第 20 卷 第 4 期 1994 年 7 月
自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA
Vol. 20, No. 4 July, 1994

基于 δ 算子的格形故障检测滤波器[1)]

李渭华 萧德云 方崇智
（清华大学自动化系 北京 100084）

摘 要

本文基于 δ 算子构造了 Hilbert 空间中的信号向量，推导了系统的输入输出关系，得出了前向和后向预测误差向量的表达式．借助格形滤波器理论导出了故障残差序列的递归算法，从而设计出故障检测滤波器．将该滤波器与自适应噪声抵消技术相结合，实现了对被噪声污染信号的故障实时在线检测．最后，仿真实验验证了这种故障检测方法的有效性．

关键词：故障检测，δ 算子，格形滤波器．

1 引言

用延迟算子 q^{-1} 来离散线性系统存在固有的缺陷．如对 ARMA 模型

$$y(k)=\sum_{i=1}^{N}(a_iq^{-i})y(k)+\sum_{i=1}^{M}(b_iq^{-i})u(k)$$

显然，它的参数 a_i 和 b_i 不同于连续系统模型的相应参数．并且，随着离散系统采样频率增高，ARMA 模型的极点会在 $q=1$ 附近摆动，同时 MA 部分的系数亦趋近于 0[1]，其结果，由于计算机字长有限引起的舍入误差可能使原本稳定的系统，离散后出现不稳定状态[1]．

Goodwin 等[1,2]建议采用 δ 算子来离散连续系统．定义

$$\delta=(q-1)/T$$

式中，q 是前向位移算子，T 是采样周期．随着 $T\to 0$，显然有 $\delta\to\frac{d}{dt}$，于是 ARMA 模型变成

$$\delta^n y(k)=\sum_{i=1}^{N}(a_i\delta^{n-i}y(k))+\sum_{i=1}^{M}(b_i\delta^{n-i}u(k))$$

且参数 a_i 和 b_i 非常逼近于连续系统的模型参数．可见，用 δ 算子来离散连续系统能保持它的原有特性．

本文借助 δ 算子来描述系统的前向和后向预测误差向量，用后向预测误差向量的首位元素作为包含系统故障信息的残差．与标准格形滤波器[3]不同，本文用 δ 算子构造了 Hilbert 空间中的一组信号向量，在这组向量张成的子空间中，应用正交投影原理导出了

1）国家“八五”科技攻关资助项目．
本文于 1992 年 11 月 17 日收到

故障残差序列的最小二乘格形滤波算集，由此设计了故障检测滤波器. 此外，考虑到工程信号不可避免地会受噪声污染，故把自适应噪声抵消技术[4]引进故障检测领域，因而大大提高了故障检测滤波器的抗噪能力.

2 基本概念和定义

定义 1 Hilbert 空间:

$$l_2(R,\lambda)=\{\boldsymbol{\phi}=(x_1\ x_2\cdots)^T;\langle\boldsymbol{\phi},\boldsymbol{\phi}\rangle=\|\boldsymbol{\phi}\|^2<\infty\}$$

这里，x_1、$x_2\cdots$为 Hilbert 空间的元素.不失一般性，本文假设 x_1、$x_2\cdots$都是实数元素；λ 为遗忘因子，介于 0 与 1 之间，且

$$\langle\boldsymbol{\phi},\boldsymbol{\phi}\rangle\triangleq\sum_{j=1}^{\infty}\lambda^{j-1}x_jx_j.$$

定义 2 Hilbert 空间的无穷维向量

$$\boldsymbol{y}(k-n)=[y(k-n)\ \ y(k-n-1)\cdots y(1)\ \ y(0)\ \ 0\cdots0]^T,$$

当 $k<n$，其元素由 0 来填充. 同理，$\delta^i\boldsymbol{y}(k-n)(i=1,2,\cdots n)$ 亦是 Hilbert 空间的向量.

定义 3 在 δ 算子格形滤波器中，由向量张成子空间

$$H_n(k)=\mathrm{span}\{\boldsymbol{y}(k-n),\delta\boldsymbol{y}(k-n),\cdots\delta^{n-1}\boldsymbol{y}(k-n)\},$$
$$H_0(k)=\{0\},$$

且记空间 $H_n(k)$ 上的正交投影算子为 $P_n(k)$.

定义 4 前向预测误差向量

$$\boldsymbol{f}_n(k)=[I-P_n(k)]\delta^n\boldsymbol{y}(k-n),$$

它的首位元素记为 $e_n(k)$；后向预测误差向量

$$\boldsymbol{b}_n(k)=[I-P_n(k+1)]\boldsymbol{y}(k-n).$$

它的首位元素则记为 $r_n(k)$，并把 $r_n(k)$ 作为包含系统故障信息的残差；与 $P_n(k)$ 相类似，称 $P_n(k+1)$ 为子空间 $H_n(k+1)$ 上的正交投影算子.

定义 5 无穷维向量

$$\boldsymbol{\phi}=[1\ \ 0\ \ 0\cdots0\ \ 0\ \ 0]^T$$

投影误差向量:

$$\tilde{\boldsymbol{\phi}}_n(k)=[I-P_n(k+1)]\boldsymbol{\phi}$$

它们都属于 Hilbert 空间.

完成上述定义后，再给出如下几个内积标量:

$$K_{n+1}(k)=\langle\boldsymbol{f}_n(k),\boldsymbol{b}_n(k-1)\rangle,$$
$$R_n^e(k)=\langle\boldsymbol{f}_n(k),\boldsymbol{f}_n(k)\rangle,$$
$$R_n^r(k)=\langle\boldsymbol{b}_n(k),\boldsymbol{b}_n(k)\rangle,$$
$$v_n(k)=\langle\tilde{\boldsymbol{\phi}}_n(k),\tilde{\boldsymbol{\phi}}_n(k)\rangle.$$

3 格形故障检测滤波器

利用 Hilbert 空间中的最小二乘正交投影算法,能导出如下完整的格形滤波器算集,从而可依阶次 n 和采样时刻 k 递推生成故障残差序列 $r_n(k)$[2].

$$K_{n+1}(k)=\lambda K_{n+1}(k-1)+r_n(k-1)e_n(k)\nu_n^{-1}(k-1),$$

$$\nu_{n+1}(k)=\nu_n(k)-r_n(k)R_n^{-r}(k)r_n(k),$$

$$e_{n+1}(k)=\frac{1}{T}\left[e_n(k)-r_n(k-1)R_n^{-r}(k-1)K_{n+1}(k)\right],$$

$$R_{n+1}^e(k)=\frac{1}{T^2}\left[R_n^e(k)-K_{n+1}(k)R_n^{-r}(k-1)K_{n+1}(k)\right],$$

$$r_{n+1}(k)=r_n(k-1)-e_n(k)R_n^{-e}(k)K_{n+1}(k),$$

$$R_{n+1}^r(k)=R_n^r(k-1)-K_{n+1}(k)R_n^{-e}(k)K_{n+1}(k),$$

且 $k\geqslant 1$, $0\leqslant n\leqslant k-1$.

初始条件:

(1) 启动时, 选取 $R_0^e(-1)=R_0^r(-1)=\varepsilon$, 这里的 ε 为充分小的正数. 此外, 若 $n+1>k$, 取 $K_{n+1}(k)=0$.

(2) $k\geqslant 0$ 时,

$$e_0(k)=r_0(k)=y(k),\ \nu_0(k)=1;$$

$$R_0^e(k)=R_0^r(k)=y(k)y(k)+\lambda R_0^e(-1).$$

4 故障检测原理及实现

故障检测的关键在于生成包含系统故障信息的残差序列[5]. 由定义 4 知,$r_n(k)$ 的物理意义是由输出序列$\{y(k-i)\}(i=0,1,2,\cdots n-1)$来预测 $y(k-n)$ 所造成的误差,它反映了输出信号序列$\{y(k-i)\}(i=0,1,\cdots n)$之间的关联程度. 选取 $r_n(k)$ 作残差后,对确定性系统而言,若其工作正常,按照一定的准则(如 AIC 准则)确定出滤波器阶次后,则随着采样样本的增多,$r_n(k)$ 必收敛于某一很小的数;反之,如果自某时刻 k_f 开始,输出 $\{y(k)\}(k>k_f)$ 发生了突变,这时由这些 $\{y(k)\}$ 来预测 $y(k-n)$无疑会出现较大的偏差. 基于此,通过实时在线计算出不同阶次和不同采样时刻的残差,就能够检测出故障并指出故障发生时间. 理论分析以及数字仿真都表明, 由格形故障检测滤波器生成的残差 $r_n(k)$ 对信号 $\{y(k)\}$ 的突变十分敏感[3]. 这一特点保证了故障检测易于实现.

但是,工程信号不可避免会受噪声污染. 为此,在具体实施故障检测过程中, 必须针对不同信号的特点采取相应措施. 首先,假设输出信号中不存在噪声干扰,这时只需直接将它们送进故障检测滤波器中生成残差, 再据残差特性作出结论. 对于受噪声污染后的信号,由于白噪声固有的互不相关特点,即使系统工作正常,残差序列 $r_n(k)$ 再也不趋近于某一很小的数,原有的故障检测准则失效. 然而,也可以采取某种措施来维持原有的故障检测准则. 具体办法是,首先消除输出信号中的噪声,再把经过去噪处理后的信号送进

故障检测滤波器生成残差．鉴于故障信号是确定性的，而噪声是随机性的，故可将信号中的噪声过滤掉但保留故障特征．本文依据 Widrow[4] 提出的自适应噪声抵消原理，构造了自适应噪声抵消器，能成功地消除确定性信号中的噪声．

5 仿真实验

取单盘转子系统某个方向上的振动方程为仿真模型

$$\ddot{x}+\frac{c}{m}\dot{x}+\frac{k}{m}x=e\omega^2\cos(\omega t),\tag{5.1}$$

其中，c 是阻尼系数，k 是刚度系数，m 是转子质量，e 是偏心距，ω 是转子角速度，x 是振动位移量．各参数取值如下：

$$\frac{c}{m}=160,\ \frac{k}{m}=6400,\ e=1,\ \omega=160\pi.$$

(1) 正常工况下，取采样周期 $T=0.0005$，用$\delta=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$、$\delta^2=\left(\frac{q-1}{T}\right)^2$来离散(5.1)式，将诸参数代入式中，得

$$x(k)-1.92x(k-1)+0.9216x(k-2)=0.0632\cos(0.08(k-2)\pi).\tag{5.2}$$

由上式生成一系列输出信号，基于这些信号生成残差序列$\{r_n(k)\}$．取 $n=20$，$\{r_n(k)\}$ 的变化曲线如图 1 所示．显见，系统无故障时，$\{r_n(k)\}$ 迅速收敛到 0 附近．

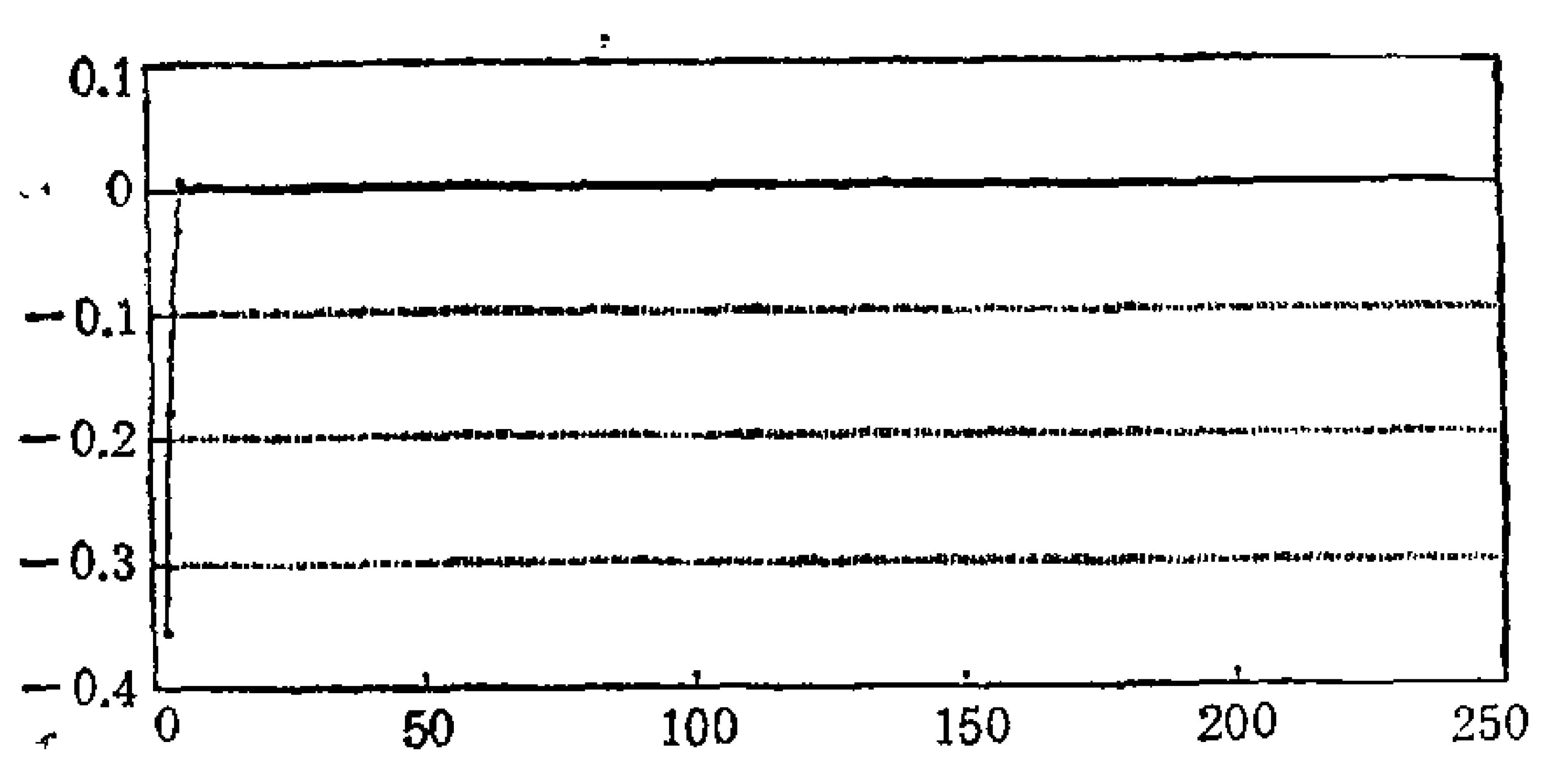


图 1 确定性系统正常工作时的残差曲线

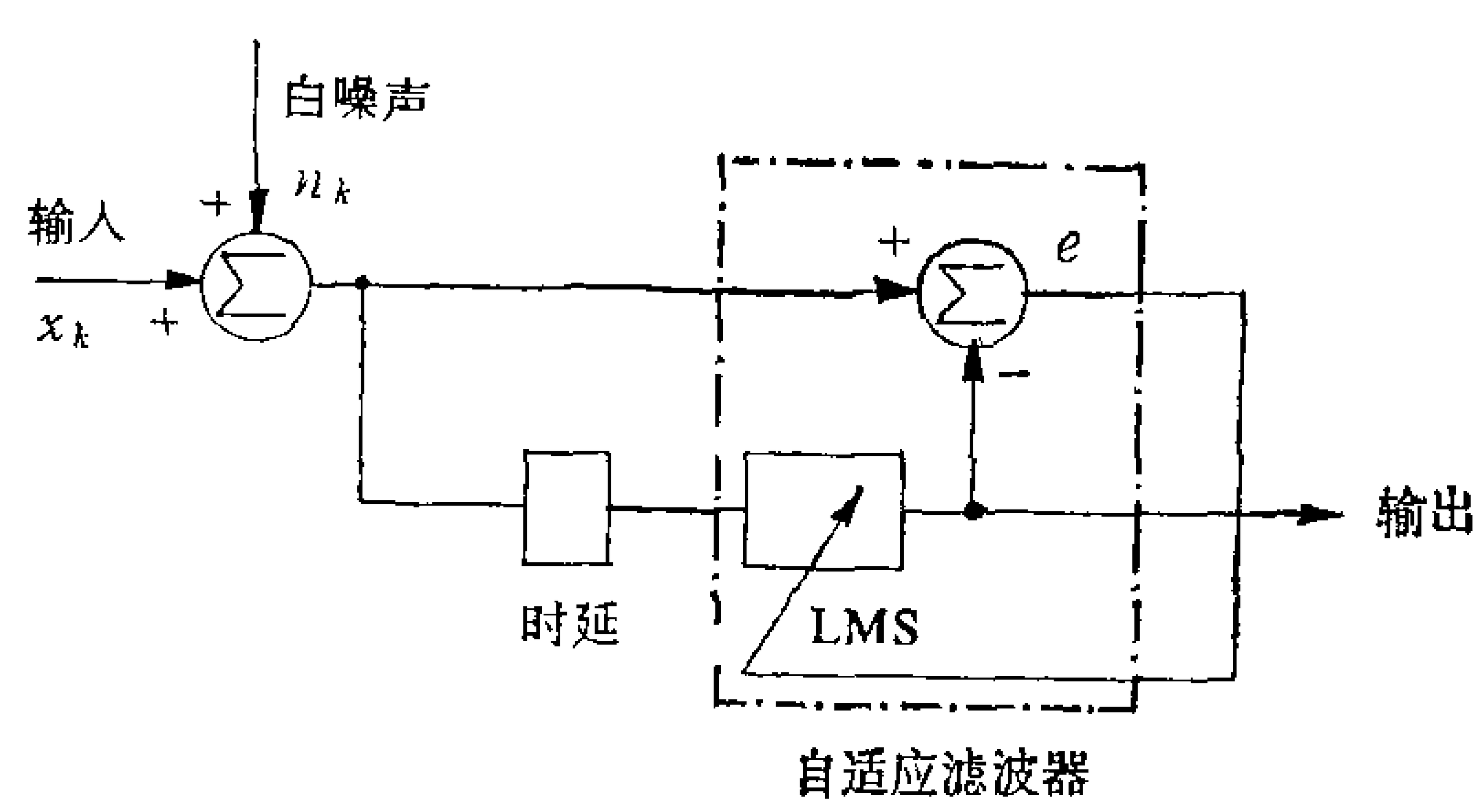


图 2 自适应噪声抵消器

考虑信号受噪声污染时的情形．与之对应，在(5.2)式的右端加上一项白噪声来描述随机系统．噪信比取 30%．自适应噪声抵消器如图 2 所示．

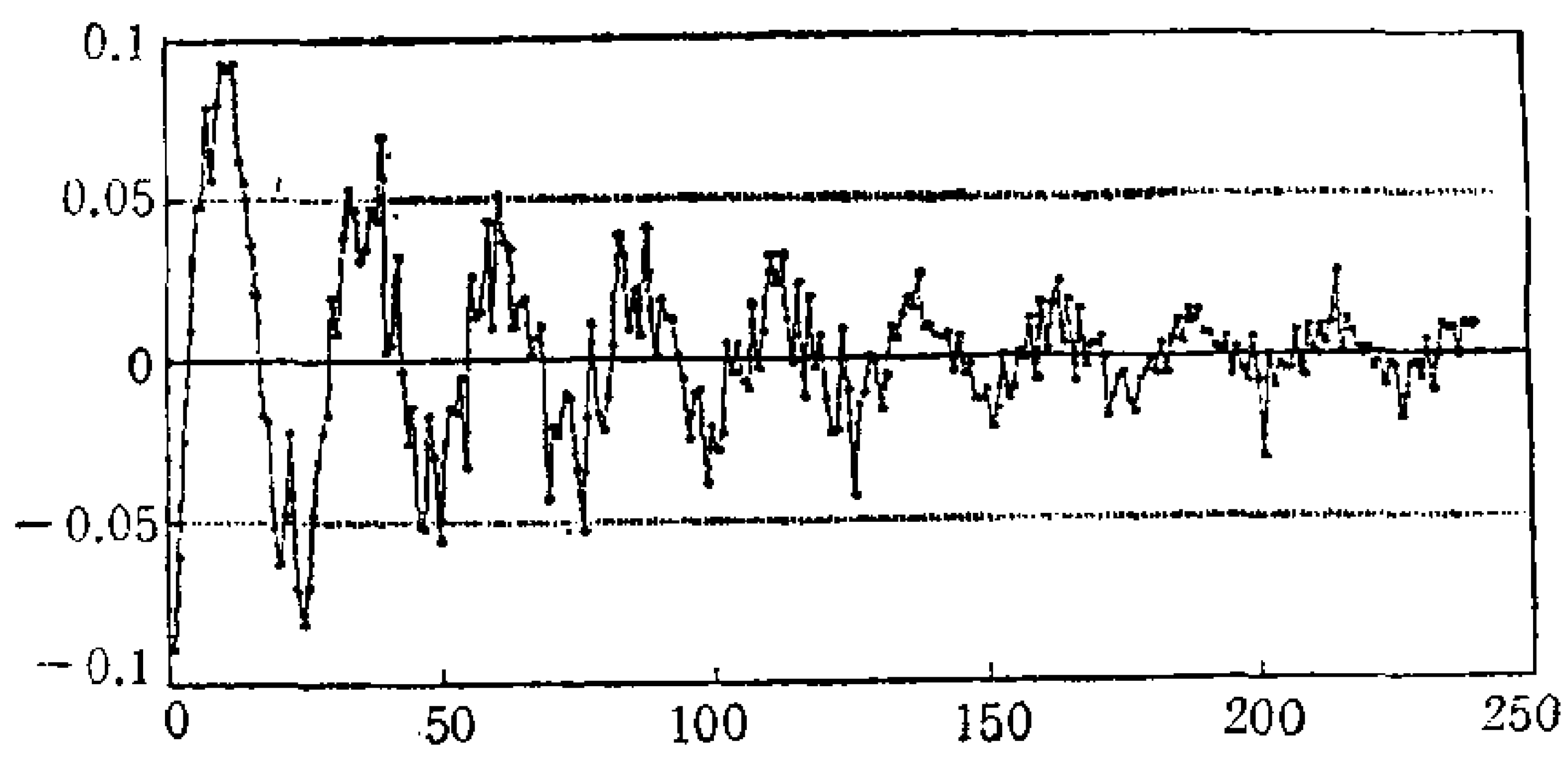


图 3　去噪后的随机系统正常工作时的残差曲线

基于去噪处理后的信号所生成的残差序列 $\{r_n(k)\}$ 如图 3 所示. 可见,即使系统输出信号受噪声污染,但经过去噪处理,系统正常工作状态下的残差 $\{r_n(k)\}$, 仍呈收敛趋势.

(2) 假设系统处于故障状态. 此时的系统模型相应为

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = e\omega^2\cos(\omega t) + m(t), \tag{5.3}$$

式中, $m(t)$ 为故障模式,它反映了由阻尼系数、刚度系数、转子质量、以及偏心距等物理量的变化所带来的对系统正常工作的干扰,和某些外部激励, 如摩擦、油膜振荡等导致的系统非正常特性. 为方便仿真,取

$$m(t) = A_f\omega^2\sin\left(\frac{1}{2}\omega t\right),$$

此外,设 $A_f = 0.05$, ω 仍为 160π.

(5.3)式中的诸参数保持不变,用类似的方法将它离散成

$$\begin{aligned} x(k) - 1.92x(k-1) + 0.9216x(k-2) &= 0.0632\cos(0.08(k-2)\pi) \\ &+ 0.003159\sin(0.04(k-2)\pi). \end{aligned} \tag{5.4}$$

假设当 $k_f \leqslant k \leqslant k_{nf}$ 时, 系统发生了故障, 则由 (5.4) 式生成输出信号 $\{x(k)\}$, $(k_f \leqslant k \leqslant k_{nf})$, 而当 $k < k_f$ 或 $k > k_{nf}$ 时,仍由(5.2)式生成 $\{x(k)\}$. 本实验取 $k_f = 160$, $k_{nf} = 165$. 由 $\{x(k)\}$ 生成的残差序列变化曲线如图 4 所示.

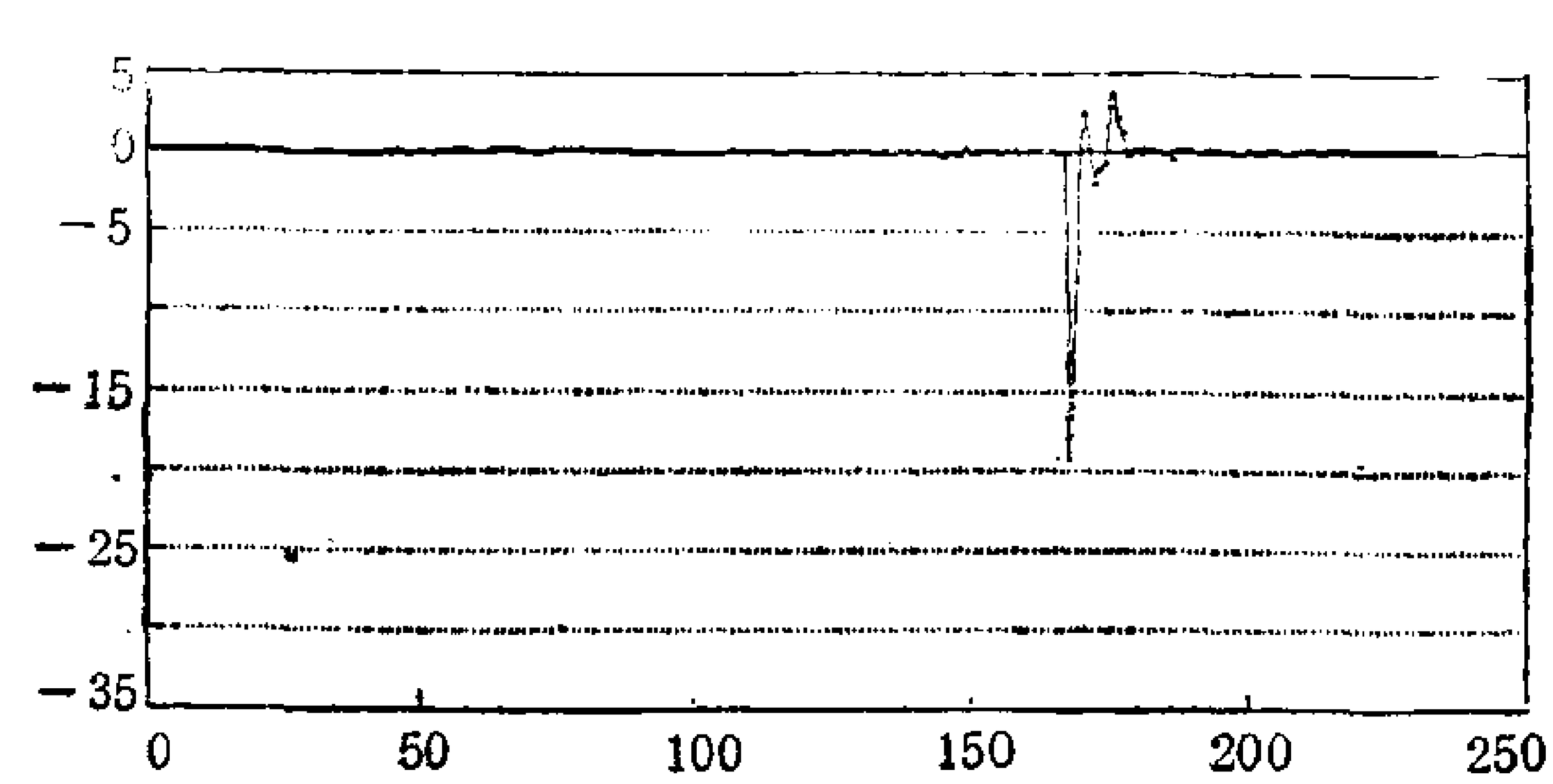


图 4　确定性系统的故障检测

同理, 再研究信号受噪声污染后的故障检测问题, 首先将含有白噪声和故障的信号送进自适应噪声抵消器去噪, 然后由处理过的信号生成残差序列 $\{r_n(k)\}$. 系统发生故障后残差迅速越过阈值,如图 5 所示.

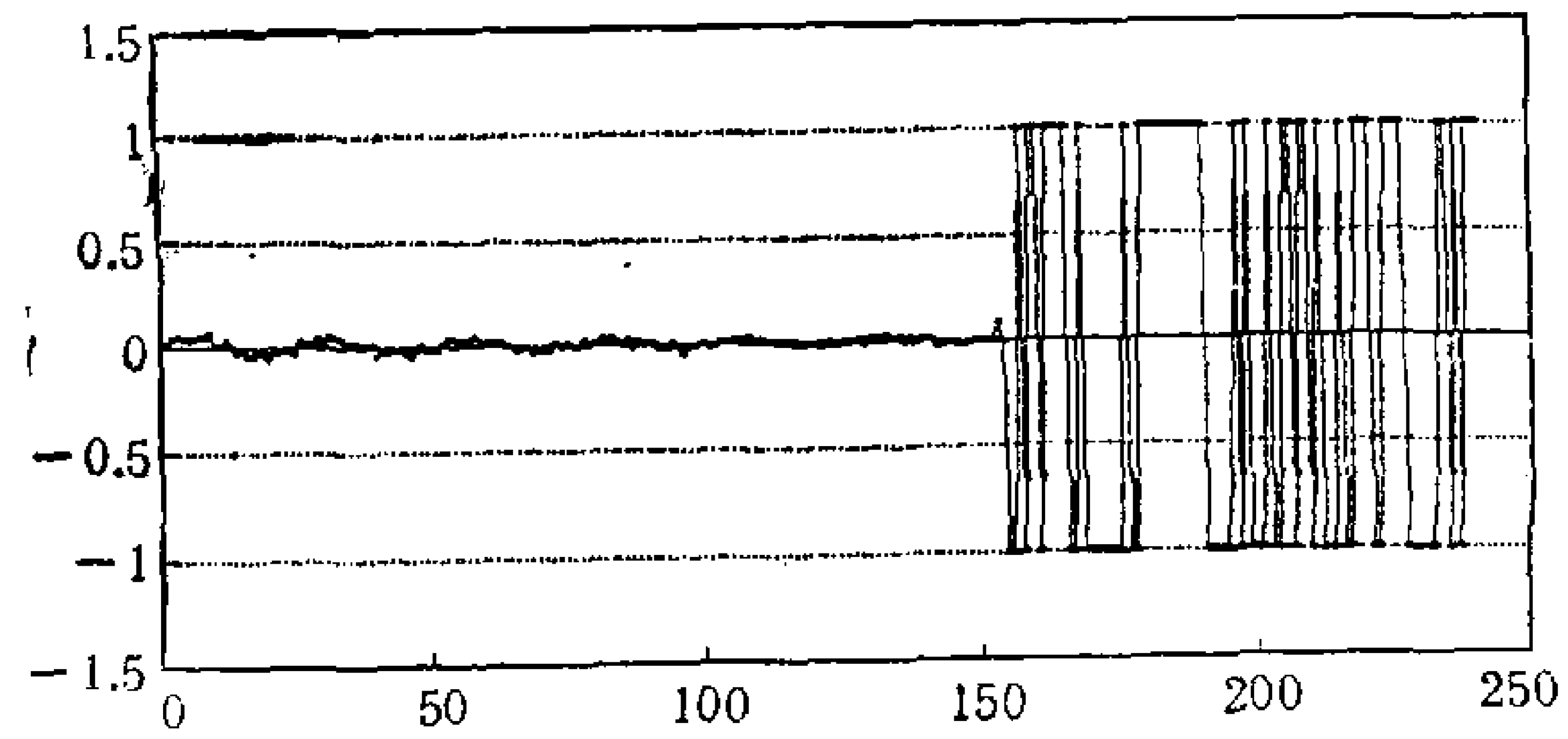


图 5 随机系统的故障检测

顺便提及，为便于绘制曲线，特将残差幅值限制在一个单位内.

6 结论

基于 δ 算子构造的格形故障检测滤波器具有灵敏度高，计算量小，不需太多的故障先验知识并可实现实时在线检测等长处. 尤其是将它与自适应噪声抵消技术结合起来，大大提高了抗噪能力，成为一种实用有效的故障检测工具.

参 考 文 献

[1] Middleton R H, Goodwin G C. Improved Finite Word Length Characteristics in Digital Control Using Delta Operator. *IEEE Trans. Auto. Contr.*, 1986, **AC-31** (11): 1015—1021.

[2] Jabbari F. Lattice Filters for RLS Estimation of A Delta Operator-Based Model, *IEEE Trans. Auto. Contr.*, 1991, **AC-36** (7): 869—875.

[3] Widrow B, et al. Adaptive Signal Processing Prentice Hall Engle-Wood Cliff., 1984.

[4] Widrow B, et al. Adaptive Noise Cancelling: Principles and Applications *Proc. IEEE*, 1975, **63** (12):1692—1716.

[5] 李渭华，萧德云，方崇智. 基于数学模型的故障检测与分离技术. 控制与决策，1992，7(6): 401—408.

DELTA OPERATOR-BASED LATTICE FAULT DETECTION FILTER

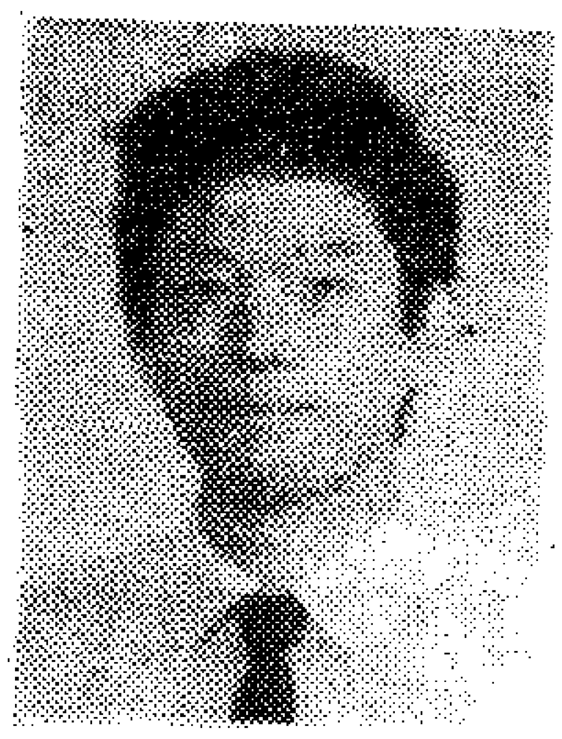
Li Weihua Xiao Deyun Fang Chongzhi

(Department of Automation, Tsinghua University)

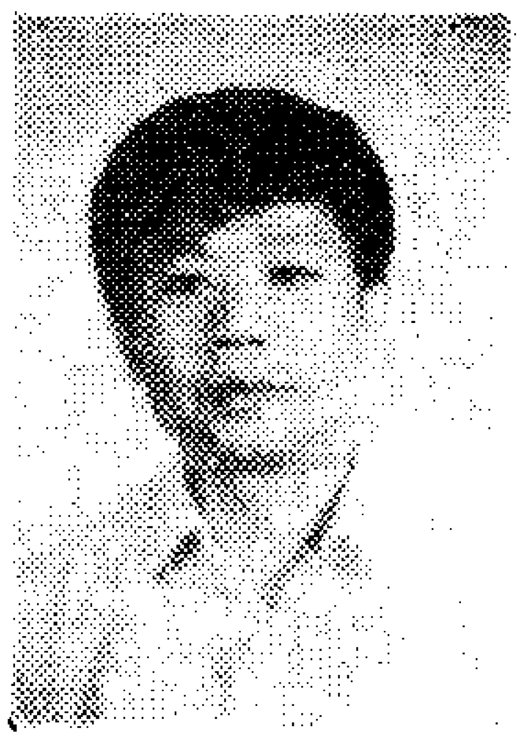
Abstract

In this paper, based on Delta Operator, signal vectors of Hilbert space are constructed, an input-output model is derived, and both the forward and backward prediction error vectors are described. With the help of Lattice filters, recursive algorithms for generating time-updated as well as order-updated residual series are formed, so that a fault detection filter is designed. Combined with the approach of adaptive noise canceling, real time, on-line fault detection is carried out. Finally, simulating experiments show that this fault detection method is effective.

Key words: fault detection; Delta Operator; Lattice filter.



李渭华 1982 年 7 月获华南工学院自动化系学士学位；1988 年获江西工业大学电机系硕士学位并留校任教，1990 年至今在清华大学自动化系攻读博士学位，致力于故障诊断，智能信号处理，以及系统建模与仿真的研究.



萧德云 1970 年毕业于清华大学，现为清华大学自动化系副教授. 出版译著有《过程辨识》、《系统辨识》、《过程控制系统》(第三版)等，国内外发表文章 20 余篇. 目前主要研究过程控制系统、辨识建模方法，生产过程故障诊断、计算机应用等.

方崇智 作者简介见本刊 1991 年 11 月，第 17 卷第 6 期.