

短文

Kalman 滤波新结构及其在目标跟踪中的应用

史忠科

(西北工业大学自控系 西安 710072)

摘 要

为了提高 Kalman 滤波器的计算效率,本文通过改变算法结构,提出了有效的串行和并行方法以解决目标跟踪和故障诊断问题。串行新算法计算量由 $o(n^3)$ (n 为状态维数) 下降到 $o(n^2)$; 应用于单目标和多目标跟踪时可使计算效率达到普通 Kalman 滤波算法的 2.56 倍。

关键词: Kalman 滤波, 并行算法, 目标跟踪, 计算效率。

1 引言

近年来,随着并行计算机的发展,人们提出了一系列并行 Kalman 滤波新算法。如 1986 年, T. Kailath 等人利用 U-D 分解技术,提出了测量更新的并行算法^[1]; R. H. Hashemi 等人于 1987 年又提出了并行时间更新算法^[1];大大提高了计算效率; S. Y. Kung 等人采用 Systolic (脉动)阵列和 Givens 正交变换技术,提出了脉动阵列计算机上实现 Kalman 滤波器的方案^[2],但阵列计算机代价昂贵,内部效率及“流水”通路等问题,实现起来还非常困难。上述并行算法都是基于基本 Kalman 滤波算法,以硬件来换取计算量减少。在飞机机载等系统中,对计算机要求较严格,因此,上述方法不一定能够在这些方面得到应用^[3,4]。为此,本文给出了一种新的滤波方法。

2 Kalman 滤波器的新结构

设线性系统的状态方程和观测方程为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{F}(t)\mathbf{x} + \mathbf{\Gamma}(t)\mathbf{w}(t), \\ \mathbf{y}(t_k) &= \mathbf{H}(t_k)\mathbf{x}(t_k) + \mathbf{v}(t_k), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, \mathbf{x} 为 n 维状态向量, \mathbf{y} 为 m 维观测向量, $\mathbf{F}(t)$ 、 $\mathbf{H}(t)$ 为系数矩阵; $\mathbf{w}(t)$ 、 $\mathbf{v}(t_k)$ 为

噪声向量,且 $w(t) \sim N(0, Q(t)\delta(t)), v(t_k) \sim N(0, R_k), E\{w(t)v^T(\tau)\} = 0$.

在实际中,测量量大都是离散的,常常使用离散滤波器进行状态估计.对(1)式离散化得

$$\left. \begin{aligned} x(k+1) &= \Phi(k+1, k)x(k) + G(k)w(k), \\ y(k+1) &= H(k+1)x(k+1) + v(k+1), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中, $\Phi(k+1, k)$ 为状态转移阵, $G(k) = \int_{kT}^{(k+1)T} \Phi(k+1, \tau)\Gamma(\tau)d\tau$.

对于目标跟踪问题和故障诊断等方面的应用,采用下述线性变换得到简化方法.设

$$\begin{aligned} z_{k/k} &= \Phi(k, 0)z_{k/k}, \quad x_{(k+1)/(k+1)} = \Phi(k+1, 0)z_{(k+1)/k}, \\ P_{k/k} &= \Phi(k, 0)P_{k/k}^*\Phi^T(k, 0), \quad P_{(k+1)/k} = \Phi(k+1, 0)P_{(k+1)/k}^*\Phi^T(k+1, 0). \end{aligned}$$

根据 Kalman 滤波公式,时间更新为

$$\left. \begin{aligned} z_{(k+1)/k} &= z_{k/k}, \\ P_{(k+1)/k}^* &= P_{k/k}^* + E_k Q_k E_k^T. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

测量更新为

$$\left. \begin{aligned} z_{(k+1)/(k+1)} &= z_{k/k} + K_{k+1}(y_{k+1} - M_{k+1}z_{k/k}), \\ P_{(k+1)/(k+1)}^* &= P_{(k+1)/k}^* - P_{(k+1)/k}^* M_{k+1}^T (R_{k+1} + M_{k+1} P_{(k+1)/k}^* M_{k+1}^T)^{-1} M_{k+1} P_{(k+1)/k}^*, \\ K_{k+1} &= P_{(k+1)/k}^* M_{k+1}^T R_{k+1}^{-1}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(3)–(4)式中, $E_k = \Phi^{-1}(k+1, 0)G_k, M_{k+1} = H_{k+1}\Phi(k+1, 0)$.

如果 $\Phi(k+1, 0), \Phi^{-1}(k+1, 0)$ 的计算量与 $\Phi(k+1, k)$ 相当,由(3)–(4)式及

$$x_{(k+1)/(k+1)} = \Phi(k+1, 0)z_{(k+1)/(k+1)}, \quad (5)$$

可得状态估计值.

若时间更新采用 Thornton 和 Jacobson 算法,测量更新采用 Bierman 算法^[4],一步滤波的计算量如下:加法为 $1.5n(n+1)m + n^2$ 次,乘法为 $(1.5n^2 + 5.5n)m + n^2 + 2n - 1$ 次,除法为 $nm + 2n - 2$ 次.显然,这一方法计算量较小.

如果用并行机实现,采用图 1 的任务分配,可进一步提高计算效率.

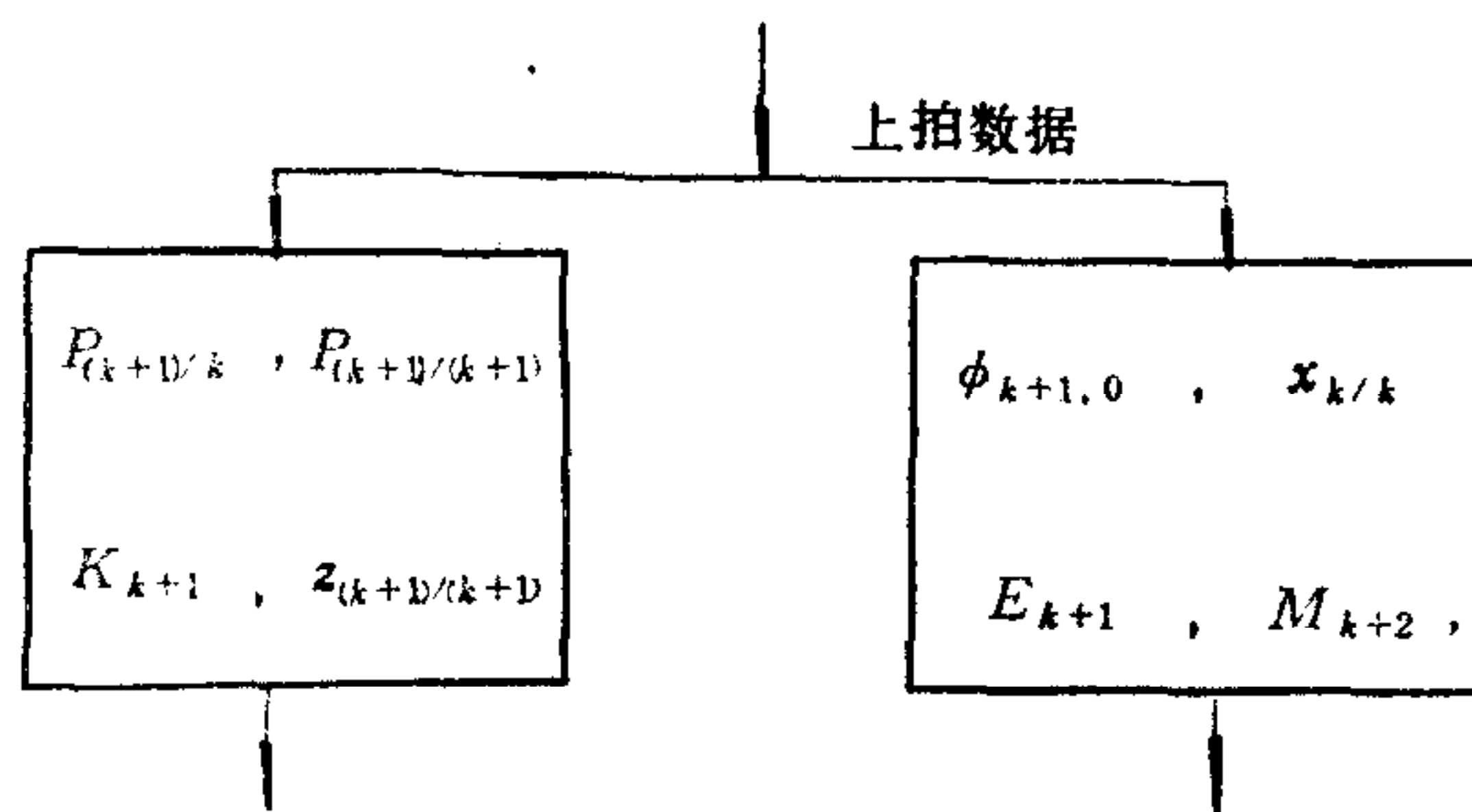


图 1 滤波器任务分配并行结构

3 目标跟踪滤波器

单目标的模型为^[3]

$$\dot{\mathbf{x}} = F\mathbf{x} + \Gamma\mathbf{w}, \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= [x, \dot{x}, \ddot{x}, y, \dot{y}, \ddot{y}, z, \dot{z}, \ddot{z}]^T, \\ F &= \text{diag}[F_1, F_1, F_1], \Gamma = [\Gamma_1^T, \Gamma_1^T, \Gamma_1^T]^T \\ F_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \Gamma_1 = [0 \ 0 \ 1]^T \end{aligned}$$

将(6)式离散化可得

$$\mathbf{x}(k+1) = \Phi(k+1, k)\mathbf{x}(k) + G(k)\mathbf{w}(k), \quad (7)$$

式中

$$\begin{aligned} \Phi(k+1, k) &= \text{diag}[\Phi_1, \Phi_1, \Phi_1], G(k) = [G_1^T, G_1^T, G_1^T]^T, \\ \Phi_1 &= \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, G_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{6}T^3 & \frac{1}{2}T^2 & T \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

根据(3)式, $E_k = [E_1^T E_1^T E_1^T]^T$,

$$E_1 = \begin{bmatrix} T^3 \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}k(k-1) \right) & T^2 \left(\frac{1}{2} - k \right) & T \end{bmatrix}^T,$$

观测方程为

$$\mathbf{y}(k) = H(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k). \quad (8)$$

若仅能测量斜距 γ , 则可用解耦方法估计目标的运动。(3)~(5)式与一般 Kalman 滤波器相比, 提高计算效率 1.6 倍。若能同时测量 γ, α, β (斜距, 俯仰角, 方位角), 就不能采用解耦滤波。此时, 本文方法的计算效率为普通 Kalman 滤波器的 2.7 倍。

多目标跟踪的基本思想是把多目标问题化为单目标跟踪问题来考虑, 否则问题十分复杂。通常, 首先要设置跟踪门限以限制潜在可能的决策数目, 并由跟踪门限初步筛选得到后选回波, 然后, 用下述滤波器进行状态估计。

目标状态方程为

$$\mathbf{x}_{k/k} = \mathbf{x}_{k/(k-1)} + K_k \left[\sum_{i=1}^{\xi_k} \lambda_{k,i} y_i(k) - H_k \mathbf{x}_{k/(k-1)} \right], \quad (9)$$

式中 $K_k = P_{k/(k-1)} H_k^T S_k^{-1}$, $\lambda_{k,i}$ 为权系数, S_k 为方差。

状态估计误差的协方差阵为

$$P_{k/k} = P_{k/k}^0 + P_{k/k}^k, \quad (10)$$

式中 $P_{k/k}^0$ 为仅接受到一个回波时状态估计误差的协方差阵, 而 $P_{k/k}^k$ 为

$$P_{k/k}^k = K_k \left[\sum_{i=1}^{\xi_k} \lambda_{k,i} \Delta_{k,i} \Delta_{k,i}^T - \Delta_k \Delta_k^T \right] K_k^T, \quad (11)$$

其中 $\Delta_{k,i}$ 为第 i 个后选回波新息向量

$$\Delta_{k,i} = y_i(k) - H_k \mathbf{x}_{k/(k-1)}, \quad (12)$$

而 Δ_k 为 $\Delta_{k,i}$ 的加权和, 即

$$\Delta_k = \sum_{i=1}^{\xi_k} \lambda_{k,i} \Delta_{k,i} \quad (13)$$

由(9)–(13)式,即构成所谓的概率数据相关滤波算法。这种算法的优点在于最大存量与正常的 Kalman 滤波器基本相当,较易实现。因此,直至目前,很多改进算法与其结构形式基本一致。

根据(9)–(13)式,可得

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}_{k/k} &= \mathbf{x}_{k/(k-1)} + K_k (\Delta_k - \lambda_{k,0} H_k \mathbf{x}_{k/(k-1)}), \\ P_{k/k} &= P_{k/(k-1)} - K_k \bar{S}_k K_k^T, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中

$$\bar{S}_k = S_k - \sum_{i=1}^{\xi_k} \lambda_{k,i} \Delta_{k,i} \Delta_{k,i}^T + \Delta_k \Delta_k^T, S_k = R_k + H_k P_{k/(k-1)} H_k^T.$$

将 K_k 的表达式代入(14)式中,得

$$P_{k/k} = P_{k/(k-1)} - P_{k/(k-1)} H_k^T A_k^{-1} H_k P_{k/(k-1)}, \quad (15)$$

式中

$$\begin{aligned} A_k &= R_k^c + H_k P_{k/(k-1)} H_k^T, \\ R_k^c &= R_k - (a_k^{-1} + S_k^{-1})^{-1}, \\ a_k &= \Delta_k \Delta_k^T - \sum_{i=1}^{\xi_k} \lambda_{k,i} \Delta_{k,i} \Delta_{k,i}^T, \end{aligned}$$

R_k^c 应为正定矩阵,否则滤波发散。上述方法可直接利用(3),(4)式进行状态估计。当只有斜距测量时计算效率为普通 Kalman 滤波器的 1.35 倍;当同时测量斜距、俯仰角和方位角时计算效率大于 2.56 倍。

参 考 文 献

- [1] Gaston F M F and others. Systolic Kalman Filtering. IEE Proc. Part D., 1990, **137**: 235–244.
- [2] Kung S Y. VLSI Array Processors. Information and System Science Series, Prentice-Hall Company, 1988.
- [3] 周宏仁. 多目标跟踪技术综述. 航空学报, 1986, **7**: 1–10.
- [4] 史忠科. 固定区间平滑新算法及其在飞行试验中的应用, 自动化学报, 1991, **17**(3): 323–329.

NEW STRUCTURE OF KALMAN FILTER AND ITS APPLICATION TO TARGET TRACKING

SHI ZHONGKE

(*Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University
Xian 710072*)

ABSTRACT

To get a highly efficient, Kalman filter, and some series and parallel methods are developed to solve the problems of target tracking or failure detection. It shows that the number of operations in the series method is reduced from $o(n^3)$ to $o(n^2)$ (n is the dimension of state). When applied to the problems of target tracking, the efficiency of the new algorithm is 2.56 times higher than the ordinary Kalman filter.

Key words: Kalman filter; parallel algorithm; target tracking; computational efficiency.