第20卷 第5期 自 动 化 学 报 Vol. 20, No. 5
1994 年 9 月 ACTA AUTOMATICA SINICA Sep., 1994

线性系统的干扰解耦观测器设计[1)]

段广仁 强文义
（哈尔滨工业大学控制工程系 150001）

摘 要

此文提出线性系统的 Luenberger 函数观测器关于干扰解耦的条件，指出它与环路复现（LTR）的关系. 并结合 Luenberger 观测器设计的一种参数化方法,给出了线性系统干扰解耦 Luenberger 观测器的一种简单、有效的设计方法.

关键词: 线性系统，Luenberger 函数观测器,干扰解耦，LTR.

1 引言

自 Luenberger 观测器问世以来[1,2]，这一问题得到了非常广泛的讨论[3-7]. 最近文[4,5,7]研究了 Luenberger 观测器——状态反馈控制系统中的环路传递复现（LTR)问题;文[6,7]讨论了具有不确定参数系统的鲁棒 Luenberger 观测器设计问题. 本文将研究线性系统的 Luenberger 函数观测器关于干扰的解耦问题.

2 问题的描述

考虑下述线性定常系统:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Gd, \tag{2.1a}$$

$$y = Cx, \tag{2.1b}$$

其中 $x \in R^n, u \in R^r, y \in R^m$ 分别为系统的状态向量、输入向量和输出向量；$d \in R^l$ 为未知的扰动向量；A, B, C 和G为适当阶的已知实矩阵，且 $[A\ \ C]$ 能观. 该系统的 Luenberger 观测器具有下述一般形式[1-3]:

$$\dot{z} = Fz + Ly + TBu, \tag{2.2a}$$

$$u = K\hat{x} = Nz + My, \tag{2.2b}$$

其中 $z \in R^k$ 为观测器的动态变量；$K \in R^{r\times n}$ 为事先取定的适当状态反馈增益阵；F, T, L, N, M 为适当阶的实矩阵,它们满足下述条件:

a) $\mathrm{Re}\lambda_i(F) < 0, i = 1, 2, \cdots, p,$ (2.3)

b) $TA - FT = LC,$ (2.4)

1）本文获国家教委博士点基金的资助.
本文于 1992 年 1 月 14 日收到

c) $K = NT + MC$.　　(2.5)

当干扰向量 $d \equiv 0$ 时,对于上述控制系统(2.1)—(2.5),有下述关系成立:

$$Kx - K\hat{x} \to 0, t \to \infty. \tag{2.6}$$

然而当 $\boldsymbol{d} \not\equiv 0$ 时,由于 $\boldsymbol{x}$ 和 $\hat{\boldsymbol{x}}$ 均与 $\boldsymbol{d}$ 有关,因而(2.6)式一般不再成立. 为此引入下述定义:

定义 1. 对于控制系统(2.1)—(2.5), 如果对于任何实向量函数 $d(t)$, 均有(2.6)式成立,则称(2.2)—(2.6)式为系统(2.1)的干扰解耦 Luenberger 观测器,或称 Luenberger 观测器(2.2)—(2.5)是关于系统(2.1)中的干扰 $\boldsymbol{d}$ 解耦的.

本文的目的是要考虑系统(2.1)的干扰解耦 Luenberger 函数观测器(2.2)—(2.5) 的条件及其设计问题.

3 干扰解耦条件

定理. Luenberger 观测器(2.2)—(2.5)为系统(2.1)的干扰解耦观测器的充要条件是

$$N(sI - F)^{-1}TG = 0, \ \forall s, \tag{3.1}$$

或

$$NF^{i}TG = 0, \ i = 0,1,2,\cdots,p-1. \tag{3.2}$$

证明. 记 $\boldsymbol{\varepsilon} = T\boldsymbol{x} - \boldsymbol{z}$, $\boldsymbol{e} = K\boldsymbol{x} - K\hat{\boldsymbol{x}}$, 则由(2.1)—(2.5)式可得控制系统(2.1)—(2.5)的观测误差方程如下:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = F\boldsymbol{\varepsilon} + TG\boldsymbol{d}, \tag{3.3a}$$

$$\boldsymbol{e} = N\boldsymbol{\varepsilon}. \tag{3.3b}$$

由(3.3)式可知由干扰 $\boldsymbol{d}$ 到观测误差的传递函数为

$$W(s) = N(sI - F)^{-1}TG. \tag{3.4}$$

如果对任何 $\boldsymbol{d}$, 均有 $\boldsymbol{e} \to 0 (t \to \infty)$, 需当且仅当 $W(s) \equiv 0$, 因而条件(3.1)得证. 条件(3.1)与(3.2)的等价性显然,定理证毕.

由文[4,5,7]知,控制系统(2.1)—(2.5)的 TLR 条件为

$$N(sI - F)^{-1}TB = 0, \ \forall s. \tag{3.5}$$

比较(3.1)与(3.5)式可得下述推论:

推论. 控制系统 (2.1)—(2.5) 为 LTR 的充要条件是 Luenberger 观测器 (2.2)—(2.5)关于控制输入向量 $\boldsymbol{u}$ 中的任何扰动解耦.

由上述推论可进一步推知,如果系统(2.1)—(2.5)为 LTR 的, 且干扰输入矩阵满足匹配条件

$$G = BG', \quad G \in R^{r\times l}, \tag{3.6}$$

则 Luenberger 观测器(2.2)—(2.5)必为系统(2.1)的干扰解耦观测器.

下面对干扰解耦条件(3.1),(3.2)做两点说明.

1) 当 $\mathrm{rank}(N) = p$ 时,(3.1),(3.2)式化为

$$TG = 0. \tag{3.7}$$

2) 当(3.1)或(3.2)式不满足时,可以通过增加观测器的阶次 p 来获得较多的自由度.

4 干扰解耦观测器设计

利用上节的定理,并结合文[6,7]中关于 Luenberger 观测器设计的参数化方法[8-11],可将系统(2.1)的干扰解耦观测器(2.2)—(2.5)的设计分为下述三个过程:

1) 矩阵 F、T、L 的参量表示.

$$F = Q^{-1}\Lambda Q,\ \Lambda = \mathrm{diag}[s_1\ s_2\cdots s_p], \tag{4.1}$$

$$T = Q[\nu_1\ \nu_2\cdots\nu_p]^{\mathrm{T}},\ \nu_i = N(s_i)f_i, \tag{4.2}$$

$$L = Q[\omega_1\ \omega_2\cdots\omega_p]^{\mathrm{T}},\ \omega_i = -D(s_i)f_i, \tag{4.3}$$

其中 $N(s)$ 与 $D(s)$ 为满足下式的右互素多项式矩阵:

$$(sI - A^{\mathrm{T}})^{-1}C^{\mathrm{T}} = N(s)D^{-1}(s); \tag{4.4}$$

$s_i, f_i, i = 1,2,\cdots,n$ 及 $Q \in C^{p\times n}$ 为设计参量,它们满足下述约束:

i) $\mathrm{Re}s_i < 0, i = 1,2,\cdots,p$, 且 $s_i, i = 1,2,\cdots p$ 复封闭;

ii) 当 $s_i = \bar{s}_l$ 时有 $q_i = \bar{q}_l, f_i = \bar{f}_l$;

iii) $\det(Q) = 1$.

说明. 当求得的 T、L 阵为复阵时,可按文[6]中注 1 的方法将它们转化为实的.

2) 矩阵 N、M 的参量表示

对矩阵 $[T^{\mathrm{T}}\ C^{\mathrm{T}}\ K^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 作初等变换,并通过限定 T 中的参量使得 $\mathrm{rank}[T^{\mathrm{T}}\ C^{\mathrm{T}}] = \mathrm{rank}[T^{\mathrm{T}}\ C^{\mathrm{T}}\ K^{\mathrm{T}}]$,则可求得实可逆矩阵 P、Q 满足

$$P\begin{bmatrix} T \\ C \end{bmatrix} Q = \begin{bmatrix} T_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\quad KQ = [K_0\ 0],$$

其中 T_0 为 r^* 阶可逆实矩阵, $K_0 \in R^{r\times r^*}$, r^* 为 $[T^{\mathrm{T}}\ C^{\mathrm{T}}]$ 的秩. 此时矩阵$[N\ \ M]$可参量表示为

$$[N\ \ M] = [K_0T_0^{-1}\ \ M']P, \tag{4.5}$$

其中 $M' \in R^{r\times(n+p-r^*)}$ 为一个无约束实参数阵.

3) 解耦条件的实现

以 F、N、T 的表达式代入(3.2)或(3.7)式,确定出一组参数 s_i, q_i 和 $f_i, i = 1,2,\cdots,p$, 满足前述的约束,再以该组参数代入 F、T、L、N、M 的参数表达式求得具体的干扰解耦 Luenberger 观测器参数.

下面关于上述过程作两点说明.

1) 关于分解式(4.4)的求取,可参见文[8—11].

2) 当满足约束的参数不存在时,需增加观测器的阶次.

5 算例

例 1. 考虑具有下述参数的系统[4-6]:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix},\quad B = G = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix},\quad C = [0\ \ 1],\quad K = [-30\ \ \ 50].$$

容易获得该系统的一阶 Luenberger 观测器系数为

$$F = s,\quad T = [1\ \ s],\quad L = -s^2 - 4s - 3,$$

$$N = -30,\quad M = 50 + 30s.$$

取 $s = -2$ 可得该系统的干扰解耦 Luenberger 观测器系数为

$$F = -2,\ T = [1\ \ -2], L = 1, N = -30, M = -10.$$

例 2. 考虑具有下述参数的系统:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix},\quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},\quad G = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = [1\ \ 0\ \ 0],\quad K = [-4\ \ -4\ \ -1].$$

由文[6]知该系统的二阶 Luenberger 观测器参数为

$$F = Q^{-1}\mathrm{diag}[s_1\ \ s_2]Q,$$

$$T = Q\begin{bmatrix} s_1^2 + 3s_1 + 2 & s_1 + 3 \\ s_2^2 + 3s_2 + 2 & s_2 + 3 \end{bmatrix},$$

$$L = Q\begin{bmatrix} -s_1^3 + 3s_1^2 + 2\,s_1 \\ -s_2^3 + 3s_2^2 + 2\,s_2 \end{bmatrix},$$

$$N = \begin{bmatrix} \dfrac{s_2 - 1}{s_1 - s_2} & \dfrac{s_1 - 1}{s_2 - s_1} \end{bmatrix},$$

$$M = 1 + s_1 + s_2 - s_1 s_2,$$

其中 $s_1 \neq s_2$, Q 为任何可逆矩阵。

由条件(3.7)可得,当 $s_1 = -1$, $s_2 = -2$ 时, 上述观测器构成系统的干扰解耦观测器。如进一步特别选取 $Q = I_2$, 可得该系统的一个干扰解耦观测器为

$$F = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix},\quad T = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},\quad N = [-3\ \ 2],\quad M = -4.$$

以上两例表明,本文方法是简单有效的。

参　考　文　献

[1] Luenberger D G, Observing the State of a Linear System. *IEEE Trans. MIL, Electronics*, 1964, **MIL-8**: 74—80.

[2] Luenberger D G. An Introduction to Observers. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 1971, **AC-16**: 596—602.

[3] O'Reilly J. Observer Design for Linear Systems, Academic Press, New York, 1984.

[4] Tsui C C. On Robust Observer Compensator Design. *Automatica*, 1988, **24**(5): 687—692.

[5] 段广仁,具有环路复现特性的 Luenberger 观测器设计(一). 航空学报 1992, **13** (5):269—275.

[6] 段广仁等. 鲁棒 Luenberger 观测器设计. 自动化学报, 1992, **18**(5): 742—747.

[7] Duan G R, Zhou L S and Xu Y M. A Parametric Approach for Observer- based Control System Design. Proceeding of Asia-Pacific Conference on Measurement and Control, 1991, Guangzhou, China, 295—300.

[8] Duan G R. Solution to Matrix Equation AV+BW = EVF and Eigenstructure Assignment for

Descriptor Systems. *Automatica*, 1992, **28**(3):639—643.

[9] Duan G R. Robust Eigenstructure Assignment Via Dynamical Compensators. *Automatica*, 1993, **29**(2): 469—474.

[10] Duan G R. A Simple Algorithm for Robust Eigenvalue Assignment in Linear output feedback, *IEE Proceeding, Part D: Control Theory and Applications*, 1992, **139**(5): 465—469.

[11] Duan G R. Solutions to Matrix Equation AV+BW = VF and their Application to Eigenstructure Assignment in Linear Systems, *IEEE Trans. on Automatic Control*. 1993, **38**(2): 276—280.

DESIGN OF LUENBERGER FUNCTION OBSERVERS WITH DISTURBANCE DECOUPLING

Duan Guanren   Qiang Wenyi
(*Department of Control Engineering, Harbin Institute of Technology* 150001)

Abstract

In this paper, condition for Luenberger function observers with disturbance decoupling for linear systems is established, and its relation with the LTR property is revealed. By utilizing a parametric design method for Luenberger function observers, a simple and effective design method for Luenberger function observers with disturbance decoupling for linear systems is presented.

Key words: Linear systems; Luenberger function observers; disturbance decoupling; loop transfer recovery.

段广仁 1962年生. 1989年获一般力学专业博士学位，于1991年8月结束博士后科研工作. 现任哈尔滨工业大学控制工程系教授，IEEE 会员. 目前的主要研究方向为线性系统理论和鲁棒控制理论.

强文义 1937年生. 现为哈尔滨工业大学控制工程系教授. 长期从事自动控制理论和自动控制系统设计的理论与应用研究工作. 出版多本著作；目前的研究工作侧重于线性系统理论，武备随动系统，航天器控制和机器人控制等.