统方块图

出量分别为炉出口温度 T 和烟气中氧含量 O_2. 机理分析和试验表明，它具有分布参数、时延和非线性特性. 分布参数按集中参数处理，并在选取工作点小信号范围内进行线性化，因此，加热炉是带时延的多变量线性系统. 由于加热炉的参数随运行时间变化，且又在不同工作点运行，故具有明显参数不确定性. 在不同时间建模，得到三个不同的数学模型.

对加热炉进行鲁棒设计时，先采用 Smith 预估技术对时延补偿. 补偿后系统如图 2 所示. 由于本文不研究时延摄动问题，故系统稳定性仅由子系统 1 决定.

经 Smith 预补偿后对象的数学模型为

$$G_1(s)=\begin{pmatrix}\dfrac{0.6}{2400s^2+85s+1} & \dfrac{-0.1}{3360s^2+110s+1}\\ \dfrac{-1.1}{70s+1} & \dfrac{0.6}{80s+1}\end{pmatrix},$$

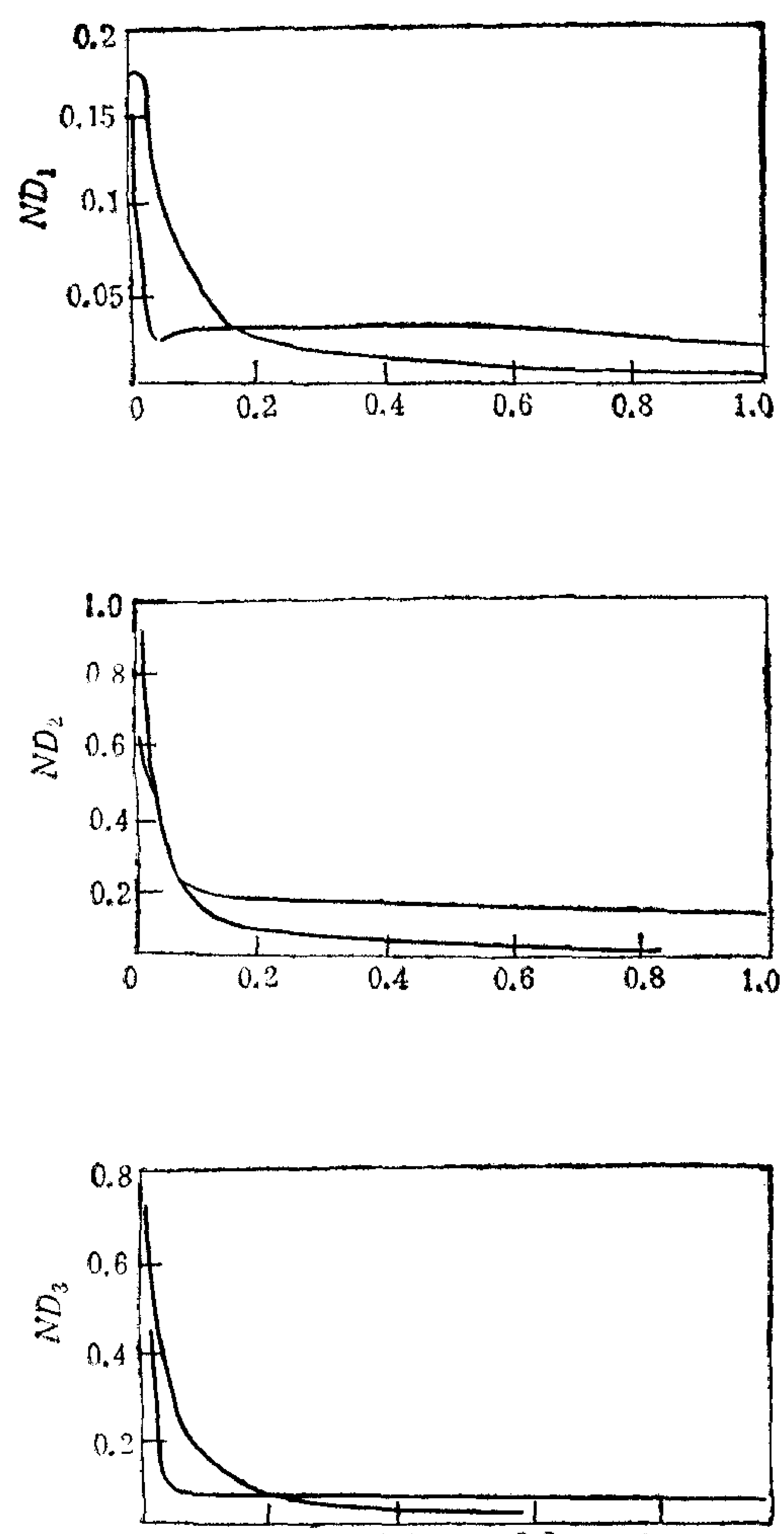

图 3　优势度曲线

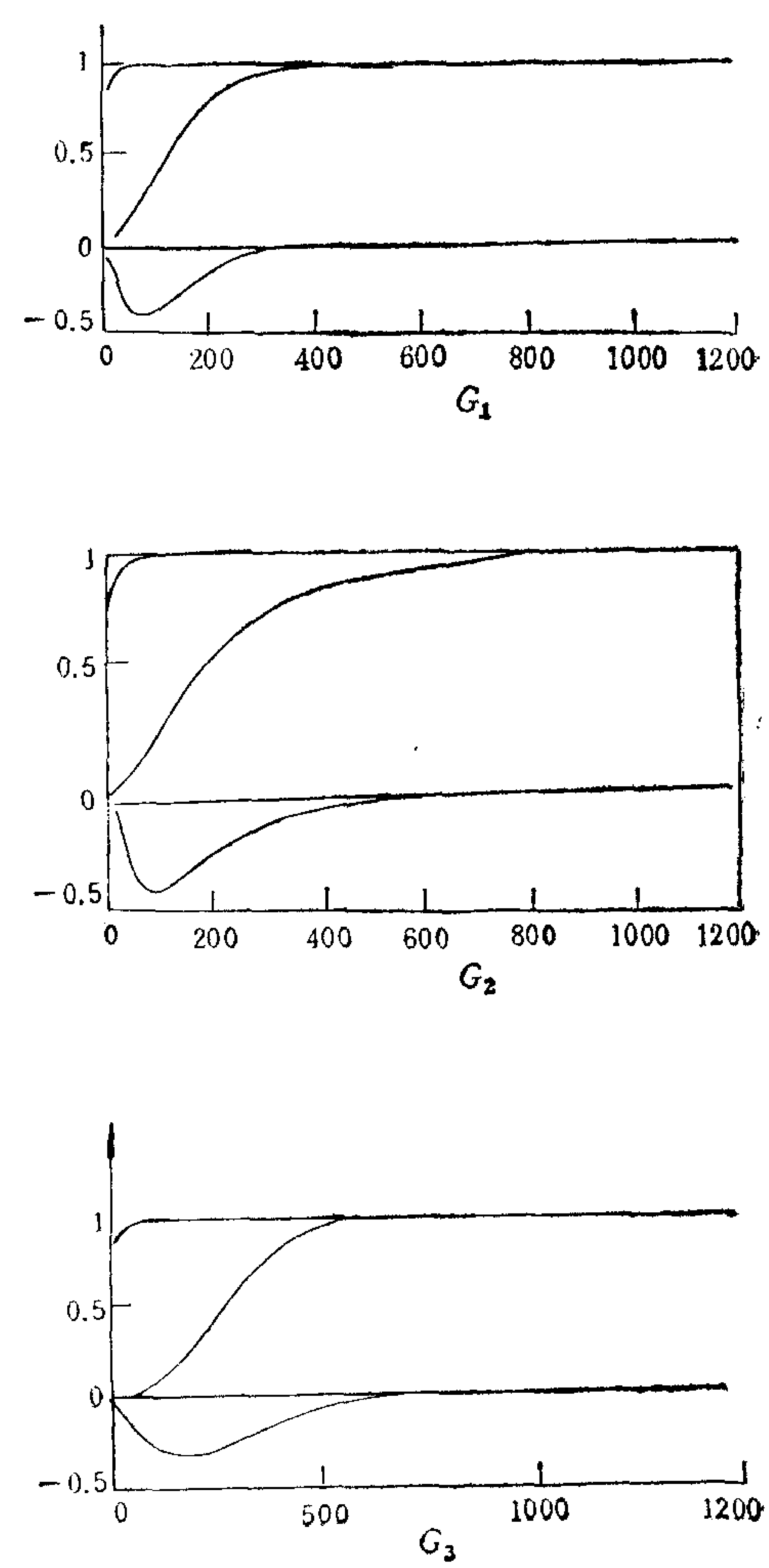

图 4　闭环系统单位阶跃响应

$$G_2(s)=\begin{pmatrix}\dfrac{0.6}{2400s^2+85s+1} & \dfrac{-0.04}{3000s^2+90s+1}\\ \dfrac{-1.1}{70s+1} & \dfrac{0.3}{70s+1}\end{pmatrix},$$

$$G_3(s)=\begin{pmatrix}\dfrac{0.4}{3800s^2+120s+1} & \dfrac{-0.1}{3000s^2+70s+1}\\ \dfrac{-0.87}{50s+1} & \dfrac{0.5}{60s+1}\end{pmatrix}.$$

用多模型加权准优势化算法,在计算机上设计出鲁棒预补偿器

$$K_R=\begin{pmatrix}1.0 & -2.1378\\ 2.0603 & 1.1\end{pmatrix}.$$

分别画出 $G_1(s)K_R$、$G_2(s)K_R$、$G_3(s)K_R$ 的优势度曲线,如图 3 所示,它们都是对角优势的。

补偿后标定系统传递函数矩阵 $Q_2(s)=G_2(s)K_R$。根据 $Q_2(s)$ 两个对角元 $q_{2ii}(s)$ $(1\leqslant i\leqslant 2)$ 的频率特性,用单变量系统频域方法设计 $k_1(s)$ 和 $k_2(s)$,组成控制器

$$K_c(s)=\mathrm{diag}\left\{0.825\left(1+\frac{1}{55s}\right),\ 3.84\left(1+\frac{1}{96s}\right)\right\},$$

使闭环标定系统不仅稳定,而且有良好性能,由此可见,该摄动系统一定是鲁棒稳定的。

分别作三个闭环系统的单位阶跃响应。如图 4 所示,系统鲁棒稳定,且有良好鲁棒性能。

利用本文提出的设计方法,成功设计了一实际工业鲁棒控制系统,表明“自加权准优势化算法”实用有效,也说明解耦鲁棒理论有实际应用价值。

参 考 文 献

[1] Doyle J C and Stein C. Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/Modern Synthesis. *IEEE Trans. Automat. Contr*, 1981, **26**(1):4—6.

[2] Arkun Y, Manousiouthakis B and Putz P. Robust Nyquist Array Methodology: a New Theoretical Framework for Analysis and Design of Robust Multivariable Feedback Systems. *Int. J. Control*, 1984, **40**(4):603—629.

[3] 庞国仲,陈振跃,鲁棒稳定性和鲁棒对角优势的关系. 自动化学报,1992,**18**(3):273—281.

[4] 庞国仲,白方周,濮洪钧. 多变量控制系统实践. 合肥: 中国科学技术大学出版社,1990,151—155.

A ROBUST DESIGN METHOD FOR MULTIVARIABLE SYSTEM

PANG GUOZHONG　LIU JUN　XIANG YOUMIN

(Department of Automation University of Science and Technology of China Hefei Anhui 230027)

ABSTRACT

In this paper, a robust design method for multivariable system is presented. It is based on the general conclusion that robust diagonal dominance of a system guarantees its robust stability proved by the writer. Its kernel is a pseudo domination algorithm for weighted multimodel. which was proposed by the author. Robust pre-compensators designed by the algorithm makes system robust diagonally dominant. The method of this paper is applied to the design a large heatedfurnace, and the results are satisfactory.

Key words: Robust controller; robust diagonal dominance: industrial heated-furnace.

（上接第 195 页）

来稿要求：

（1）理论联系实际、内容扎实具体，具有学术价值

（2）未在国内外公开发行的刊物或全国性学术会议上发表或宣读过

（3）来稿请注明论文所属征文范围中的类别号

（4）为了保证论文集出版质量以及稿件录用后及时交稿，并减少作者的重复劳动，要求来稿论文按《控制与决策》、《信息与控制》写作格式用计算机打印，每篇论文以 5 页为限(包括图、文).

论文截止日期：

（1）1994 年 5 月 1 日前提交两份论文全文初稿

（2）1994 年 5 月30日前发出论文录取通知

（3）1994年 6 月20日前提交正式论文全文

投稿地址： 710072　西安市西北工业大学自动控制系 613 信箱

联 系 人： 张友民　丁　振　电话：5253371～5253379—2814

欢迎广大青年科技工作者积极投稿，来稿请写清作者的年龄，详细通讯地址及邮政编码. 并在信封上注明“CYA'94”字样. 请作者自留底稿，来稿恕不退回.

主办单位：中国自动化学会
中国自动化学会青年工作委员会
承办单位：西北工业大学
中国自动化学会第十届青年学术年会组委会
1993 年 11月30日