

动态不确定系统的变结构控制器设计¹⁾

冯纯伯 武玉强

(东南大学自动化研究所 南京 210018)

摘 要

该文提出了一种仅用输入和输出信号实现的变结构控制方案。引入了一个严格正实的比较模型和具有适当逻辑切换的状态变量过滤器。文中分别讨论了系统建模部分的相对阶为1和大于1的情况。当相对阶为1时所设计的系统能实现滑模控制。在相对阶大于1的情况下尚须引入一个符号跟随系统，证明了所设计的系统全局有界稳定。理论分析和仿真表明了该文算法对系统的参数不确定性和结构不确定性具有一定的鲁棒性。

关键词：动态不确定系统，变结构控制，滑模控制，逻辑切换，鲁棒稳定性。

1 引言

在实际中遇到的动态系统大多数同时具有参数不确定性和结构不确定性，对这类系统如何实现鲁棒性强的控制具有重大理论和实用价值。变结构控制具有很强的鲁棒性，因此得到了广泛的研究。已知变结构控制系统在实现滑动模态的情况下，可对系统参数的不确定性和外界干扰有较强的鲁棒性^[1-4]。然而要实现滑动模态控制则要全状态可测。若输出中不含全部状态变量，理论上可以用状态变量观测器来重构全部状态变量，然后用以设计滑模控制。当系统参数具有不确定性时状态变量难以精确重构，因此通过状态变量观测器来实现的滑模控制鲁棒性不好。于是人们自然地关心如何仅利用输入和输出信号来实现变结构控制，这样既保持了变结构控制具有高鲁棒性的特点又便于实现。文献[5]讨论了输出反馈的变结构控制，所提方案只在极特殊的情况下才有意义。文[6-8]对最小相位系统利用输入输出反馈设计了变结构模型参考自适应控制器，但当相对阶大于1时需要求等价控制在线可测，这在实际中是难办到的。本文提出了一种仅利用输入和输出信号实现的变结构控制方案。考虑的被控对象既有参数不确定性又有结构不确定性。文中分别考虑了系统已建模部分的相对阶为1和大于1两种情况，当相对阶大于1时引入了一个符号跟随系统。证明了闭环系统的全局稳定性，并且当相对阶为1时可实现滑模控制。

2 问题描述

考虑具有结构未建模和参数在某一有界域内变化的动态系统

1) 本工作得到国家自然科学基金资助。
本文于1992年9月21日收到

$$y_0(t) = p(s, \mathbf{q})u(t) = p_0(s, \mathbf{q})(1 + \mu\Delta_1(s, \mathbf{q}))u(t) + w(s)\mu\Delta_2(s, \mathbf{q})u(t), \quad (1)$$

其中 $u(t)$ 为系统输入, $y_0(t)$ 为输出. 对系统模型(1)作以下假设:

A1) $p_0(s, \mathbf{q})$ 为已建模部分, $p_0(s, \mathbf{q}) = k_0 N_0(s, \mathbf{q}) D_0^{-1}(s, \mathbf{q})$, $N_0(s, \mathbf{q}), D_0(s, \mathbf{q})$ 为 m, n 阶 s 的首一多项式且其系数的绝对值关于 \mathbf{q} 是一致有界的且上界已知. \mathbf{q} 是在某一有界域内变化的未知参数向量. $p_0(s, \mathbf{q})$ 可以为非最小相位的.

A2) $w(s)$ 为稳定且严格正则的传递函数.

A3) $\Delta_1(s, \mathbf{q}), \Delta_2(s, \mathbf{q})$ 是未知的不确定动态, 存在 $\sigma > 0$ 使 $\Delta_i(s - \sigma, \mathbf{q}) (i = 1, 2)$ 是稳定的. 假定 $\Delta_i(s, \mathbf{q})$ 是严格正则有理传递函数. μ 为某一不确定参数.

控制系统的设计目的是综合出控制规律 $u(t)$ 使闭环系统是全局稳定的且使系统输出 $y_0(t)$ 跟踪一个参考模型输出 $y_r(t)$, 其中 $y_r(t) = k_r N_r(s) D_r^{-1}(s) r(t) = w_r(s) r(t)$, $r(t)$ 为系统外部有界输入信号, $w_r(s)$ 为一稳定的严格正则传递函数.

3 控制器设计

控制系统的设计中将分别讨论 $p_0(s, \mathbf{q})$ 的相对阶为 1 和大于 1 两种情况.

3.1 $p_0(s, \mathbf{q})$ 的相对阶等于 1 ($n - m = 1$)

取 $w_m(s) = k_m N_m(s) D_m^{-1}(s)$ 为一严格正实的传递函数, $N_m(s), D_m(s)$ 为首一的 $n - 1, n$ 阶稳定多项式. 并选取 $\bar{r}(t) = H(s)r(t)$, 其中 $H(s) = w_r(s)w_m^{-1}(s)$, $y_m(t) = w_m(s)\bar{r}(t)$. 易知当 $r(t)$ 有界时 $\bar{r}(t)$ 也是有界的且 $y_m(t) = w_m(s)\bar{r}(t) = w_r(s)r(t) = y_r(t)$. 以下不妨设 $k_0 > 0$ ($k_0 < 0$ 的情况证明类似). 记输出跟踪误差为

$$e_0(t) = y_0(t) - y_r(t) = y_0(t) - y_m(t). \quad (2)$$

取 $R(s) = D_m(s) - D_0(s, \mathbf{q})$, 则 $R(s)$ 至多为 $n - 1$ 阶 s 的多项式. (2)式可表示为

$$\begin{aligned} e_0(t) &= y_0(t) - y_m(t) = k_0 N_0(s, \mathbf{q}) D_0^{-1}(s, \mathbf{q}) (1 + \mu\Delta_1(s, \mathbf{q})) u(t) \\ &\quad + w(s)\mu\Delta_2(s, \mathbf{q})u(t) - w_m(s)\bar{r}(t) \\ &= k_m N_m(s) D_m^{-1}(s) [k_0 k_m^{-1} u(t) + k_0 k_m^{-1} (N_0(s, \mathbf{q}) - N_m(s)) N_m^{-1}(s) u(t) \\ &\quad + k_m^{-1} R(s) N_m^{-1}(s) y_0(t) - \bar{r}(t) + \mu k_0 k_m^{-1} N_0(s, \mathbf{q}) N_m^{-1}(s) \Delta_1(s, \mathbf{q}) u(t) \\ &\quad + \mu k_m^{-1} D_0(s, \mathbf{q}) w(s) N_m^{-1}(s) \Delta_2(s, \mathbf{q}) u(t)]. \end{aligned} \quad (3)$$

记 $k_0 k_m^{-1} (N_0(s, \mathbf{q}) - N_m(s))$ 中 $s^{n-2}, s^{n-3}, \dots, 1$ 的系数和 $k_m^{-1} R(s)$ 中的 $s^{n-1}, s^{n-2}, \dots, 1$ 的系数及 -1 构成的向量为 θ_0^* . 由假设 A1) 知 θ_0^* 中各分量绝对值上界已知. 令

$$\omega^T(t) = [s^{n-2} N_m^{-1}(s) u(t), \dots, N_m^{-1}(s) u(t), s^{n-1} N_m^{-1}(s) y_0(t), \dots, N_m^{-1}(s) y_0(t), \bar{r}(t)], \quad (4)$$

$$d_1(t) = \mu k_0 k_m^{-1} N_0(s, \mathbf{q}) N_m^{-1}(s) \Delta_1(s, \mathbf{q}) u(t), \quad (5)$$

$$d_2(t) = \mu k_m^{-1} D_0(s, \mathbf{q}) w(s) N_m^{-1}(s) \Delta_2(s, \mathbf{q}) u(t), \quad (6)$$

则(3)式简记为

$$e_0(t) = k_m N_m(s) D_m^{-1}(s) [k_0 k_m^{-1} u(t) + \theta_0^{*T} \omega(t) + d_1(t) + d_2(t)]. \quad (7)$$

(7)式的状态空间实现为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{e}(t) + \mathbf{b}[k_0 k_m^{-1} u(t) + \theta_0^{*T} \omega(t) + d_1(t) + d_2(t)] \\ e_0(t) &= \mathbf{c}^T \mathbf{e}(t) \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

变结构控制律 $u(t)$ 选取为

$$u(t) = -\text{sgn}(e_0(t)) \sum_{i=1}^{2n} (\bar{k}_i |\omega_i(t)| + \bar{k} + \bar{k}m(t)). \quad (9)$$

其中 $\omega_i(t)$ 为向量 $\omega(t)$ 的第 i 个分量, $\bar{k}_i (i=1, 2, \dots, 2n)$ 为适当选取的正数且大于 θ_0^* 的第 i 个分量绝对值的上界, \bar{k} 是一个适当小的正数. $m(t)$ 由下面方程给出

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{m}}(t) &= -\beta_1 \bar{m}_1(t) + \beta_2 |\bar{u}(t)| \\ \dot{\bar{u}}(t) &= -\alpha \bar{u}(t) + u(t), \quad m(t) = \bar{m}(t) + |\bar{u}(t)| \end{aligned} \right\}, \quad (10)$$

式中 α, β_2 为适当选取的正数, β_1 满足

$$\beta_1 < \min\{\sigma, |\text{Re}\lambda(N_m(s))|, |\text{Re}\lambda(w(s))|\},$$

$\lambda(\cdot)$ 表示传递函数的特征根或多项式的根. 为证明(8)的全局渐近稳定性, 尚须下面引理.

引理. 对方程(10), 当参数 α, β_1, β_2 选定后, 存在 $|\mu^*| > 0$, 当 $|\mu| < |\mu^*|$, 对(5), (6)两式满足

$$|d_1(t)| + |d_2(t)| \leq k_0 k_m^{-1} \bar{k} m(t). \quad (11)$$

由于 $\Delta_1(s, q), \Delta_2(s, q)$ 严格正则, 利用(5), (6)两式的状态空间实现可证明此引理, 证明见附录.

定理 1. 对具有结构未建模和参数在一有界域内变化的动态不确定系统(1), 若假设条件 A1) 至 A3) 满足, 变结构控制律按(9), (10)选取, 当(9), (10)中的参数适当选取后, 存在 $|\mu^*| > 0$, 当 $|\mu| < |\mu^*|$ 时, 系统(8)全局渐近稳定, 跟踪误差 $e_0(t)$ 趋近于零. 并且可实现滑动模态控制.

证明. 因 $w_m(s)$ 为严格正实传递函数, 存在正定矩阵 G, Q 使得 $A^T G + GA = -2Q, Gb = c$. 对系统(8)取 Liapunov 函数为

$$V(e) = \frac{1}{2} e^T G e. \quad (12)$$

沿(8)式求导并由引理及(9)式可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(e)|_{(8)} &= -e^T Q e + e_0(t) [k_0 k_m^{-1} u(t) + \theta_0^{*T} \omega(t) + d_1(t) + d_2(t)] \\ &\leq -e^T Q e - |e_0(t)| \left[\sum_{i=1}^{2n} k_0 k_m^{-1} \bar{k}_i |\omega_i(t)| - |\theta_0^{*T} \omega(t)| - |d_1(t)| \right. \\ &\quad \left. - |d_2(t)| + k_0 k_m^{-1} \bar{k} + k_0 k_m^{-1} \bar{k} m(t) \right] \\ &\leq -e^T Q e - k_0 k_m^{-1} \bar{k} |e_0(t)| < 0. \end{aligned} \quad (13)$$

由此系统(8)是全局渐近稳定的, $e(t)$ 趋近于零, 且跟踪误差 $e_0(t)$ 趋近于零. 由(8)式又知

$$\begin{aligned} e_0(t) \dot{e}_0(t) &= e_0(t) [c^T A e + c^T b (k_0 k_m^{-1} u(t) + \theta_0^{*T} \omega(t) + d_1(t) + d_2(t))] \\ &\leq |e_0(t)| |c^T A e(t)| - c^T b k_0 k_m^{-1} \bar{k} |e_0(t)|. \end{aligned} \quad (14)$$

由 $e(t)$ 趋近于零, 则存在 $T > 0$, 当 $t > T$ 时, 得到

$$e_0(t) \dot{e}_0(t) < 0.$$

这保证 $e_0(t)$ 在有限时间内达到滑动平面 $e_0 = 0$, 并可实现滑模控制.

注. 当在理想切换下实现滑模控制时, 当滑动平面上取等价控制, 在等价控制不能在

线可测量的情况下可近似取为 $u_{eq}(t) = (\tau s + 1)^{-1}u(t)$, $\tau > 0$.

3.2 $p_0(s, q)$ 的相对阶大于 1 ($n - m > 1$)

类似于跟踪误差方程(7)式的推导, 当 $n - m > 1$ 时, 误差方程可表示为

$$e_0(t) = k_m N_m(s) D_m^{-1}(s) [\theta_1^{*T} \omega(t) + d_1(t) + d_2(t)], \quad (15)$$

其中 θ_1^* 为由 $k_0 k_m^{-1} N_0(s, q)$ 的系数与 $k_m^{-1} R(s)$ 的系数及 -1 组成的向量. 和相对阶为 1 时不同, 这里的 $w_m(s) = k_m N_m(s) D_m^{-1}(s)$ 按如下方式选取: 设 \bar{A} 是一个稳定矩阵且 $\bar{A} + \bar{A}^T$ 是负定的, $\bar{b} = \bar{c} = [0, 0, \dots, 0, 1]^T$. 取 $w_m(s) = k_m \bar{c}^T (sI - \bar{A})^{-1} \bar{b}$, 其中 $k_m > 0$ 是一个适当大的正数. 由(15)可得状态空间实现为

$$\left. \begin{aligned} \dot{e}(t) &= \bar{A}e(t) + \bar{b}[\theta_1^{*T} \omega(t) + d_1(t) + d_2(t)] \\ e_0(t) &= k_m \bar{c}^T e(t) = k_m e_n(t), \quad e(t) = [e_1(t), \dots, e_n(t)]^T \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

在控制系统的设计中引入一个符号跟随系统, 其控制系统的结构图如图 1.

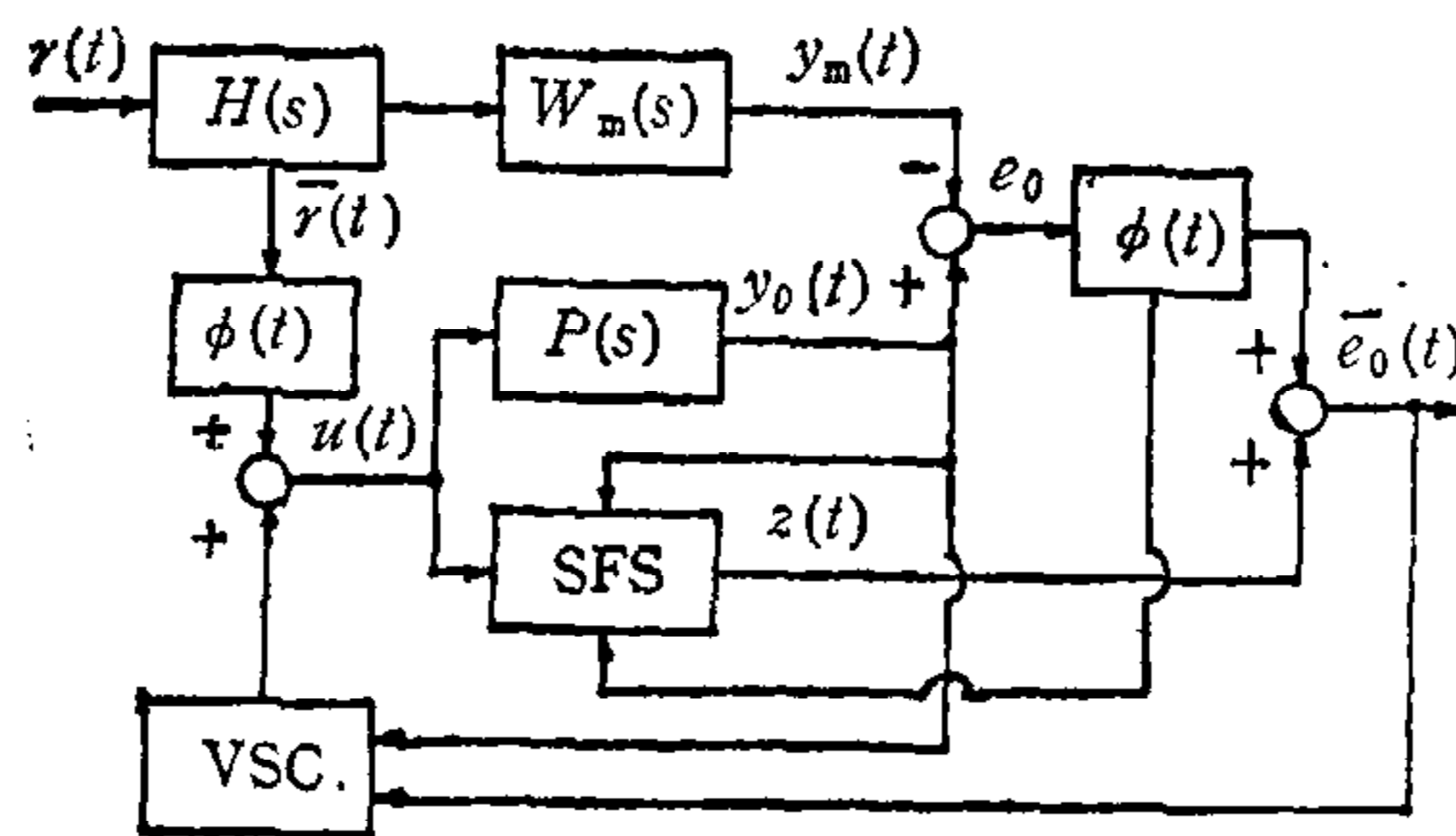


图 1 控制系统结构图

图 1 中 $\phi(t)$ 定义为: 当 $e_0(t)z(t) \neq 0$ 时, $\phi(t) = \text{sgn}(e_0(t)z(t))$, 当 $e_0(t)z(t) = 0$ 时, $\phi(t) = 1$. 符号跟随系统的输出 $z(t)$ 由下面方程给出

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= \bar{A}x + \bar{b}[u(t) + \theta_2^{*T} \omega(t)] + g(\phi(t) - 1)y_0(t)k_m^{-1} \\ z(t) &= k_m \bar{c}^T x = k_m x_n(t), \quad x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \\ g &= [a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{n-1,n}, 0]^T \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中 a_{ij} 为矩阵 \bar{A} 的第 i 行第 j 列交点的元素, θ_2^* 为某一适当选取的向量. 由于 $\bar{A}, \bar{b}, \bar{c}$ 已知, $y_0(t), e_0(t)$ 为可观测量, 由(16), (17)的方程形式可知 $x(t), e(t)$ 为可观测量. 由图 1 知

$$\bar{e}_0(t) = z(t) + \phi(t)e_0(t). \quad (18)$$

控制律 $u(t)$ 选取为

$$u(t) = -\text{sgn}(\bar{e}_0(t)) \left[\sum_{i=1}^{2n-1} \bar{l}_i |\omega_i(t)| + \beta m(t) \right] + (1 - \phi(t))f^T e(t) + \phi(t)\bar{r}(t), \quad (19)$$

其中 $\bar{l}_i > 0$ 是适当选择的正数, $f^T = [a_{n1}, \dots, a_{n,n-1}, 0]$, $\beta \geq |k_0 k_m^{-1}|$. θ_2^* 中最后一个分量取为零. 因 $p(s, q)$ 为严格正则的, 由(1), (17), (19)可知 $y_0(t), z(t)$ 是连续的, 由 $y_m(t)$ 的连续性可得 $e_0(t)$ 为连续的. 根据 $\phi(t)$ 的定义可知 $\phi(t)$ 是分段连续的函数. 记区间序列 $(t_i, t_{i+1}) (i = 0, 1, 2, \dots)$ 中的每一个为 $\phi(t)$ 的连续区间, $[t_0, \infty) = \bigcup_{i=0} \dots$

$$V(t) = \frac{1}{2} (x_1(t) + e_1(t))^2 + \cdots + \frac{1}{2} (x_{n-1}(t) + e_{n-1}(t))^2 + \frac{1}{2} (x_n(t) + \phi(t)e_n(t))^2. \quad (20)$$

考虑 $V(t)$ 在 (t_i, t_{i+1}) 上的变化规律, 当在 (t_i, t_{i+1}) 上 $\phi(t) = 1$ 时, 由(16), (17)可得

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) + \dot{e}(t) &= \bar{A}(x(t) + e(t)) + \bar{b}[u(t) + \theta^{*T}\omega(t) + d_1(t) + d_2(t)] \\ \bar{e}_0(t) &= z(t) + \phi(t)e_0(t) = k_m \bar{c}^T(x(t) + e(t)) = k_m(x_n(t) + e_n(t)) \\ \theta^* &= \theta_2^* + \theta_1^* \end{aligned} \right\}. \quad (21)$$

$V(t)$ 沿(21)求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t)|_{(21)} &= \frac{1}{2} (x(t) + e(t))^T (\bar{A} + \bar{A}^T) (x(t) + e(t)) + \bar{e}_0(t) k_m^{-1} [u(t) \\ &\quad + \theta^{*T}\omega(t) + d_1(t) + d_2(t)], \end{aligned} \quad (22)$$

将(19)式的控制律 $u(t)$ 代入(22)式, 适当选取 \bar{l}_i 后由引理可得

$$\dot{V}(t)|_{(21)} \leq \frac{1}{2} (x(t) + e(t))^T (\bar{A} + \bar{A}^T) (x(t) + e(t)) < 0. \quad (23)$$

若在 (t_i, t_{i+1}) 上 $\phi(t) = -1$, 由(16), (17)可得

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1(t) + \dot{e}_1(t) &= a_{11}(x_1 + e_1) + \cdots + a_{1,n-1}(x_{n-1} + e_{n-1}) + a_{1n}(x_n - e_n) - 2k_m^{-1}a_{1n}y_m(t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} + \dot{e}_{n-1} &= a_{n-1,1}(x_1 + e_1) + \cdots + a_{n-1,n-1}(x_{n-1} + e_{n-1}) + a_{n-1,n}(x_n - e_n) \\ &\quad - 2a_{n-1,n}k_m^{-1}y_m(t) \\ \dot{x}_n - \dot{e}_n &= a_{n1}(x_1 + e_1) + \cdots + a_{n,n-1}(x_{n-1} + e_{n-1}) + a_{nn}(x_n - e_n) + (u(t) \\ &\quad + \tilde{\theta}^{*T}\omega(t) - d_1(t) - d_2(t)) - 2f^T e(t) \\ \bar{e}_0(t) &= z(t) + \phi(t)e_0(t) = k_m(x_n(t) - e_n(t)), \quad \tilde{\theta}^* = \theta_2^* - \theta_1^* \end{aligned} \right\}. \quad (24)$$

$V(t)$ 沿(24)求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t)|_{(24)} &= \frac{1}{2} (x + Je)^T (\bar{A} + \bar{A}^T) (x + Je) + k_m^{-1} \bar{e}_0(t) (u(t) + \tilde{\theta}^{*T}\omega(t) - d_1(t) \\ &\quad - d_2(t)) - 2k_m^{-1} \bar{e}_0(t) f^T e(t) - 2k_m^{-1} (x + Je)^T g y_m(t), \end{aligned} \quad (25)$$

其中 $J = \text{diag}\{1, 1, \cdots, 1, -1\}$. 将(19)式代入(25)式可得到

$$\dot{V}(t)|_{(24)} \leq \frac{1}{2} (x + Je)^T (\bar{A} + \bar{A}^T) (x + Je) - 2k_m^{-1} (x + Je)^T g y_m(t). \quad (26)$$

由于 $y_m(t)$ 有界, 则存在 $M > 0$, 当 $\|x + Je\| > M$ 时, 据(26)式可知

$$\dot{V}(t)|_{(24)} < 0, \quad (27)$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示欧氏范数.

下面证明 $V(t)$ 在 $\phi(t)$ 的切换时刻 $t_i (i = 0, 1, 2, \cdots)$ 处是连续的. 事实上由 $\phi(t)$ 的定义可知, 要使 $\phi(t)$ 从 1 变为 -1 或由 -1 变为 1 当且仅当 $z(t)$ 或 $e_0(t)$ 中有一个在 t_i 处为零. 从而 $\bar{e}_0^2(t) = (z(t) + \phi(t)e_0(t))^2$ 是连续的, 由此可得 $(x_n(t) +$

$\phi(t)e_n(t))^2$ 连续. 再由 $\mathbf{x}(t), \mathbf{e}(t)$ 的连续性可知 $V(t)$ 在 t_i 处连续. 结合 (20), (23), (27) 式可知 $V(t)$ 在 $[t_0, \infty)$ 上是有界的, 进一步可得到 $z(t), e_0(t), y_0(t)$ 是有界的. 即系统的输出为全局有界稳定的.

由 (17) 式可知

$$z(t) = k_m \bar{c}^T (sI - \bar{A})^{-1} \bar{b} [u(t) + \theta_2^{*T} \omega(t)] + \bar{c}^T (sI - \bar{A})^{-1} g (\phi(t) - 1) y_0(t). \quad (28)$$

取 $z(t) - \bar{c}^T (sI - \bar{A})^{-1} g (\phi(t) - 1) y_0(t) = E(t)$, 易知 $E(t)$ 是有界的. 将 $\theta_2^{*T} \omega(t)$ 表示为

$$\theta_2^{*T} \omega(t) = N_1(s) N_m^{-1}(s) u(t) + N_2(s) N_m^{-1}(s) y_0(t). \quad (29)$$

由 (28) 式可得

$$k_m N_m(s) D_m^{-1}(s) [u(t) + N_1(s) N_m^{-1}(s) u(t) + N_2(s) N_m^{-1}(s) y_0(t)] = E(t). \quad (30)$$

由 (30) 又知

$$k_m (N_m(s) + N_1(s)) D_m^{-1}(s) u(t) + k_m N_2(s) D_m^{-1}(s) y_0(t) = E(t). \quad (31)$$

在 θ_2^* 的选取中只要使 $N_m(s) + N_1(s)$ 稳定, 由 (31) 式可证明 $\bar{u}(t)$ 是有界的, 进一步可由此证明 $m(t), \omega(t)$ 是有界的. 由 (16) 式可知, $e_1(t), e_2(t), \dots, e_{n-1}(t)$ 实际为 $e_n(t)$ 的稳定滤波, 而 $e_n(t) = k_m^{-1} e_0(t)$, 这就保证了 $e_1(t), e_2(t), \dots, e_{n-1}(t)$ 是有界的. 由控制律的选取 (19) 式得到 $u(t)$ 是有界的.

以上分析结果写成下面定理.

定理 2. 对具有结构未建模和参数在某一有界域内变化的动态不确定系统 (1), 假若条件 A1) 至 A3) 满足, 当系统已建模部分的相对阶大于 1 时, 变结构控制律按 (19), (20) 式选取, 则存在 $|\mu^*| > 0$, 当 $|\mu| < |\mu^*|$ 时, 闭环系统中所有信号是有界稳定的.

4 仿真结果

建模部分相对阶为 1 的被控对象为

$$y_0(t) = \frac{s+1}{(s+q_1)(s+q_2)} \left(1 + \mu \frac{1}{s+\alpha_1} \right) u(t) + \frac{1}{s+1} \cdot \frac{\mu}{s+\alpha_2} u(t).$$

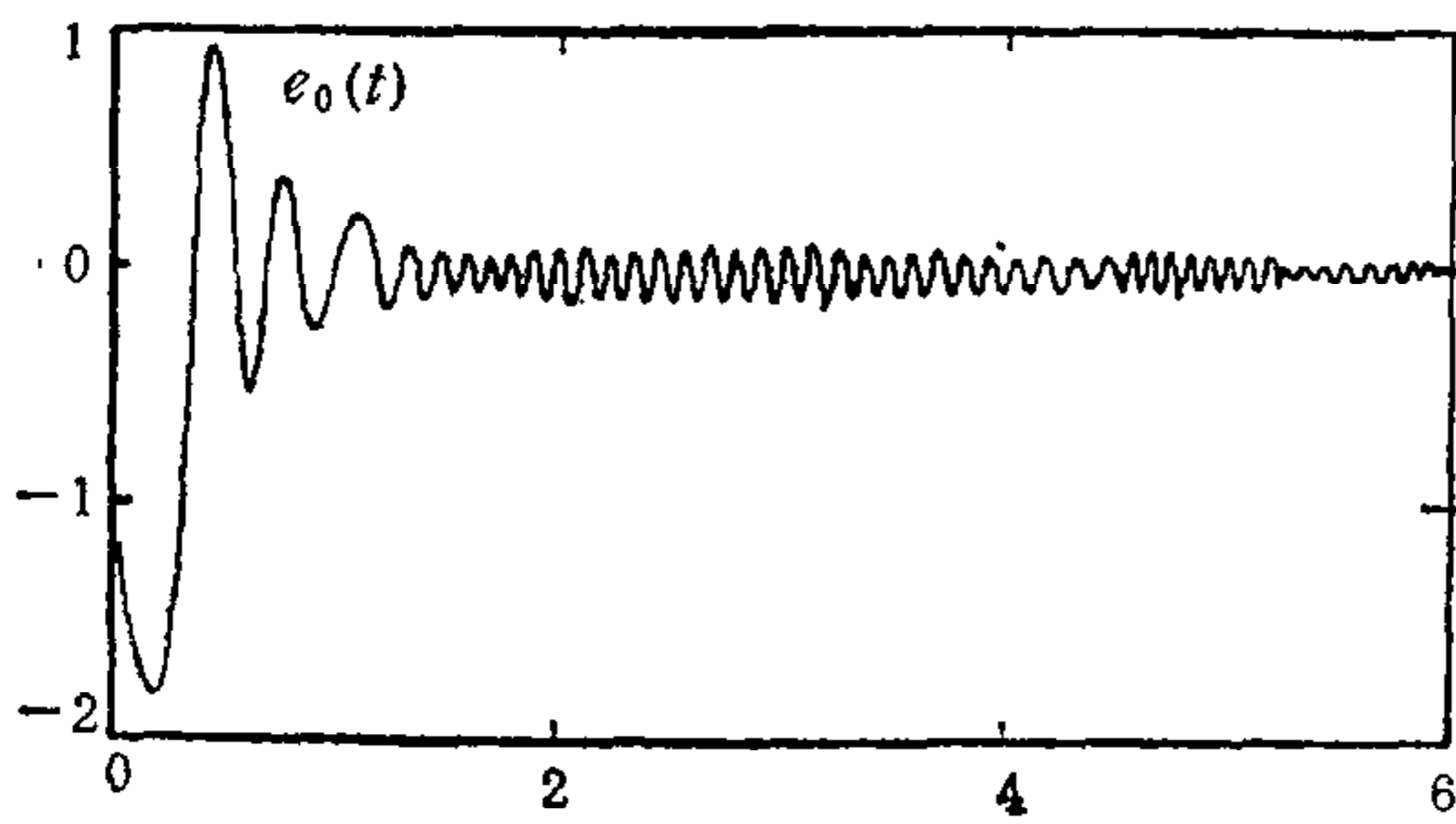
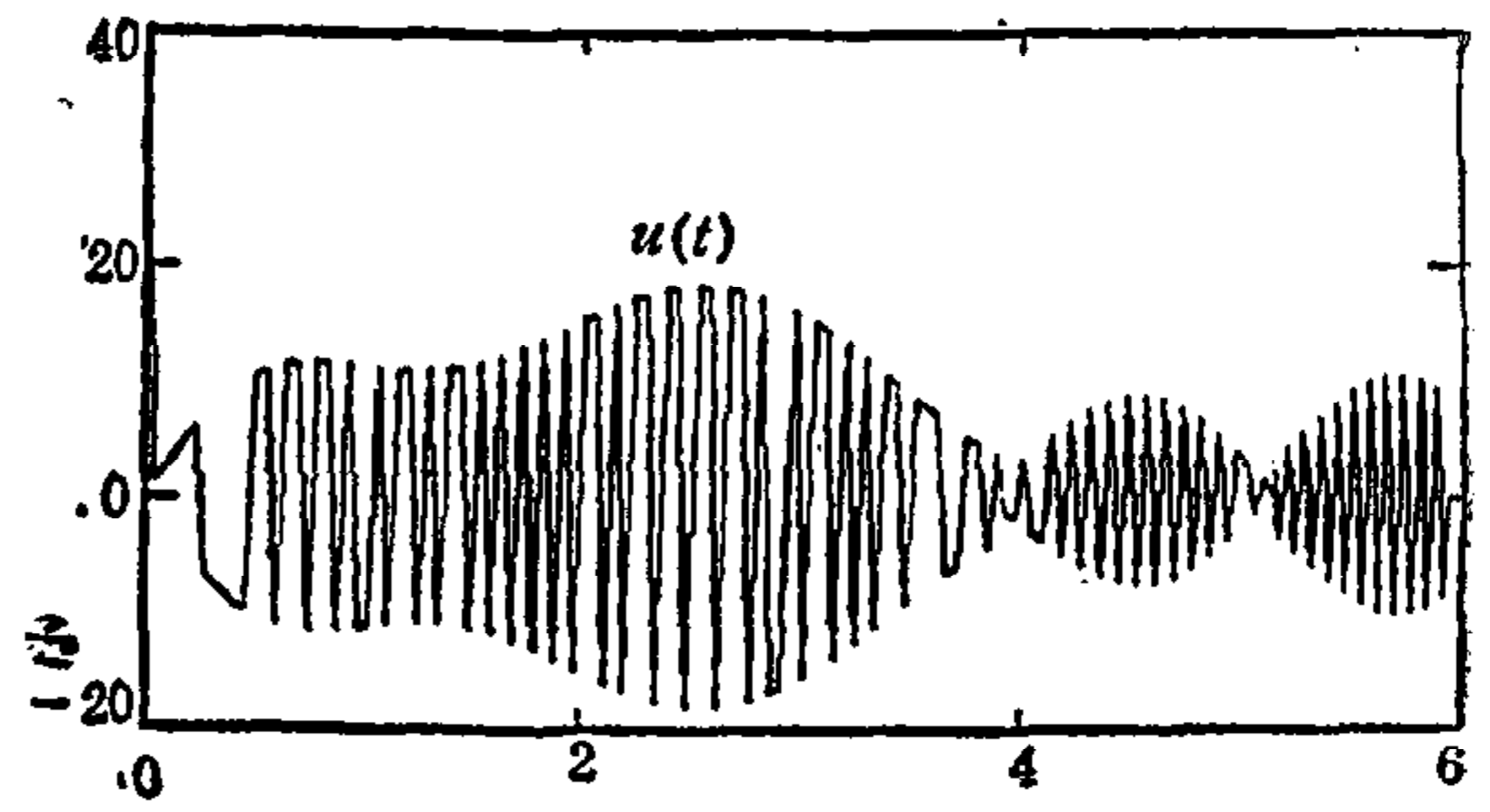
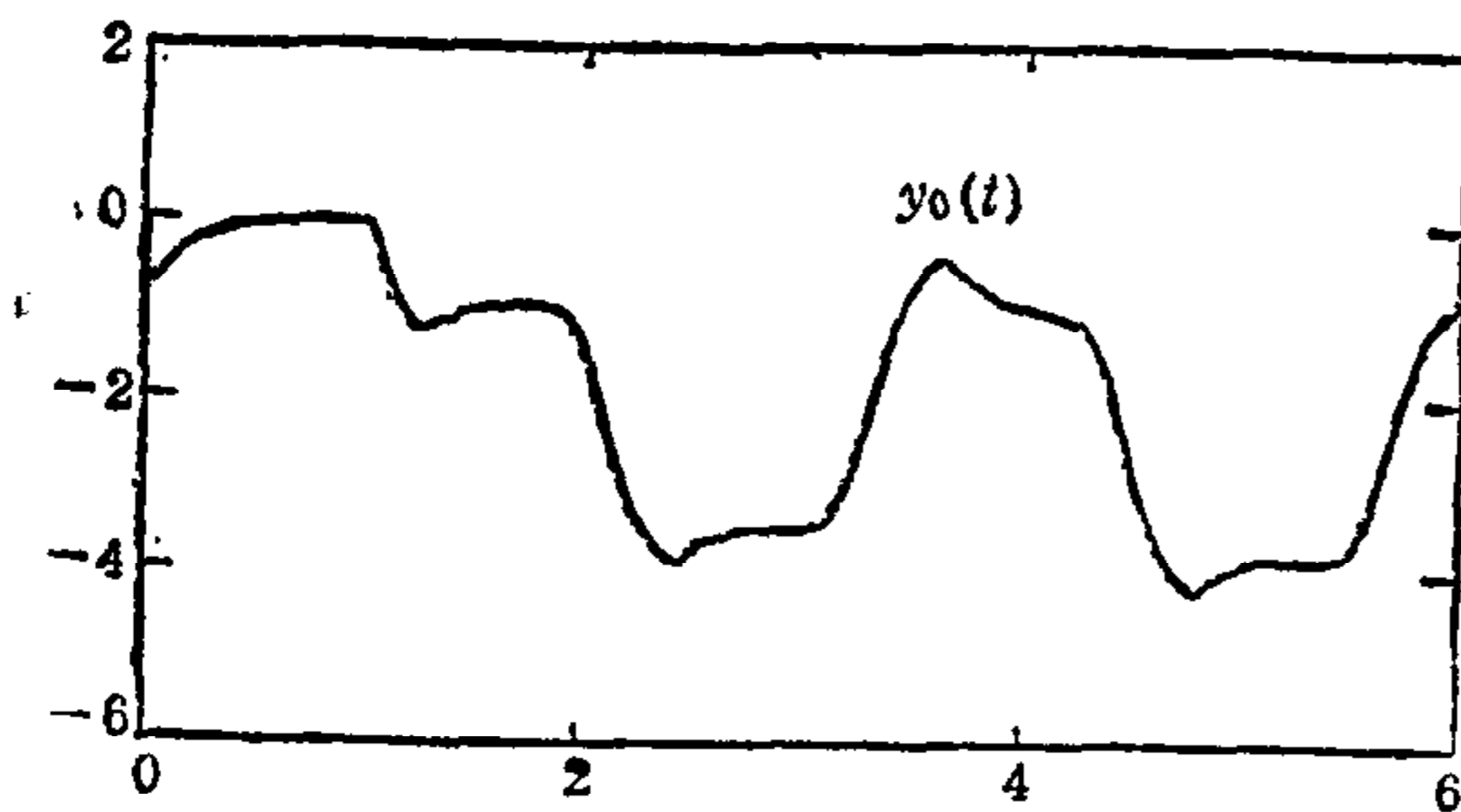
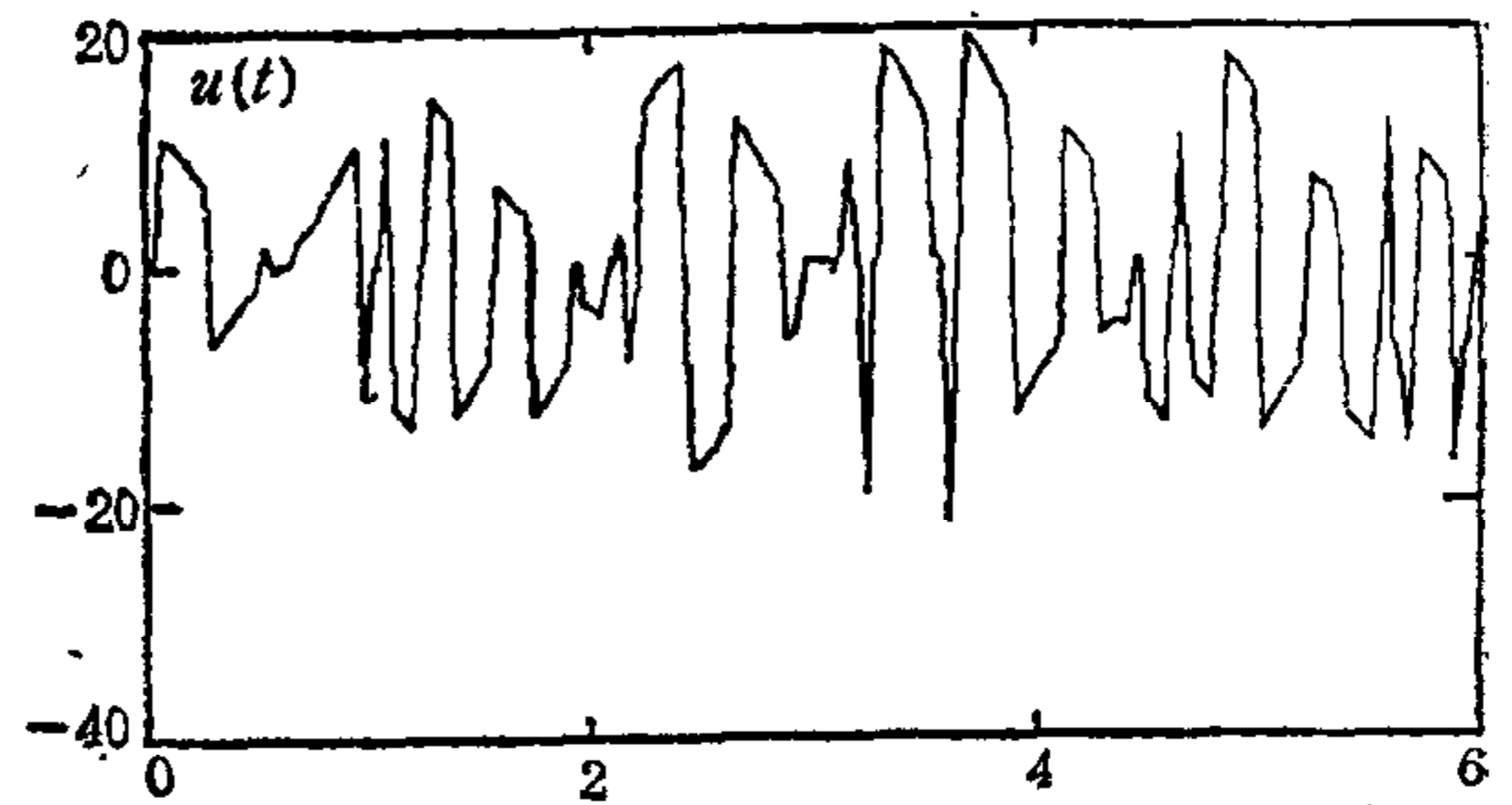
仿真中取 $q_1 = -0.5, q_2 = 5, \alpha_1 = 10, \alpha_2 = 12, \mu = 0.01$, 比较模型 $w_m(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)}$, 参考模型 $w_r(s) = \frac{1}{(s+2)(s+3)}$. 外部输入信号 $r(t) = 2 \cos(5t)$.

控制律中的参数 $\bar{k}_1 = 5, \bar{k}_2 = 2, \bar{k}_3 = 5, \bar{k}_4 = 1, \bar{k} = 0.01, \alpha = 1, \beta_1 = 0.8, \beta_2 = 5$. 系统的输出跟踪误差 $e_0(t)$ 与变结构控制律 $u(t)$ 分别如图 2, 图 3 所示. 由仿真结果看出, 在达到切换平面 $e_0 = 0$ 后由于滞后作用控制律 $u(t)$ 发生高频切换, 这是变结构控制固有的缺陷.

建模部分的相对阶大于 1 的系统为

$$y_0(t) = \frac{1}{(s+q_1)(s+q_2)} \left(1 + \mu \cdot \frac{1}{s+\alpha_1} \right) u(t) + \frac{1}{s+1} \cdot \frac{\mu}{s+\alpha_2} u(t).$$

仿真中取 $q_1 = -0.1, q_2 = 5, \alpha_1 = 8, \alpha_2 = 20, \mu = 0.01$. 比较模型的选取中令 $w_m(s) = 5N_m(s)D_m^{-1}(s)$, $N_m(s) = s+1, D_m(s) = s^2 + 3s + 0.5, N_m(s)D_m^{-1}(s)$ 有一个

图2 输出跟踪误差 $e_0(t)$ 图3 变结构控制律 $u(t)$ 图4 系统输出 $y_0(t)$ 图5 控制规律 $u(t)$

实现为

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1.5 & -2 \end{bmatrix}, \quad \bar{b} = \bar{c} = [0, 1]^T.$$

参考模型 $w_r(s) = \frac{1}{(s+3)(s+4)}$, 外部输入 $r(t) = \frac{1}{2} \cos(2t) + 2 \sin(3t)$. 取符号

跟随系统中参数向量 $\theta_2^* = [0.1, 0.1, 0.1, 0]$. 控制律中参数为 $\bar{l}_1 = 3, \bar{l}_2 = 3, \bar{l}_3 = 4, \beta = 0.2, \alpha = 1, \beta_1 = 0.8, \beta_2 = 5$. 系统输出 $y_0(t)$ 与控制律 $u(t)$ 分别如图4, 图5所示. 仿真说明 $y_0(t), u(t)$ 是有界稳定的.

5 结束语

本文提出了仅利用输入及输出信号设计变结构控制的一种方案. 该控制方案具有一定的鲁棒性, 它允许系统具有一定的参数不确定性和结构不确定性, 且系统的已建模部分可以有不稳定的极点和零点. 设计的核心在于采用了具有适当逻辑切换的状态变量过滤器和引入一个符号跟随系统. 文献 [11, 12] 首次提出了可利用符号跟随系统引入适当逻辑切换来改善控制系统的性能. 本文则引用符号跟随系统所提供的逻辑切换使系统的稳定性得到保证. 文献中也有将变结构引入模型参考自适应控制系统的^[6-10, 12], 然而本文的主要贡献在于证明所提供的设计方案当建模部分的相对阶为 1 时可实现滑模控制. 对于一般情况引入符号跟随系统后可证明当存在一定的参数不确定性和结构不确定性时仍能保证全局稳定.

附 录

引理的证明.

由(5)式知

$$\begin{aligned} d_1(z) &= \mu k_0 k_m^{-1} N_0(s, q) N_m^{-1}(s) \Delta_1(s, q) u(z) = \mu k_0 k_m^{-1} N_0(s, q) (s + \alpha) \cdot N_m^{-1}(s) \Delta_1(s, q) \frac{1}{s + \alpha} u(z) \\ &= \mu k_0 k_m^{-1} N_0(s, q) (s + \alpha) N_m^{-1}(s) \Delta_1(s, q) \bar{u}(z), \end{aligned}$$

亦即

$$\frac{1}{\mu} d_1(z) = k_0 k_m^{-1} N_0(s, q) (s + \alpha) N_m^{-1}(s) \Delta_1(s, q) \bar{u}(z). \quad (\text{A1})$$

由于 $\Delta_1(s, q)$ 严格正则, 式 (A1) 的状态空间实现为

$$\dot{\mathbf{x}} = \tilde{A} \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{b}} \bar{u}(z), \quad (\text{A2})$$

$$\frac{1}{\mu} d_1(z) = \tilde{\mathbf{c}}^T \mathbf{x} + \delta \bar{u}(z). \quad (\text{A3})$$

解式 (A2) 得

$$\mathbf{x}(z) = e^{\tilde{A}(z-z_0)} \mathbf{x}(z_0) + \int_{z_0}^z e^{\tilde{A}(z-\tau)} \tilde{\mathbf{b}} \bar{u}(\tau) d\tau, \quad (\text{A4})$$

$$\frac{1}{\mu} d_1(z) = \tilde{\mathbf{c}}^T e^{\tilde{A}(z-z_0)} \mathbf{x}(z_0) + \int_{z_0}^z \tilde{\mathbf{c}}^T e^{\tilde{A}(z-\tau)} \tilde{\mathbf{b}} \bar{u}(\tau) d\tau + \delta \bar{u}(z). \quad (\text{A5})$$

由于 $N_m^{-1}(s)$, $\Delta_1(s, q)$ 是稳定传递函数, 从而 \tilde{A} 是稳定的, 再由假设条件 A3) 及(10)式可知, 存在 $M_1 > 0$, $M_2 > 0$ 使得

$$\begin{aligned} \left| \frac{1}{\mu} d_1(z) \right| &\leq \left| \tilde{\mathbf{c}}^T e^{\tilde{A}(z-z_0)} \mathbf{x}(z_0) \right| + \int_{z_0}^z \left| \tilde{\mathbf{c}}^T e^{\tilde{A}(z-\tau)} \tilde{\mathbf{b}} \right| |\bar{u}(\tau)| d\tau + |\delta| |\bar{u}(z)| \\ &\leq M_1 e^{-\beta_1(z-z_0)} \|\mathbf{x}(z_0)\| + M_2 \int_{z_0}^z e^{-\beta_1(z-\tau)} |\bar{u}(\tau)| d\tau + |\delta| |\bar{u}(z)|. \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

而由(10)式可得

$$m(z) = e^{-\beta_1(z-z_0)} \bar{m}(z_0) + \int_{z_0}^z e^{-\beta_1(z-\tau)} \beta_2 |\bar{u}(\tau)| d\tau + |\bar{u}(z)|. \quad (\text{A7})$$

只要 μ 适当小就可知

$$|d_1(z)| < \frac{1}{2} |k_0 k_m^{-1}| \bar{k} m(z).$$

可同样证明

$$|d_2(z)| < \frac{1}{2} |k_0 k_m^{-1}| \bar{k} m(z).$$

即有

$$|d_1(z)| + |d_2(z)| < |k_0 k_m^{-1}| \bar{k} m(z).$$

参 考 文 献

- [1] Utkin V I. Sliding Mode in Optimization and Control. Moscow, Nauka (In Russian), (1981).
- [2] V I Utkin Variable Structure Systems with Sliding Modes. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1977, **AC-22**(2): 212—222.
- [3] 高为炳, 变结构控制理论基础. 科学出版社, 1990.
- [4] 冯纯伯, 非线性系统分析与设计. 东南大学出版社, 1990.
- [5] R El-Khazali, R A Dccarlo. Variable Structure Output Feedback Control. *Proceedings of the*

- ACC'92, 1992, 1: 871—875.
- [6] Liu Hsu. Variable Structure Model Reference Adaptive Control Using only Input and Output Measurements-Part I. *Int. J. Control*, (1989), **49**(2): 399—416.
- [7] Liu Hsu. Variable Structure Model Reference Adaptive Control Using only Input and Output Measurements: the General Case. *IEEE. trans. Automat. Contr.*, 1990, **AC-35** (11): 1238—1243.
- [8] Wu A C, Fu L C, and Hsu C F. Robust MRAC for Plants with arbitrary Relative Degree Using a Variable Structure Design. Proceedings of the ACC'92, 1992, 4: 2735—2739.
- [9] Hsu L, Lizarralde F. Redesign and Stability Analysis of Input Output Variable Structure Model Reference Adaptive Control Systems. Proceedings of the ACC'92, 1992, 4: 2725—2729.
- [10] Chen C J, Wu A C, Fu L C, Sun K C. A Robust Model Reference Control Using Variable Structure Design for Multivariable Plants. Proceedings of the ACC'92, 1992, 4: 2730—2734.
- [11] Feng C B. Input-Output Property Analysis of Composite Dynamic Systems and its Applications. In *Theory and Applications of Nonlinear Control Systems*. Edited by C. I. Byrnes and A. Lindquist. North-Holland, 1986, 313—322.
- [12] 冯纯伯, 反馈系统的无源性分析及其应用. *自动化学报*, 1985, 11(2): 111—117.

THE DESIGN OF VARIABLE STRUCTURE ROBUST CONTROLLER FOR UNCERTAIN DYNAMIC SYSTEMS

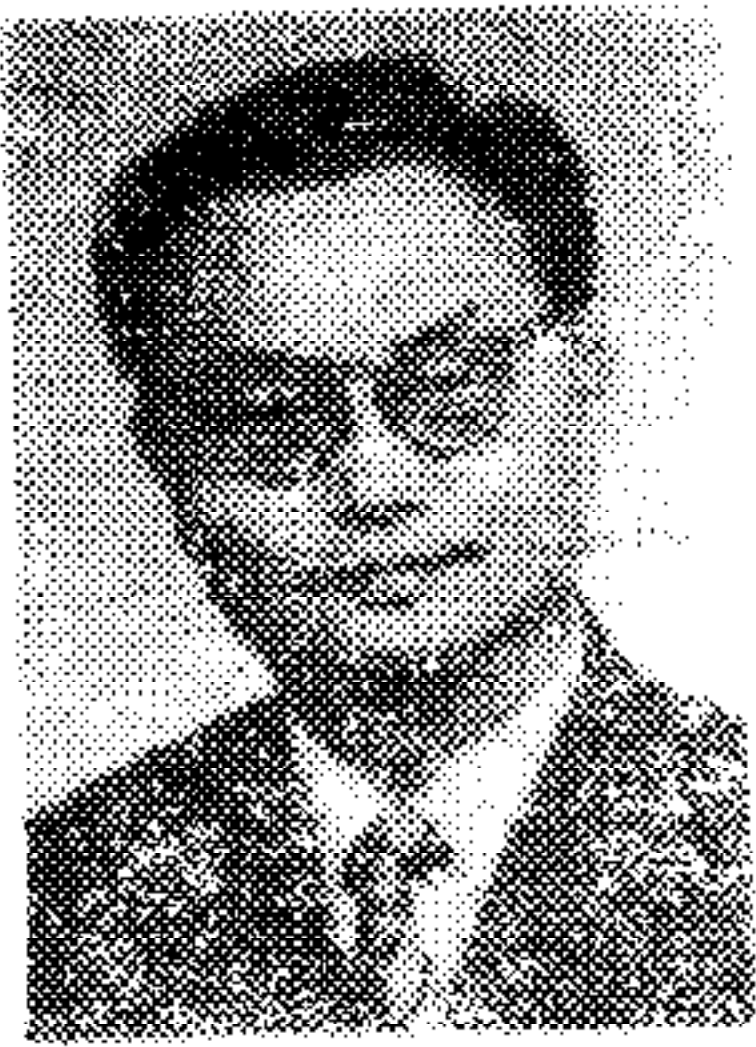
FENG CHENBO WU YUQIANG

(*Institute of Automation, Southeast University, Nanjing 210018*)

ABSTRACT

A variable structure control scheme which only uses the input-output measurements is presented in this paper. A strictly positive real comparison model and the state variable filters with logic switchings are introduced. Two cases where the relative degree of the modeled part of the plant is equal to one and greater than one are studied respectively. When the relative degree equals one, it is proved that the designed control system can implement the sliding mode control. A sign following system is used for the case when the relative degree is greater than one. It is proved that the designed control system guarantees the global stability. It is shown that the proposed scheme is robust for systems with parametric uncertainties and unstructured uncertainties.

Key words: Uncertain dynamic systems, Variable structure control, Sliding mode control, Logic switchings, Robust stability.



冯纯伯 1950年毕业于浙江大学电机系,1953年毕业于哈尔滨工业大学研究班,1958年获苏联技术科学副博士学位。1975年以前在哈工大任教研室主任,副教授。1975年至1979年在原724所任室主任,副总工程师。1979年转入东南大学至今。现任东南大学研究生院副院长,教授。中国自动化学会常务理事。IEEE高级会员。目前主要从事系统建模方法,自适应,鲁棒及智能化控制理论及应用,机器人的控制等研究工作。



武玉强 1962年生,1988年曲阜师范大学硕士研究生毕业,1988年至1991年在曲阜师范大学自动化研究所工作。1991年考入东南大学攻读博士学位,目前主要从事变结构控制,自适应控制,鲁棒控制等研究工作。

CAD/Graphics' 95

第四届国际计算机辅助设计及图形学学术会议征文通知

1995年10月22—25日,华中理工大学,武汉,湖北,中国

主办单位: 中国计算机学会,华中理工大学

协办单位: 美国计算机学会(ACM),日本信息学会(IPSJ),中国自动化学会,中国工程图学学会,IEEE北京分会,湖北计算机学会

征文范围: 计算机图形学;工程数据库/知识库;计算机辅助几何设计;智能CAD;计算几何;计算机图形硬件及工程工作站;CAD/CAM技术及应用;科学计算可视化;CAD/CAPP/CAM集成;仿真技术;IC计算机辅助设计;人机交互技术;测试、诊断、容错技术;多媒体技术。

重要日期: 1994年12月1日截稿,1995年2月1日录用通知,1995年4月1日终稿交递。

论文要求: 所投论文应符合征文范围且从未发表过。论文须用英文书写,包括插图在内不得超过5000字。论文须用A4纸隔行和单面打印。除论文正文外,所投论文还必须包括不超过200字的论文提要、8个以内的关键字、作者姓名、职务和技术职称、所在单位、通讯地址、邮编及电话、传真号码。

论文请寄: 武汉华中理工大学CAD中心 高峰

(邮编: 430074, 电话: 027 780 1881, 传真: 027 780 0063)