

二值截面重建新算法及其神经网络实现

余松煜 孙毅

(上海交通大学图象处理与模式识别研究所 上海 200030)

摘 要

本文提出一种二值截面重建的新算法。算法针对截面的二值特性用模式识别方法进行截面重建。计算机模拟结果表明所提出的算法有所需投影角少,检出微小缺陷能力强,在观测角度受限时仍有良好重建性能等优点。本文描述了算法的详细步骤和实现算法的神经网络结构,并对网络稳定性作了分析,提出了解决稳定性问题的措施,并给出一组计算机模拟结果。

关键词: 图象重建,模式识别,人工神经网络。

1 引言

在无损探伤等许多应用领域中,待重建截面呈二值性。对于这些应用,截面的二值性是一种先验知识。它可以被用来改进重建算法的性能^[1,2]。本文提出了一个与传统方法不同的重建算法,即把重建算法建立在决策理论而不是估计理论的基础上,以识别代替设计,从而得到一种性能颇为优越的重建算法(VOTE)。

VOTE算法可以用一个离散Hopfield网络来实现。对网络性能的分析表明,对于二值截面重建问题而言,网络的加权矩阵 W 必然是非正定的。采用通常的离散Hopfield网络会产生不稳定。VOTE算法中解决稳定性问题的措施启发了一种带有延迟回线特性的神经元。采用这种基本单元代替通常的Sgn形状并适当控制延迟回线宽度可以实现网络的稳定工作。实验结果与上述分析相一致。本算法可推广应用于其他神经计算问题。对二值图复原的模拟结果证实了这种推广的可能性。

2 VOTE 算法的基本思想和步骤

已经提出了许多重建方法,如直接福里哀反变换法(DFI),滤波反投影法(FBP),代数重建法(如ART, SIRT等)。ART算法灵活,易于把各种先验信息结合到重建过程中去,在不完备观测条件下性能优于FBP,DFI等方法。但ART用于二值截面重建时易产生条纹形干扰,在投影角度少时难以检出小缺陷。ART这一类算法的理论基础是估计理论,算法本身隐含着象素值是多值函数这一基本假设。从方法论角度看问题,二值截面重建是个模式识别问题而不是个数值的估计问题。应该可以找到基于模式识别的重建算法。

对于平行射线情况,设 N_0 为投影角总数, N 为每个方向的投影包含的射线总数,则

共观测到 $N_\theta N$ 个投影数据. 今以 $N_\theta N$ 维向量 \mathbf{p} 表示之. 设待重建截面为 $N \times N$ 二值矩阵, 可将其堆迭成 N^2 维二值向量, 以 \mathbf{x} 表示之. 截面上各象素对投影的贡献可用 $N_\theta N \times N^2$ 矩阵来表示, 记作 A . 则有

$$\mathbf{p} = A\mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad (1)$$

其中 \mathbf{n} 为观测噪声向量. 由 \mathbf{p} 进行反投影, 有

$$\mathbf{H} = A^T \mathbf{p}, \quad (2)$$

上式中 \mathbf{H} 为 N^2 维向量, 称为反投影向量, 它和 $N \times N$ 空间点阵相对应. 于是问题可描述为已知 \mathbf{p} , A 求二值向量 \mathbf{x} 使 $\mathbf{p} = A\mathbf{x}$ 尽可能得到满足. \mathbf{x} 可以用下述的迭代改判过程来求得.

VOTE 的算法步骤:

1) 令 \mathbf{I} 表示所有元素为 1 的 $N_\theta N$ 维向量. 用

$$\mathbf{v} = A^T \mathbf{I} \quad (3)$$

求出 N^2 维向量 \mathbf{v} .

2) 设定二值截面的初始估计为全零, 即

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}.$$

3) 计算投影差向量 $\mathbf{q}(k)$

$$\mathbf{q}(k) = \mathbf{p} - A\mathbf{x}(k). \quad (4)$$

4) 作非线性变换. 对于 i 从 1 到 N^2 求

$$q'_i(k) = f(q_i(k)). \quad (5)$$

这一步的目的是加快收敛. 曾分别以线性, 立方根, th 及双向限幅的非线性函数 f 进行过实验, 均能得到好的重建结果.

5) 计算投影差的反投影并作归一化

$$\mathbf{h}(k) = A^T \mathbf{q}'(k), \quad (6)$$

$$H_i(k) = h_i(k)/v_i, \quad \forall i, \quad (7)$$

得 N^2 维向量 $\mathbf{H}(k)$.

6) 计算阈值 T

$$T = K \cdot \max_i |H_i(k)|.$$

由经验, K 可取 0.85—0.95. K 大收敛慢, 但稳定性好. K 小则反之. 若 $T < 0.5$ 算法结束, 否则做下一步.

7) 对所有象素, 按下列规则决策

$$x_i(k+1) = \begin{cases} 1 & \text{若 } H_i(k) > T \\ 0 & \text{若 } H_i(k) < -T, \forall i, \\ x_i(k) & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

令 $k := k + 1$, 转第 3 步.

3 算法的神经网络实现及其稳定性分析

为简化起见, 略去归一化和限幅这二个步骤. 实验结果表明这样做的重建结果仍很

好,只是迭代次数要增加.由(4)(6)式,有

$$\mathbf{H}(k) = -A^T A \mathbf{x}(k) + A^T \mathbf{p}, \quad (9)$$

$$\text{令 } \mathbf{W} = -A^T A, \quad (10)$$

$$\boldsymbol{\theta} = A^T \mathbf{p}, \quad (11)$$

则(9)式成为

$$\mathbf{H}(k) = \mathbf{W} \mathbf{x}(k) + \boldsymbol{\theta}, \quad (12)$$

而反映决策过程的(8)式可看成非线性特性

$$x_i(k+1) = f(H_i(k)). \quad (13)$$

可见,简化的 VOTE 算法可以由一个离散 Hopfield 网来实现,其权矩阵为 $-A^T A$,偏置向量为 $A^T \mathbf{p}$. 此网络的节点数等于重建截面的象元数. 值得注意的是由(8)式表示的 $x_i(k+1)$ 与 $H_i(k)$ 之间的非线性关系不同于通常的 $x_i(k+1) = \text{sgn}(H_i(k))$ 形式.(8)式可用图 1 所示的带有延迟回线的形状来表示,回线宽度为 $2T$. 当 $|H_i(k)| < T$ 时神经元的状态保持不变. 即网络的基本单元的状态有一定的稳定性,其稳定程度由参数 T 决定. 这种基本单元状态的稳定性对网络运行稳定性的有利影响已为许多模拟实验所证实.也可把(8)式看成:基本单元特性为 sgn 形式但状态翻转受参数 T 控制的神经元.

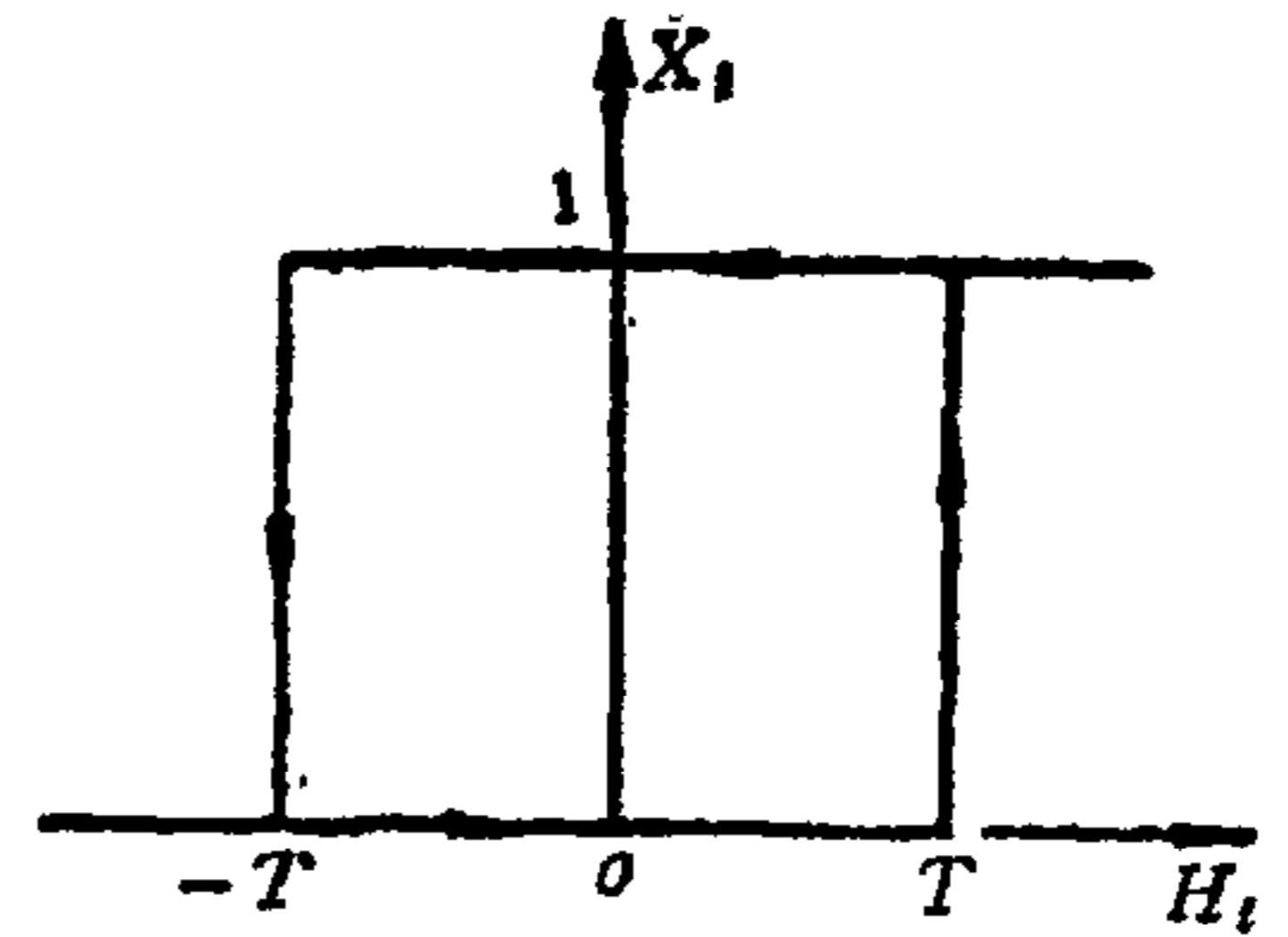


图 1 具有延迟回线的神经元特性

下面来分析网络的稳定性.现在问题的实质是在二值约束下求 \mathbf{x} 使 $A\mathbf{x}$ 与观测到的投影向量 \mathbf{p} 相一致.即求 \mathbf{x} ,使

$$\varepsilon^2 = \min_{\mathbf{x} \in \{0,1\}^n} \|A\mathbf{x} - \mathbf{p}\|^2. \quad (14)$$

展开(14)式右边,有

$$\|A\mathbf{x} - \mathbf{p}\|^2 = \mathbf{x}^T A^T A \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^T A^T \mathbf{p} + \mathbf{p}^T \mathbf{p}. \quad (15)$$

不计与 \mathbf{x} 无关的项 $\mathbf{p}^T \mathbf{p}$,将(10)(11)式代入(15)式,即得能量函数

$$E = -\frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{W} \mathbf{x} - \mathbf{x}^T \boldsymbol{\theta}. \quad (16)$$

将(16)式在 $\mathbf{x}(k)$ 处展开成 Taylor 形式,有

$$\begin{aligned} \Delta E &= -(\Delta \mathbf{x})^T \mathbf{W} \mathbf{x} - (\Delta \mathbf{x})^T \boldsymbol{\theta} - \frac{1}{2} (\Delta \mathbf{x})^T \mathbf{W} (\Delta \mathbf{x}) \\ &= -(\Delta \mathbf{x})^T \mathbf{H} - \frac{1}{2} (\Delta \mathbf{x})^T \mathbf{W} (\Delta \mathbf{x}). \end{aligned} \quad (17)$$

因 Δx_i 与 H_i 必同号,故右边第一项必为负.由(10)式, $\mathbf{W} = -A^T A$. 由矩阵理论可知 \mathbf{W} 必然非正定,即右边第二项必为正.这种由需解决问题的本性所决定的 \mathbf{W} 阵的非正定性正是算法实现中的难点.在神经网络用于优化计算的某些问题中也会遇到类似的情况.一般认为¹⁾,用离散 Hopfield 网来解决优化问题会遇到不稳定性问题而常采用连续

1) 董一飞、陈国良.神经网络用于组合优化计算的若干问题讨论.第一届全国人工神经网络学术会议,1990年12月,北京.

Hopfield 网。但这样做难以充分利用截面的二值性，与本文的基本思想不符。在每次迭代都进行硬判决的条件下，若能保证只有当右边第一项的绝对值大于第二项时才进行状态翻转，则能确保能量函数单调下降，达到网络稳定运行。在串行工作方式下，选择使 $|H_i(k)| > \frac{1}{2} W_{ii}$ 的神经元 i 作状态翻转可以确保稳定性。在并行工作方式下，令

$$T_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n W_{ij}$$

只有当 $|H_i(k)| > T_i$ 时才作状态翻转。可见，用具有图 1 所示的带有延迟回线的基本单元可以实现网络的稳定运行。串行工作时，虽 T_i 较小，即误差较小，但速度慢。并行工作时则正相反。在实用中可采用网络由并行工作逐渐向串行自然过渡的办法。在头几次迭代， T_i 取得较大，待重建截面已大致成形后逐渐减小 T_i ，向串行逐步过渡。从而兼顾了速度和精度。

上述方法可推广应用于其他问题。现以二值图象复原问题为例说明之。设原始二值图象为 $x(m, n)$, $0 \leq m, n \leq N - 1$ 。系统冲激响应函数为 $h(m, n)$, $0 \leq m, n \leq N - 1$ ，且 $h(m, n) = 0$ ，当 $\frac{N}{2} < m, n \leq N - 1$ 。设 $h(m, n)$ 是移不变的，观察到的模糊多值图象为 $y(m, n)$

$$y(m, n) = x(m, n) \otimes h(m, n) + n_s(m, n) \quad (18)$$

其中 \otimes 表示卷积。将 $x(m, n)$ 和 $y(m, n)$ 堆迭成 N^2 维向量 x 和 y ，则(18)式成为

$$y = Hx + n_s \quad (19)$$

这里 H 是由 $h(m, n)$ 按周期延拓的，大小为 $N^2 \times N^2$ 的 Toeplitz 矩阵。 n_s 为观察噪声向量。于是问题成为 $\{0, 1\}^{N^2}$ 中估计出一个 xe ，使

$\|Hx - y\|^2$ 为最小。亦即

$$xe; \min_{x \in \{0, 1\}^{N^2}} \|Hx - y\|^2 \quad (20)$$

对比(20)和(14)式可见，二值图象复原问题的目标函数在形式上和由投影重建二值截面是相同的。可以用上述的方法对二值图象进行复原。模拟结果证实了这个结论。

4 计算机模拟结果

模拟 1. 用本文提出的算法可以只用 8 个投影角的数据在 64×64 分辨率的图象中检出 1 个象元大小的缺陷。其性能明显优于 SIRT 方法。

模拟 2. 如图 2 所示，在限角条件下本文算法仍能检出微小缺陷。现在投影角间隔为 11.25 度，在 70 至 110 度范围内没有采集到投影数据。

模拟 3. 对由德国 BAM 提供的通用测试数据进行重建。截面分辨率为 256×256 ，用 16 个角度的投影数据进行重建，本文算法能成功地检出截面中最小的缺陷 (3×3 象素大小)。

模拟 4. 扇形扫描情况下几何参数测量误差对重建结果的影响。图 3a 示出各几何参数的含义。图中 O 点为旋转中心， $S_1 = 120\text{cm}$ ， $S_2 = 30\text{cm}$ ， $nl = 84$ 个检测单元，重建

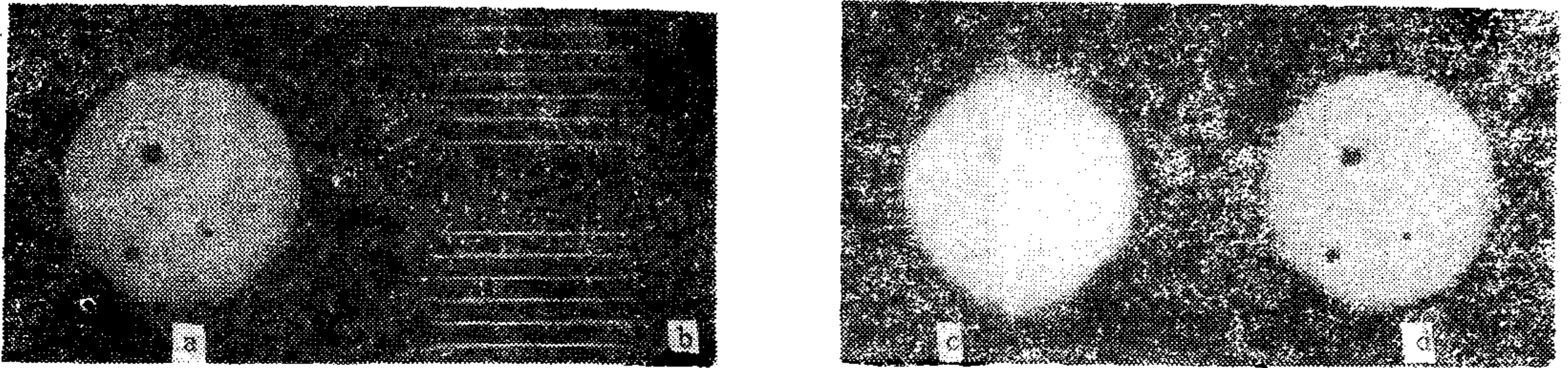


图2 限角条件下重建结果的对比
 a. 原始二值截面. b. 投影数据. 图中纵轴表示投影角度数. c. 用 SIRT 方法的重建结果.
 d. 本文算法重建结果.

截面分辨率为 $nn = 64$ 象元, 每象元为 $0.5 \times 0.5\text{cm}^2$, 投影角总数为 16. 图 3b 到 e 表明在存在几何参数的测量误差时, 算法仍能检出圆环右部的微小缺陷, 具有良好的鲁棒性.

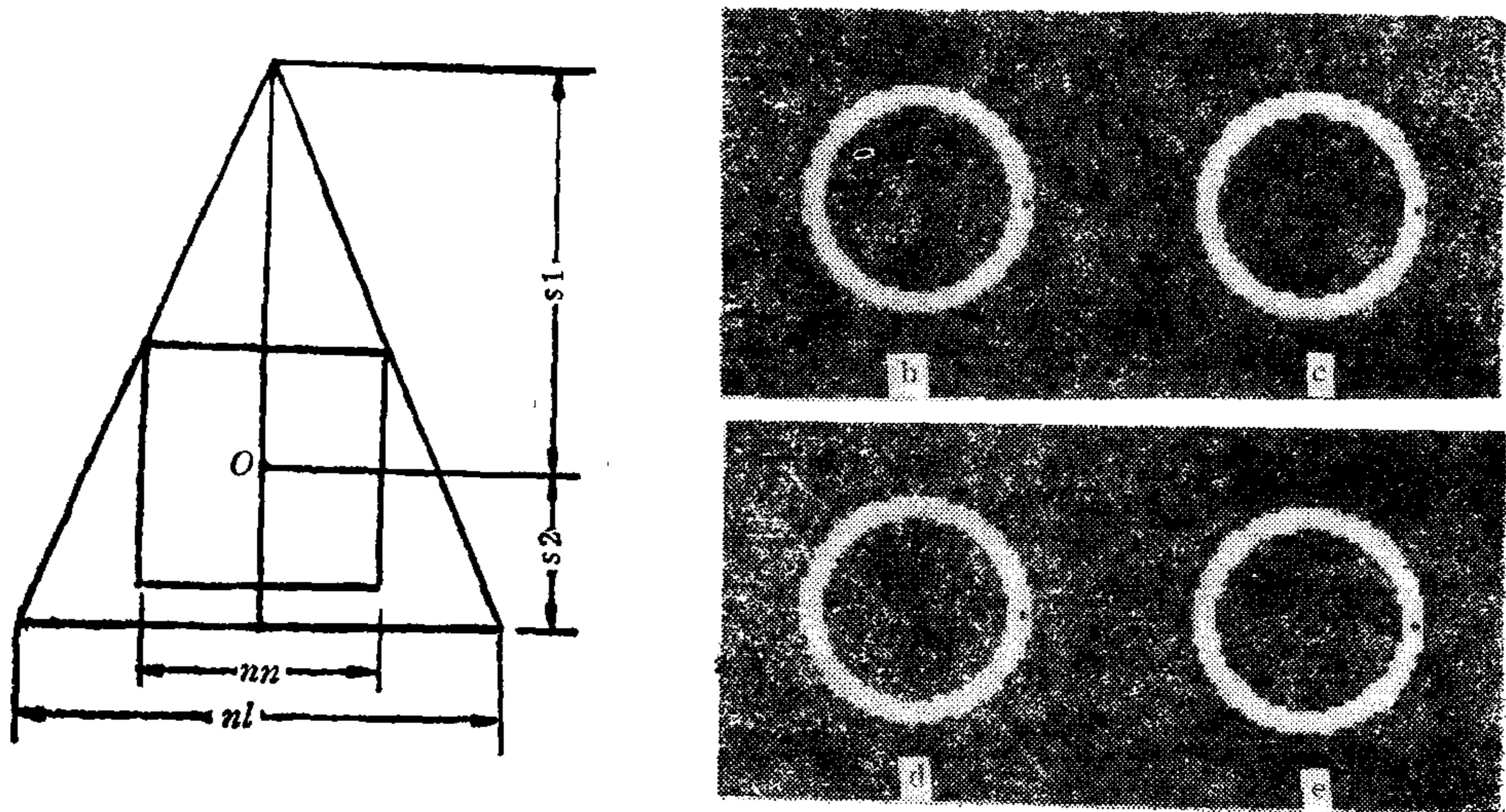


图3 算法鲁棒性模拟试验结果
 a. 各几何参数含义图. b. 几何参数测量无误时的重建结果 c-e. 分别为当 $\Delta S_1 = 1\text{cm}$, $\Delta S_2 = -1\text{cm}$, 以及 $\Delta S_1 = 1\text{cm}$ 同时 $\Delta S_2 = -1\text{cm}$ 时的重建结果



图4. 二值图象复原的模拟结果
 a. 原图. b. 散焦图. c. 复原图.

模拟 5. 二值图象复原模拟结果。图 4 为用本文算法对散焦二值图复原的模拟结果。散焦系统的冲激响应函数为

$$h(m, n) = \begin{cases} e^{-\alpha_1 m^2 - \alpha_2 n^2}, & 0 \leq m, n \leq \frac{N}{2} - 1, \\ 0 & , \frac{N}{2} \leq m, n \leq N - 1. \end{cases} \quad (21)$$

5 结束语

本文提出了一种二值截面重建的新算法，它有良好的重建性能和鲁棒性，而且可以用人工神经网络来实现。本文提出了用神经网络解决二值截面重建的网络结构，对其稳定性作了分析，提出了解决稳定性问题的措施，并将其推广于二值图复原问题，取得了较好的结果。

致谢 柏林技术大学 D. Filbert 教授在提出基本思想时作了有益的建议。Lars Jänchen 博士提供了 BAM 测试数据和设计了扇扫鲁棒性测试。特此致谢。

参 考 文 献

- [1] Chen C H. Ed. Signal processing and Pattern Recognition in Nondestructive Evaluation of Materials, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, (1988).
- [2] Henry Stark Ed. Image Recovery: Theory and Application, Academic Press Inc., (1987).

A NEW ALGORITHM FOR RECONSTRUCTING BINARY SECTION AND ITS NEURAL NETWORK IMPLEMENTATION

YU SONGYU SUN YI

(Institute of Image Processing and Pattern Recognition, Shanghai Jiao Tong University)

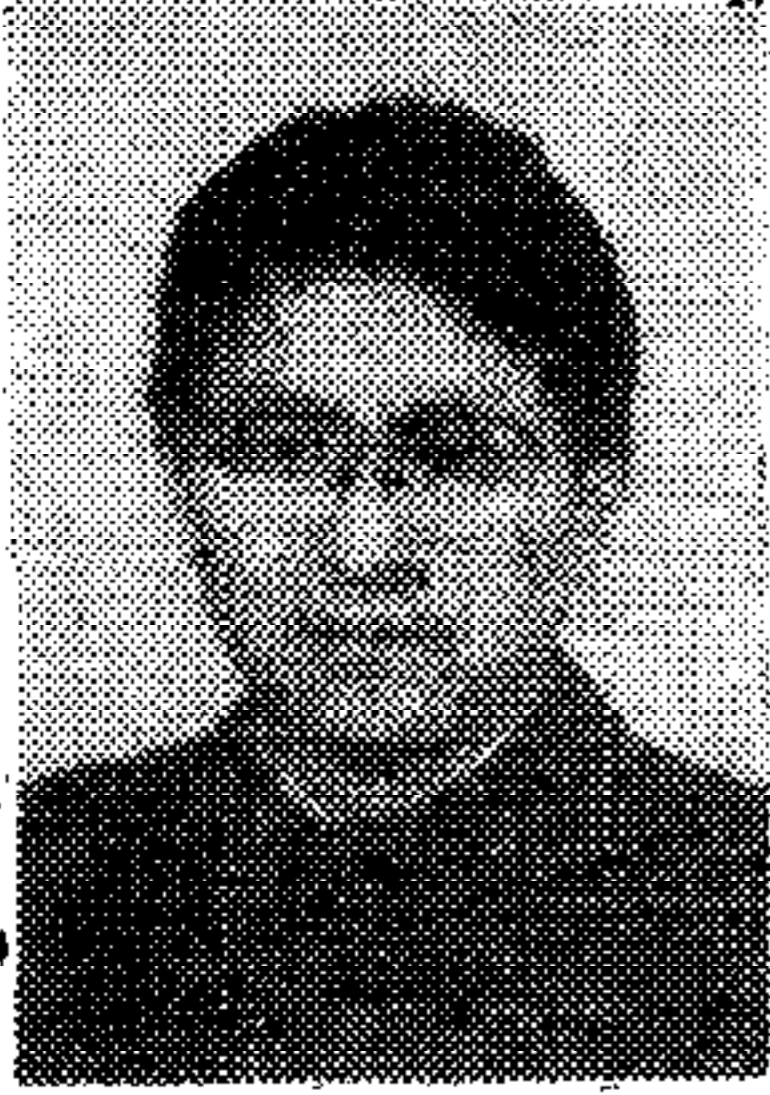
ABSTRACT

A new algorithm for reconstructing binary section from projections is proposed. Based on the binarity of section to be reconstructed, the algorithm uses pattern recognition instead of estimation for reconstruction. The computer simulation results have shown that the algorithm has following advantages: only a few projections are needed, it can detect fine defects, it still works well in the limited view condition. In this paper the algorithm is described in detail, together with its Neural Network implementation. A method to guarantee the stability of the NN is proposed. A set of simulating results are given.

Key words: image reconstruction; pattern recognition; neural networks.



余松煜 生于1941年11月。1963年毕业于上海交通大学无线电系，留校任教。1985年任副教授。1979年10月至1981年9月在哥本哈根大学进修。1989年9月至1990年5月在柏林技术大学合作科研。主要兴趣：图象压缩编码，目标识别，图象重建等。



孙毅 生于1957年8月。1985年1月在上海交通大学电子工程系获硕士学位。现为上海交通大学图象处理与模式识别研究所讲师。主要兴趣有：人工神经元网络，图象重建与复原，自动目标识别，不变形状描述，谱估计等。