关联大系统的分散 H^{∞}/LTR 控制[1)]

胡寿松 范存海
(南京航空航天大学自控系 210016)

何亚群
(航空后勤学院三系 徐州 221000)

摘 要

讨论关联大系统分散回路传递再生的设计问题. 利用矩阵的奇异值分解技术，提出了对关联项进行块对角化处理的一种新方法. 基于 H^{∞} 理论，将多变量系统的回路传递再生方法推广于分散控制关联大系统，并避免了在所有可能的分散观测器增益构成的集合上，直接计算再生矩阵的 H^{∞} 范数下确界的困难.

关键词: 关联大系统，回路传递再生，观测器，分散控制，H^{∞} 范数.

1 引言

自 Doyle 和 Stein 提出回路传递再生 (LTR) 的概念以来，LTR 作为一种重要的输出反馈鲁棒控制器的设计方法，异军突起，并在控制界广为流行[1-3].

在设计基于对象模型的控制器或补偿器时，若对象模型完全确定，则根据分离原理，状态反馈和观测器设计可分别进行；若对象模型具有不确定性，则由分离原理求出的控制律并不总能获得与状态反馈系统一样的性能，有时甚至使闭环系统失稳. LTR 方法正是解决这种问题的有效方法之一.

通常，基于观测器的补偿器是实现 LTR 动态输出反馈控制律的典型方式之一. 如果直接取状态反馈系统的从扰动输入到被控输出的闭环传递矩阵为目标回路传递矩阵，设计相应的输出反馈控制律，使输出反馈系统相应的闭环传递矩阵精确或近似等于目标回路传递矩阵，则称为闭环 LTR. 文[4]给出了可闭环 LTR 条件.

本文将闭环 LTR 问题转化为 H^{∞} 最优化问题，讨论了关联大系统分散 H^{∞}/LTR 控制器设计，研究了分散状态反馈鲁棒控制器和分散闭环 LTR 观测器的构造方法. 数字仿真结果表明，用本文方法得到的分散输出反馈系统，具有与分散状态反馈系统类似的性能.

2 分散闭环回路传递再生问题

考虑由 N 个具有有界参数不确定性及外加扰动的子系统

1) 国家自然科学基金资助项目.
本文于 1993 年 4 月 20 日收到

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i = (A_i + \Delta A_{ii})\boldsymbol{x}_i + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} (A_{ij} + \Delta A_{ij})\boldsymbol{x}_j + B_i\boldsymbol{u}_i + D_i\boldsymbol{w}_i,$$
$$\boldsymbol{y}_i = C_i\boldsymbol{x}_i + H_i\boldsymbol{w}_i, \tag{1}$$
$$\boldsymbol{z}_i = E_i\boldsymbol{x}_i \quad (i = 1,2,\cdots,N).$$

组成的不确定性关联大系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = (A + \Delta A)\boldsymbol{x} + B\boldsymbol{u} + D\boldsymbol{w},$$
$$\boldsymbol{y} = C\boldsymbol{x} + H\boldsymbol{w}, \tag{2}$$
$$\boldsymbol{z} = E\boldsymbol{x}.$$

其中 $\boldsymbol{w}$ 为扰动输入，$\boldsymbol{y}$ 为量测输出，$\boldsymbol{z}$ 为被控输出。设不确定参数 ΔA 未知但有界，且

$$\Delta A = \sum_{s=1}^{M} a_s \Delta A_s, \tag{3}$$

其中 ΔA_s 为已知常阵，a_s 为不确定性参数。不失一般性，设 $|a_s| \leqslant 1$, $s = 1, 2, \cdots, M$。

假设矩阵三元组 (A, B, E) 可稳可观，且令 $\delta > 0$ 为一给定扰动变小常数。

问题 1. 对于不确定性关联大系统(2)，要求设计分散控制律 $\boldsymbol{u} = -K\boldsymbol{x}$，其中$K = \mathrm{diag}\{K_1, K_2, \cdots, K_N\}$，在 ΔA 满足式(3)条件下，使闭环大系统渐近稳定，且从$\boldsymbol{w}$到$\boldsymbol{z}$ 的闭环传递矩阵 H^{∞} 范数小于 δ。

由于分散状态反馈控制律已使闭环系统对 ΔA 具有鲁棒性，因此讨论分散 LTR 时，通常以确定性大系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + B\boldsymbol{u} + D\boldsymbol{w},$$
$$\boldsymbol{y} = C\boldsymbol{x} + H\boldsymbol{w},$$
$$\boldsymbol{z} = E\boldsymbol{x}. \tag{4}$$

为研究对象。闭环 LTR 直接取闭环传递矩阵

$$T_{zw}(s) = E(sI - A + BK)^{-1}D \tag{5}$$

为目标回路传递矩阵，并取分散观测器

$$\dot{\hat{\boldsymbol{x}}} = (A - FC)\hat{\boldsymbol{x}} + B\boldsymbol{u} + F\boldsymbol{y},$$
$$\boldsymbol{u} = -K\hat{\boldsymbol{x}}. \tag{6}$$

作为补偿器，以实现分散输出反馈控制。其中 F 为分块对角观测器增益阵。在输出反馈系统中，令 $T_{zw}^0(s)$ 表示从 $\boldsymbol{w}$ 到 $\boldsymbol{z}$ 的闭环传递矩阵，

$$E_c(s) = T_{zw}^0(s) - T_{zw}(s). \tag{7}$$

为闭环再生差阵，则闭环 LTR 控制器问题如下。

问题 2. 对于关联大系统(4)及分散观测器(6)，要求设计分块对角观测器增益阵 F，使得 $\|E_c(s)\|_\infty < \delta$。其中分散状态反馈增益阵$K$ 由问题 1 确定。

3 分散状态反馈鲁棒控制器设计

令 $A = \bar{A} + \Delta\bar{A}$。其中 $\bar{A} = \mathrm{diag}\{A_1, A_2, \cdots, A_N\}$，以及

$$\Delta\bar{A}=\begin{bmatrix}0 & A_{12} & \cdots & A_{1N}\\ A_{21} & 0 & \cdots & A_{2N}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ A_{N1} & A_{N2} & \cdots & 0\end{bmatrix}.$$

设

$$\Delta\bar{A}_i=\left[\begin{array}{c|c} 0 & \begin{matrix}A_{1,i+1} & & 0\\ 0 & \ddots & \\ & & A_{N-i,N}\end{matrix}\\ \hline \begin{matrix}A_{N-i+1,1} & & 0\\ \vdots & \ddots & \\ 0 & \cdots & A_{Ni}\end{matrix} & 0\end{array}\right]. \tag{8}$$

则

$$\Delta\bar{A}=\sum_{i=1}^{N-1}\Delta\bar{A}_i. \tag{9}$$

定理 1. 若将矩阵 $\Delta\bar{A}_i$ 进行奇异值分解，使 $\Delta\bar{A}_i=X_iY_i^T$，显然有 $X_iX_i^T=\mathrm{diag}\{\bar{X}_{i1},\bar{X}_{i2},\cdots,\bar{X}_{iN}\}$，以及 $Y_iY_i^T=\mathrm{diag}\{\bar{Y}_{i1},\bar{Y}_{i2},\cdots,\bar{Y}_{iN}\}$.

引理 1[5]. 设 $\bar{A}$、$\bar{B}$ 和 $\bar{C}$ 为维数适当的矩阵。若对于给定的正标量 δ，存在一个对称正定阵 P 和一个正标量 ε，使得

$$P\bar{A}+\bar{A}^TP+\varepsilon\delta^{-1}P\bar{B}\bar{B}^TP+(\varepsilon\delta)^{-1}\bar{C}^T\bar{C}<0, \tag{10}$$

则矩阵 $\bar{A}$ 渐近稳定，且 $\|\bar{C}(sI-\bar{A})^{-1}\bar{B}\|_\infty<\delta$.

现在考虑问题 1。在式(3)中，令 $\Delta A_s=\tilde{A}_s+\Delta\tilde{A}_s$.

其中

$$\tilde{A}_s=\mathrm{diag}\{\Delta A_{s11},\cdots,\Delta A_{sNN}\},\qquad \Delta\tilde{A}_s=\begin{bmatrix}0 & \Delta A_{s12} & \cdots & \Delta A_{s1N}\\ \Delta A_{s21} & 0 & \cdots & \Delta A_{s2N}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ \Delta A_{sN1} & \Delta A_{sN2} & \cdots & 0\end{bmatrix}.$$

设

$$\Delta\tilde{A}_{si}=\left[\begin{array}{c|c} 0 & \begin{matrix}\Delta A_{s,1(i+1)} & & \\ & \ddots & \\ & & \Delta A_{s,(N-i)N}\end{matrix}\\ \hline \begin{matrix}\Delta A_{s,(N-i+1)1} & & \\ & \ddots & \\ & & \Delta A_{s,Ni}\end{matrix} & 0\end{array}\right],\quad \begin{matrix}s=1,2,\cdots,M;\\ i=1,2,\cdots,N-1.\end{matrix}$$

则

$$\Delta\tilde{A}_s=\sum_{i=1}^{N-1}\Delta\tilde{A}_{si}. \tag{11}$$

若对矩阵 $\Delta\tilde{A}_{si}$ 作奇异值分解：$\Delta\tilde{A}_{si}=G_{si}H_{si}^T$，则由定理 1 得 $G_{si}G_{si}^T=\mathrm{diag}\{\bar{G}_{si1},\cdots,\bar{G}_{siN}\}$，$H_{si}H_{si}^T=\mathrm{diag}\{\bar{H}_{si1},\cdots,\bar{H}_{siN}\}$.

定理 2. 若对矩阵 $\tilde{A}_s$ 进行奇异值分解,使 $\tilde{A}_s = G_s H_s^{\mathrm{T}}$, 则有

$$G_s G_s^{\mathrm{T}} = \operatorname{diag}\{\bar{G}_{s1}, \cdots, \bar{G}_{sN}\}, \qquad H_s H_s^{\mathrm{T}} = \operatorname{diag}\{\bar{H}_{s1}, \cdots, \bar{H}_{sN}\}.$$

当取分散状态反馈控制律时,具有有界参数不确定性的闭环大系统为

$$\dot{x} = \left(\bar{A} + \Delta\bar{A} + \sum_{s=1}^{M} a_s\left(\tilde{A}_s + \sum_{i=1}^{N-1} \Delta\tilde{A}_{si}\right) - BK\right)x + Dw,$$

$$z = Ex. \tag{12}$$

定理 3. 考虑闭环大系统 (12). 令 $\delta > 0$, 若存在正标量 ε_i, $\hat{\varepsilon}_s$、$\hat{\varepsilon}_{sj}$. ε 及矩阵 $Q_c = \operatorname{diag}\{Q_{c1}, \cdots, Q_{cN}\} > 0$, 其中 $i = 1,2,\cdots,N-1, j = 1,2,\cdots,N-1, s = 1,2,\cdots,M$, 使 Riccati 方程

$$\bar{A}^{\mathrm{T}} P_c + P_c \bar{A} + \sum_{i=1}^{N-1} (\varepsilon_i P_c X_i X_i^{\mathrm{T}} P_c + \varepsilon_i^{-1} Y_i Y_i^{\mathrm{T}}) + \sum_{s=1}^{M}\Big[\hat{\varepsilon}_s P_c G_s G_s^{\mathrm{T}} P_c + \hat{\varepsilon}_s^{-1} H_s H_s^{\mathrm{T}}$$
$$+ \sum_{j=1}^{N-1} (\hat{\varepsilon}_{sj} P_c G_{sj} G_{sj}^{\mathrm{T}} P_c + \hat{\varepsilon}_{sj}^{-1} H_{sj} H_{sj}^{\mathrm{T}})\Big] + \varepsilon\delta^{-1} P_c D D^{\mathrm{T}} P_c + (\varepsilon\delta)^{-1} E^{\mathrm{T}} E$$
$$- P_c B B^{\mathrm{T}} P_c + Q_c = 0 \tag{13}$$

存在一个正定解 P_c, 则

1) $P_c = \operatorname{diag}\{P_{c1}, P_{c2}, \cdots, P_{cN}\}$;

2) $K = \operatorname{diag}\{K_1, K_2, \cdots, K_N\} = \gamma_c B^{\mathrm{T}} P_c, \gamma_c \geqslant 1/2$ 时,

对于所有满足式(3)的 ΔA, 闭环大系统(12)渐近稳定,且

$$\|E(sI - A - \Delta A + BK)^{-1} D\|_\infty < \delta.$$

证明. 结论 1) 显然. 现证结论 2), 令

$$\hat{Q}_c = -(A + \Delta A - BK)^{\mathrm{T}} P_c - P_c(A + \Delta A - BK) - \varepsilon\delta^{-1} P_c D D^{\mathrm{T}} P_c$$
$$- (\varepsilon\delta)^{-1} E^{\mathrm{T}} E.$$

由式(13)及 $K = \gamma_c B^{\mathrm{T}} P_c$ 和 $|a_s| \leqslant 1$, 得

$$\hat{Q}_c \geqslant Q_c + (2\gamma_c - 1) P_c B B^{\mathrm{T}} P_c \geqslant Q_c > 0.$$

故由引理 1 知,结论 2) 得证.

推论 1. 令 $\delta > 0$. 若存在正标量 ε_j、$\hat{\varepsilon}_s$、$\hat{\varepsilon}_{sj}$ 和 ε, 以及矩阵 $Q_{ci} > 0$, 使 Riccati 方程

$$A_i^{\mathrm{T}} P_{ci} + P_{ci} A_i + \sum_{j=1}^{N-1} (\varepsilon_j P_{ci} \bar{X}_{ji} P_{ci} + \varepsilon_j^{-1} \bar{Y}_{ji}) + \sum_{s=1}^{M}\Big[\hat{\varepsilon}_s P_{ci} \bar{G}_{si} P_{ci} + \hat{\varepsilon}_s^{-1} \bar{H}_{si}$$
$$+ \sum_{j=1}^{N-1} (\hat{\varepsilon}_{sj} P_{ci} \bar{G}_{sji} P_{ci} + \hat{\varepsilon}_{sj}^{-1} \bar{H}_{sji})\Big] + \varepsilon\delta^{-1} P_{ci} D_i D_i^{\mathrm{T}} P_{ci} + (\varepsilon\delta)^{-1} E_i^{\mathrm{T}} E_i$$
$$- P_{ci} B_i B_i^{\mathrm{T}} P_{ci} + Q_{ci} = 0. \tag{14}$$

存在一对称正定解 $P_{ci}(i = 1,2,\cdots,N)$, 则当 $K_i = \gamma_c B_i^{\mathrm{T}} P_{ci}, \gamma_c \geqslant 0.5$ 时,对于所有满足式(3)的 ΔA, 分散控制律 $u_i = -K_i x_i$ 可使闭环大系统(12)渐近稳定,且

$$\|E(sI - A - \Delta A + BK)^{-1} D\|_\infty < \delta.$$

4 分散闭环回路传递再生控制器设计

考虑问题 2．对于关联大系统(4)，当 $K=\mathrm{diag}\{K_1,K_2,\cdots,K_N\}$ 由定理 3 或推论 1 确定后，其相应闭环确定性大系统为

$$\begin{aligned}\dot{x}&=(A-BK)x+Dw,\\ y&=Cx+Hw,\\ z&=Ex.\end{aligned}\tag{15}$$

令分散观测器误差向量 $e=x-\hat{x}$，则

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{e}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A-BK & BK\\ 0 & A-FC\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ e\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}D\\ D-FH\end{bmatrix}w,$$

$$z=[E\quad 0]\begin{bmatrix}x\\ e\end{bmatrix}.\tag{16}$$

由矩阵求逆公式

$$T^0_{zw}(s)=E(sI-A+BK)^{-1}D+E(sI-A+BK)^{-1}BK(sI-A+FC)^{-1}(D-FH).$$

再由式(5)及(7)得闭环再生差阵 $E_c(s)=T_{zu}(s)M_c(s)$，其中 $T_{zu}(s)=E(sI-A+BK)^{-1}B$，$M_c(s)=K(sI-A+FC)^{-1}(D-FH)$．因为$K$确定后，$T_{zu}(s)$ 就不可改变，所以只有选择适当的分散观测器增益阵 F，使 $M_c(s)$ 精确或近似为零阵，才可能实现分散闭环 LTR．故常称 $M_c(s)$ 为闭环再生矩阵．

设Φ为所有F构成的集合，δ^* 为 $\|M_c(s)\|_\infty$ 在Φ上的下确界．令 $\delta=\|M_c(s)\|_\infty$，若存在某个 F，使 $\delta>\delta^*$ 且 $\delta\to\delta^*$，则可近似实现分散闭环 LTR．遗憾的是，目前还没有精确计算 δ^* 的直接方法．本文提出的分散闭环 LTR 方法，不要求直接计算 δ^*，但得到的F可使 $\delta>\delta^*$ 且 $\delta\to\delta^*$．

定理 4. 设矩阵 $H=\mathrm{diag}\{H_1,H_2,\cdots,H_N\}$，若对$H$进行奇异值分解

$$H=[U_1\quad U_2]\begin{bmatrix}\Sigma & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_1^{\mathrm{T}}\\ V_2^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}=U_1\Sigma V_1^{\mathrm{T}}.\tag{17}$$

其中 $\Sigma\in R^{\bar{l}\times\bar{l}}$ 为非奇异对角阵，$\bar{l}=\mathrm{rank}(H)$，则

$$U_1\Sigma^{-1}V_1^{\mathrm{T}}=\mathrm{diag}\{S_1,\cdots,S_N\},\qquad U_1\Sigma^{-2}U_1^{\mathrm{T}}=\mathrm{diag}\{T_1,\cdots,T_N\},$$
$$U_2U_2^{\mathrm{T}}=\mathrm{diag}\{\bar{S}_1,\cdots,\bar{S}_N\},\qquad V_2V_2^{\mathrm{T}}=\mathrm{diag}\{\bar{T}_1,\cdots,\bar{T}_N\}.$$

证明．因 $U=[U_1U_2]$ 和 $V=[V_1\ V_2]$ 为酉阵，故

$$UU^{\mathrm{T}}=U_1U_1^{\mathrm{T}}+U_2U_2^{\mathrm{T}}=I,\qquad VV^{\mathrm{T}}=V_1V_1^{\mathrm{T}}+V_2V_2^{\mathrm{T}}=I.$$

由式(17)得 $HH^{\mathrm{T}}=U_1\Sigma^2U_1^{\mathrm{T}}$．因$H$块对角，故 HH^{T} 及 $U_1\Sigma^2U_1^{\mathrm{T}}$ 也是块对角阵．又 $H=(U_1\Sigma^2U_1^{\mathrm{T}})(U_1\Sigma^{-1}V_1^{\mathrm{T}})$．推得 $U_1\Sigma^{-1}V_1^{\mathrm{T}}$ 为块对角阵．考虑到

$$U_1\Sigma^{-2}U_1^{\mathrm{T}}=(U_1\Sigma^{-1}V_1^{\mathrm{T}})(U_1\Sigma^{-1}V_1^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}.$$

证得矩阵 $U_1\Sigma^{-2}U_1^{\mathrm{T}}$、$U_2U_2^{\mathrm{T}}$ 及 $V_2V_2^{\mathrm{T}}$ 必为块对角阵．

定理 5. 令 $\delta>0$．若存在正标量 $\varepsilon_i(i=1,2,\cdots,N-1)$，$\varepsilon$ 和矩阵 $Q_0=$

$\mathrm{diag}\{Q_{01},Q_{02},\cdots,Q_{0N}\}>0$，使 Riccati 方程

$$(\bar{A}-DV_1\Sigma^{-1}U_1^{\mathrm{T}}C)P_0+P_0(\bar{A}-DV_1\Sigma^{-1}U_1^{\mathrm{T}}C)^{\mathrm{T}}+\sum_{i=1}^{N-1}(\varepsilon_iP_0Y_iY_i^{\mathrm{T}}P_0+\varepsilon_i^{-1}X_iX_i^{\mathrm{T}})$$
$$+\varepsilon\delta^{-1}P_0K^{\mathrm{T}}KP_0+(\varepsilon\delta)^{-1}DV_2V_2^{\mathrm{T}}D^{\mathrm{T}}-P_0C^{\mathrm{T}}[(2-\delta^{-1})\varepsilon U_1\Sigma^{-2}U_1^{\mathrm{T}}$$
$$+2U_2U_2^{\mathrm{T}}]CP_0+Q_0=0 \tag{18}$$

存在一个对称正定解 P_0，则有

1） $P_0=\mathrm{diag}\{P_{01},P_{02},\cdots,P_{0N}\}$；

2） $F=\mathrm{diag}\{F_1,F_2,\cdots,F_N\}=DV_1\Sigma^{-1}U_1^{\mathrm{T}}+P_0C^{\mathrm{T}}(\varepsilon U_1\Sigma^{-2}U_1^{\mathrm{T}}+U_2U_2^{\mathrm{T}})$. (19)

可使 $\|M_c(s)\|_\infty<\delta$.

证明．由定理 1 及定理 4 知，结论 1 显然成立．令

$$\hat{Q}_0=-(A-FC)P_0-P_0(A-FC)^{\mathrm{T}}-\varepsilon\delta^{-1}K^{\mathrm{T}}K-(\varepsilon\delta)^{-1}(D$$
$$-FH)(D-FH)^{\mathrm{T}}.$$

则由式(18)、(19)及(9)可得

$$\hat{Q}_0=(FC)P_0+P_0(FC)^{\mathrm{T}}-(\varepsilon\delta)^{-1}[DD^{\mathrm{T}}-D(FH)^{\mathrm{T}}-(FH)D^{\mathrm{T}}$$
$$+(FH)(FH)^{\mathrm{T}}]-(DV_1\Sigma^{-1}U_1^{\mathrm{T}}C)P_0-P_0(DV_1\Sigma^{-1}U_1^{\mathrm{T}}C)^{\mathrm{T}}$$
$$+\sum_{i=1}^{N-1}(\varepsilon_iP_0Y_iY_i^{\mathrm{T}}P_0+\varepsilon_i^{-1}X_iX_i^{\mathrm{T}}-\Delta\bar{A}_iP_0-P_0\Delta\bar{A}_i^{\mathrm{T}})+(\varepsilon\delta)^{-1}DV_2V_2^{\mathrm{T}}D^{\mathrm{T}}$$
$$-P_0C^{\mathrm{T}}[(2-\delta^{-1})\varepsilon U_1\Sigma^{-2}U_1^{\mathrm{T}}+2U_2U_2^{\mathrm{T}}]CP_0+Q_0\geqslant Q_0>0.$$

故由引理 1 知，结论2)成立．

根据上述定理，并注意到 $\delta<\delta^*$ 时方程(18)无解，可得如下计算 F 阵的算法．

1） 准备并令 $\delta=1$；

2） 调整标量 ε、$\varepsilon_i(i=1,2,\cdots,N-1)$，解方程(18)，若无解，转下步；若有解，转5)；

3） 逐渐增大 δ，调整 ε 和 ε_i 解方程(18)；

4） 若无解，回到3)；若有解，转7)；

5） 逐渐减小 δ，调整 ε 和 ε_i 解方程(18)；

6） 若有解，回到5)；若无解，则保留上一步解，进行下一步；

7） 由式(19)算出 F 阵．

5 算例

考虑由两个子系统构成的如下可稳可观关联大系统：

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \hline \dot{x}_2\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{cc|ccc}1&1&0&0&0\\0&1&0.1&0&0.2\\ \hline 0&0&1&0&1\\0&0&1&1&0\\-0.2&0.1&0&0&1\end{array}\right]\begin{bmatrix}x_1\\ \hline x_2\end{bmatrix}+\left[\begin{array}{c|c}0&0\\1&0\\ \hline 0&0\\0&0\\0&1\end{array}\right]\begin{bmatrix}u_1\\ \hline u_2\end{bmatrix}+\left[\begin{array}{c|c}0&0\\1&0\\ \hline 0&0\\0&0\\0&1\end{array}\right]\begin{bmatrix}w_1\\ \hline w_2\end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \hline y_2 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|ccc} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{bmatrix} x_1 \\ \hline x_2 \end{bmatrix} + \left[\begin{array}{c|c} 0.1 & 0 \\ \hline 0 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{array}\right] \begin{bmatrix} w_1 \\ \hline w_2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ \hline z_2 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{bmatrix} x_1 \\ \hline x_2 \end{bmatrix}.$$

其特征值为：$1, 1.2775 \pm j0.3066$，$0.7225 \pm j1.999$。

设 $\Delta A = a_1 \Delta A_1 + a_2 \Delta A_2$，其中 $|a_1| \leqslant 1$，$|a_2| \leqslant 1$。

一个可接受的分散状态反馈增益阵

$$K = \begin{bmatrix} -7.2623 & -5.4765 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -18.8625 & -14.5184 & -8.877 \end{bmatrix}.$$

相应的闭环特征值为：$-3.839, -1.93, -1.54, -0.628 \pm j0.528$。闭环系统渐近稳定，且 $\|T_{zw}(s)\|_\infty < 0.6$。

若令 $\varepsilon_1 = 1$，$\varepsilon = 0.004$，$\delta = 1.5$，$Q_0 = I$，可求出特征值为 -9.03，-6.39，-1.75 和 $-1.14 \pm j1.42$ 的分散渐近观测器，其增益阵为

$$F = \left[\begin{array}{c|cc} -0.01 & & \\ 10.17 & \multicolumn{2}{c}{0} \\ \hline & 3.30 & 0.0007 \\ 0 & -2.81 & 0.002 \\ & 0.02 & 10.03 \end{array}\right].$$

在扰动作用下，系统分散 H$^\infty$/LTR 输出响应如图 1 所示。图中，zs 表示状态反馈

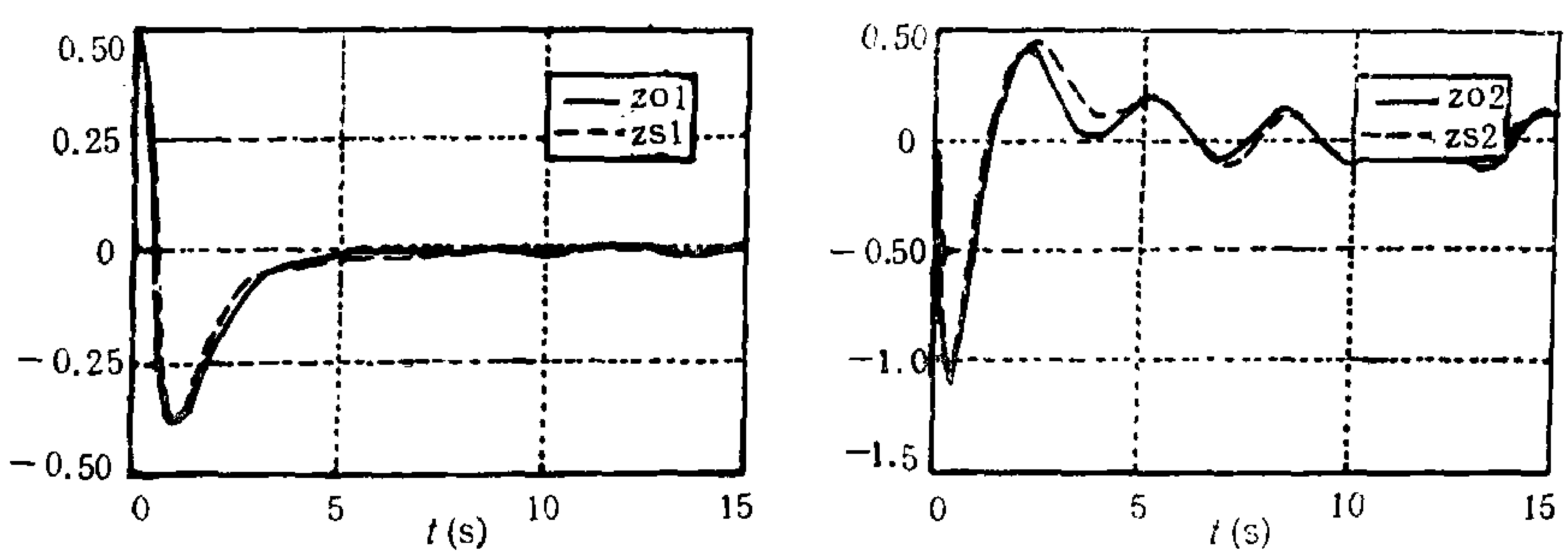

图 1　分散 H$^\infty$/LTR 输出响应

系统的被控输出；zo 表示输出反馈系统的被控输出。仿真时，施加扰动 $w^T = [3\delta(t)\ 0.5\sin(2t + \varphi)]^T$。状态反馈系统对应于确定性被控对象，输出反馈系统对应于最大参数不确定性被控对象。

仿真结果表明：输出反馈系统性能与状态反馈系统基本一致，且具有参数鲁棒性。

参　考　文　献

[1] Saberi A, Sannuti P. Observer Design for Loop Transfer Recovery and for Uncertain Dynamical Systems. *IEEE Trans.*, 1990, **AC-35**:878—897.

[2] Niemann H H. Loop Transfer Recovery for General Observer Architectures. Int. J.Control. 1991, **49**: 1177—1203.
[3] Saeki M. H^∞/LTR Procedure with Specified Degree of Recovery. *Automatica*, 1992, **28**:509—517.
[4] Chen B M. Closed Loop Transfer Recovery with Observer Based Controllers. *AIAA J. Guidance, Contr. & Dyn.*, 1991, **14**: 1095—1126.
[5] Wang Y J, Shieh L S. Observer Based Robust H^∞ Control Laws for Uncertain Linear Systems. *AIAA J. Guidance, Contr. & Dyn.*, 1991, **14**: 741—751.

DECENTRALIZED H^∞/LTR CONTROL FOR LARGE SCALE INTERCONNECTED SYSTEMS

HU SHOUSONG FAN CUNHAI
(*Dept. of Automatic Control, Nanjing Univ. of Aero. & Astro. Nanjing* 210016)

HE YAQUN
(*Three Dept. of Air Force Logisties Institute Xuzhou* 221000)

ABSTRACT

In this paper, the design problem related to the decentralized loop transfer recovery for large-scale interconnected systems is discussed. It develops a new method which makes interconnections between subsystems be "block-diag" by using matrix singular value decomposition technique. The LTR of centralized multivariable control systems is then generalized to decentralized control large-scale interconnected systems by H^∞ optimal theory. The difficulty to compute the infimum of H^∞-norms of recovery matrices in the set of all possible gains of decentralized observers is avoided.

Key words: large-scale interconnected system, loop transfer recovery, observer, decentralized control, H^∞-norm.

胡寿松 南京航空航天大学自动控制系教授，中国自动化学会理事。主要研究领域为大系统分散容错控制和H^∞鲁棒控制。已发表论文60余篇，出版著作9部。