第 20 卷 第 3 期 自 动 化 学 报 Vol. 20, No. 3
1994 年 5 月 ACTA AUTOMATICA SINICA May, 1994

短 文

一种求可观子语言的算法[1)]

杨小军 法京怀 郑应平
(中国科学院自动化研究所 北京 100080)

摘 要

给出了一种求解闭能观子语言的算法，该算法经 m 步(系统中离散事件个数)收敛，并且由它求出的闭可观子语言总包括最大闭可识别子语言.

关键词: 监控，可观语言，可识别语言，离散事件系统.

1、引言

在离散事件系统 (DES) 监控理论中[1]，DES 由可控自动机建模，其逻辑行为由相应的形式语言描述；监控器通过“允许”或“禁止”某些可控事件的发生，对 DES 施加控制作用，从而使受控系统呈现要求的逻辑行为. 在有些场合，监控器只能观测到部分事件的发生[2]，这时监控器存在的充要条件是欲实现的“合法”语言既可控又可观[2]. 因此对于预先任意给定的“合法”语言，应求其最大可控可观子语言. 然而一般不存在最大可观子语言. 对此，文献[2]定义了可识别子语言，并指出闭可识别语言一定可观，最大可识别子语言唯一存在，从而可设计监控器，使其综合“合法”语言的最大闭可控可识别子语言. 但是最大可识别子语言可能会极大地限制闭合系统的行为，为此，我们提出了一种求闭可观子语言的算法.

2、可观子语言的计算

2.1 预备知识

受控 DES 由自动机 G 表示，$G=(Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_m)$. 其中 Σ 为有限事件集合，记 $|\Sigma|=m$；$L(G)$ 是 Σ 上的固定语言，称为 G 的行为，它表示 G 可能出现的行为；L 表示“合法”行为，即期望行为，$L\subseteq L(G)$，这里假设 $L=\bar{L}$. Σ_o 表示可观事件，监控器能观测到 Σ_o 的发生. 观测映射为 $P:\Sigma^*\to\Sigma_o^*$，即

本文于 1991 年 11 月 8 日收到.
1) 本课题得到国家 863 高科技计划 CIMS 主题和中国科学院自动化研究所复杂系统控制实验室的资助.

$$P(\varepsilon)=\varepsilon,\ P(s\sigma)=\begin{cases}P(s)\sigma, & 若\ \sigma\in\Sigma_o,\\ P(s), & 否则.\end{cases}$$

P 的逆映射为 $P^{-1}:\Sigma_o^*\to\Sigma^*$，即 $P^{-1}(s)=\{t/P(t)=s\}$，并 $P^{-1}(H)=\{s/P(s)\in H\}$. 对闭语言 $L\subseteq L(G)$，若 $\forall s,\ t\in L,\ \sigma\in\Sigma$；且 $P(s)=P(t)$，$s\sigma\in L$，$t\sigma\in L(G)$，有 $t\sigma\in L$，则称 L 关于 G,P 可观. 对 Σ 上的语言 K，若 $K=P^{-1}P(K)\cap L(G)$，则称 K 关于 G,P 可识别.

2.2 算法与证明

利用 Σ 的有限性，可得到计算 L 闭可观子语言算法如下：

令 $i=1$，$K_1=L$. 算 $\Omega_i(K_i)=K_i-\{K_i\sigma_i\cap P^{-1}P[(L(G)-K_i)\cap K_i\sigma_i]\}\Sigma^*$.

令 $K_{i+1}=\Omega_i(K_i)$，

若 $i=m$，则结束；

否则，令 $i\leftarrow i+1$，且回到开始.

显然，算法经 m 次迭代结束. 下面将证明：K_{m+1} 是 L 的闭可观子语言，且包含 L 的最大闭可识别子语言.

引理 1. 语言序列 $K_i(1\leqslant i\leqslant m+1)$ 单调递减，且有 $K_i=\bar{K}_i$.

引理 2. $\forall s,t\in K_2$，$s\neq t$，$P(s)=P(t)$，$s\sigma_1\in K_2$，$t\sigma_1\in L(G)$，则 $t\sigma_1\in K_2$.

证明. $\because$ $K_2=K_1-\{K_1\sigma_1\cap P^{-1}P[(L(G)-K_1)\cap K_1\sigma_1]\}\Sigma^*$，可记 $K_2=K_1-K_{11}\sigma_1\Sigma^*=K_1-K_1\cap K_{11}\sigma_1\Sigma^*$. 采用反证法. 假设 $t\sigma_1\notin K_2$，会出现下面两种情况：

(1) $t\sigma_1\notin K_1$. 由引理 1，$K_2\subseteq K_1$，$\therefore$ $s,t,s\sigma_1\in K_1$，$t\sigma_1\in(L(G)-K_1)\cap K_1\sigma_1$；又 $\because$ $P(s)=P(t)$，则 $P(s\sigma_1)=P(t\sigma_1)$，$\therefore$ $s\sigma_1\in K_1\cap K_{11}\sigma_1\Sigma^*$，故 $s\sigma_1\notin K_2$，矛盾.

(2) $t\sigma_1\in K_1\cap K_{11}\sigma_1\Sigma^*$. 若 $t\sigma_1\in K_{11}\sigma_1$，则 $\exists W\sigma_1\in(L(G)-K_1)\cap K_1\sigma_1$，且 $P(W\sigma_1)=P(t\sigma_1)$，$\because$ $P(s\sigma_1)=P(t\sigma_1)=P(W\sigma_1)$，$\therefore$ $s\sigma_1\in K_1\cap K_{11}\sigma_1$，
故 $s\sigma_1\notin K_2$，矛盾.
若 $t\sigma_1\in K_1\cap K_{11}\sigma_1\Sigma^*\Sigma$，则 $t\in K_1\cap K_{11}\sigma_1\Sigma^*$，与 $t\in K_2$ 矛盾. 故假设错误. $t\sigma_1\in K_2$.

证毕.

引理 3. $\forall s,t\in K_{i+1}$，$s\neq t$，$P(s)=P(t)$，$s\sigma_i\in K_{i+1}$，$t\sigma_i\in L(G)$ $(1\leqslant i\leqslant m)$，则 $t\sigma_i\in K_{i+1}$.

证明. 与引理 2 的证明完全类似.

引理 4. $\forall s,t\in K_3, s\neq t$，$P(s)=P(t)$，$s\sigma_1\in K_3$，$t\sigma_1\in L(G)$，则有 $t\sigma_1\in K_3$.

证明. $\because$ $K_3=K_2-\{K_2\sigma_2\cap P^{-1}P[(L(G)-K_2)\cap K_2\sigma_2]\}\Sigma^*$，可记 $K_3=K_2-K_{22}\sigma_2\Sigma^*=K_2-K_2\cap K_{22}\sigma_2\Sigma^*$. 采用反证法. 假设 $t\sigma_1\notin K_3$，则会出现下面两种情况：

(1) $t\sigma_1\notin K_2$. 由引理 1，$K_3\subseteq K_2$，$\therefore$ $s,t,s\sigma_1\in K_2$；又 $\because$ $P(s)=P(t), t\sigma_1\in L(G)$，据引理 2，$t\sigma_1\in K_2$，矛盾.

(2) $t\sigma_1\in K_2\cap K_{22}\sigma_2\Sigma^*$. 显然 $t\in K_{22}\sigma_2\Sigma^*$；$\because$ $t\in K_2$，$\therefore$ $t\notin K_3$，矛盾.
故假设错误. $t\sigma_1\in K_3$.　　证毕.

引理 5. $\forall j$，$1\leqslant j\leqslant m$，$j\leqslant i\leqslant m$，$\forall s,t\in K_{i+1}$，$s\neq t$，$P(s)=P(t)$. 若 $s\sigma_j\in K_{i+1}$，$t\sigma_j\in L(G)$，则 $t\sigma_j\in K_{i+1}$.

证明. 采用数学归纳法：

1）当 $j=1$，$i=1$ 时，据引理2，结论成立．当 $1\leqslant j\leqslant 2$，$j\leqslant i\leqslant 2$ 时，据引理1、引理4、引理3，结论成立．

2）假设 $\forall 1\leqslant j\leqslant l$ $(1\leqslant l\leqslant m-1)$，$j\leqslant i\leqslant l$ 时，结论成立．

3）欲证 $\forall 1\leqslant j\leqslant l+1$ $(1\leqslant l+1\leqslant m)$，$j\leqslant i\leqslant l+1$ 时，结论成立．由于假设2)，实际上只需证明 $\forall 1\leqslant j\leqslant l+1$ $(1\leqslant l+1\leqslant m)$，$i=l+1$ 时，结论成立．即证 $\forall 1\leqslant j\leqslant l+1$ $(1\leqslant l+1\leqslant m)$，$\forall s, t\in K_{l+2}$，$s\neq t$，$P(s)=P(t)$，$s\sigma_j\in K_{l+2}$，$t\sigma_j\in L(G)$，则 $t\sigma_j\in K_{l+2}$．

采用反证法：假设 $t\sigma_j\notin K_{l+2}$．若 $j=l+1$，由引理3，得 $t\sigma_j\in K_{l+2}$，矛盾．若 $1\leqslant j\leqslant l$，$\because$ $K_{l+2}=\Omega_{l+1}(K_{l+1})$，可记 $K_{l+2}=K_{l+1}-K_{l+1}\cap K_{l+1,l+1}\sigma_{l+1}\Sigma^*$，则会出现下列两种情况

(1) $t\sigma_j\notin K_{l+1}$．$\because$ $s,t,s\sigma_j\in K_{l+2}$，由引理1，$s,t,s\sigma_j\in K_{l+1}$，而从假设2)中的假设得 $t\sigma_j\in K_{l+1}$，矛盾．

(2) $t\sigma_j\in K_{l+1}\cap K_{l+1,l+1}\sigma_{l+1}\Sigma^*$．显然 $t\in K_{l+1,l+1}\sigma_{l+1}\Sigma^*$，$\because$ K_{l+1} 闭，$t\in K_{l+1}$，$\therefore$ $t\notin K_{l+2}$，矛盾．故 $t\sigma_j\in K_{l+2}$，原命题成立． 证毕．

定理1. K_{m+1} 是 L 的闭可观子语言．

证明．根据定理1，K_{m+1} 是 L 的闭子语言．由引理5可得 $\forall$ $1\leqslant j\leqslant m$，$\forall s,t\in K_{m+1}$，$s\neq t$，$P(s)=P(t)$．若 $s\sigma_j\in K_{m+1}$，$t\sigma_j\in L(G)$，则 $t\sigma_j\in K_{m+1}$．由闭语言的可观性得 K_{m+1} 可观，故定理成立． 证毕．

记 $K_{cn}(L)$ 为 L 的最大闭可识别子语言，$K_{co}(L)=K_{m+1}$．

定理2. $K_{cn}(L)\subseteq K_{co}(L)$

证明．采用数学归纳法：

已知 $K_{cn}(L)=L-\{P^{-1}P[L(G)-L]\}\Sigma^*$[3]．

1）$\because$ $L=K_1$，显然 $K_1\supseteq K_{cn}(L)$．

$$\because\ K_2=K_1-\{K_1\sigma_1\cap P^{-1}P[(L(G)-K_1)\cap K_1\sigma_1]\}\Sigma^*$$
$$\supseteq K_1-\{P^{-1}P[(L(G)-K_1)\cap K_1\sigma_1]\}\Sigma^*\supseteq K_1-\{P^{-1}P[(L(G)-K_1)\}\Sigma^*.$$

$\therefore$ $K_2\supseteq K_{cn}(L)$．

2）假设 $i=l$ $(1\leqslant l\leqslant m)$ 时，$K_l\supseteq K_{cn}(L)$．

3）当 $i=l+1$ 时，有

$$K_{l+1}=K_l-\{K_l\sigma_l\cap P^{-1}P[(L(G)-K_l)\cap K_l\sigma_l]\}\Sigma^*\supseteq K_l-\{P^{-1}P[L(G)-K_l]\}\Sigma^*.$$

$\because$ $K_l-\{P^{-1}P[L(G)-K_l]\}\Sigma^*=K_{cn}(K_l)$，而 $K_l\supseteq K_{cn}(L)$ $\therefore$ $K_{cn}(K_l)\supseteq K_{cn}(L)$，故 $K_{l+1}\supseteq K_{cn}(L)$．原命题成立． 证毕．

下面给出一个例子说明 $K_{cn}(L)\subset K_{co}(L)$．

例. 设 $\Sigma=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\}$，$\Sigma_0=\{\alpha_1,\alpha_2\}$，

$$L(G)=\overline{(\varepsilon+\alpha_3+\alpha_4)\alpha_1+\alpha_2+\alpha_1\alpha_4},\quad L=\overline{(\varepsilon+\alpha_3+\alpha_4)\alpha_1}.$$

由算法得 $K_{co}(L)=K_{m+1}=L$，而 $K_{cn}(L)=\varepsilon+\alpha_3+\alpha_4$．显然 $K_{cn}(L)\subset K_{co}(L)$．

定理3. 若 L 是闭可观语言，无论 Σ 中事件如何排序，有 $K_{m+1}=L$．用反证法很容易证明，从略．

3、结语

由算法给出的闭可观子语言一般不唯一，因为 Σ 中的事件可以有不同的排序方式.不过这些可观语言却包含最大闭可识别子语言，且能保持 L 的正规性（regularity）。此外，算法还具有 $|\Sigma|$ 步有限收敛的优点。

改进算法求一般可观子语言及极大可观子语言，尤其是在此基础上求可控可观子语言，将是进一步研究的方向。

参　考　文　献

[1] PJ Ramadge, WM Wonham. Supervisory Control of a Class Event Processes. *SIAM J. Control Optim.*, 1987, **25**: 206—230.

[2] F Lin, WM Wonham. On Observability of Discrete Event Systems. *Int. J Infor. Sci.*, 1988, **44**: 173—198.

[3] R D Brand, etc. Formulas for Calculating Supremal Controllable and Normal Sublanguages. *Systems Control Lett.*, 1990, **15**: 111—117.

AN ALGORITHM COMPUTING OBSERVABLE SUBLANGUAGE

YANG XIAOJUN　FA JINGHUAI　ZHENG YINGPING

(*Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100080)

ABSTRACT

In this paper, an algorithm for computing the closed observable sublanguages is given. This algorithm converges within m steps (the number of discrete events in system). In addition, the closed observable sublanguages obtained from the algorithm always contains the maximal closed normal sublanguage.

Key words: supervisory control; observable language; normal language; discrete event systems.