

BP 网络的 PID 型二阶快速学习算法¹⁾

邓志东 孙增圻

(清华大学计算机系 北京 100084)

刘建伟

(哈尔滨工业大学控制工程系 哈尔滨 150006)

摘 要

本文利用 PID 控制的思想,提出了 BP 网络的一种二阶快速学习算法,给出了学习因子选择的必要条件与较佳区域,并结合一非线性正弦函数进行了仿真研究。结果表明,较之标准 BP 学习算法,利用此法可使学习收敛速度提高 22 倍左右。

关键词: BP 网络, PID 控制,快速学习算法。

1 引言

多层前馈网络是目前应用最为广泛的一类重要的人工神经网络,通常采用 Rumelhart 等提出的误差反向传播 (BP) 学习算法^[1]。但标准的 BP 算法只是一种最速下降静态寻优算法,由于没有利用权值修正量过去的经验,即没有 $\Delta w(k-1)$ 项,因而对于复杂形状的误差超曲面,此法常常发生剧烈的振荡,从而无法稳定在极小点邻域,使其收敛速度特别缓慢。

迄今已提出了许多加快学习收敛速度的有效算法^[2]。早期的一个方法是引入动量项,即通过加入阻尼来增加权值修正量逐渐稳定到极小点邻域的趋势,这是一种十分有效的改进型 BP 算法。但此法也存在明显的不足。增加阻尼项,从调节原理的角度看,这相当于增加了一个一阶惯性环节,它虽消除了振荡,但也使“下降”时间稍长。然而众所周知,适当的振荡(或称超调)对缩短“下降”时间是有益的,特别是,对于多极值问题,它还可起到类似“模拟退火”的作用,即可以更易到达权空间误差超曲面的全局极小点。为此,一系列高阶动态滤波学习算法被提出^[2,3],但这些方法都是以计算复杂性作为代价的。

本文基于 PID 控制的思想,通过对阻尼与振荡的合理折衷,提出了一种所谓的 PID 型的二阶快速学习算法,相应给出了学习因子选择的必要条件,并利用 PID 参数整定的

1) 国家博士后科学基金资助项目。
本文于 1992 年 12 月 2 日收到

所谓“临界稳定测量法”，得到了选择学习因子的较佳区域。仿真结果被进一步给出。

2 PID 型二阶快速学习算法

标准的 BP 学习算法为

$$\Delta w(k) = -\eta' g(k), \quad (1)$$

其中 $\Delta w(k) = w(k) - w(k-1)$ 为权值修正量， $g(k) = -\partial E / \partial w(k)$ 为误差 $E = \sum_p E_p$ 关于 $w(k)$ 的梯度， η' 为学习率， $k = 0, 1, 2, \dots$ 为学习迭代次数。

设 z 为一步向前差分算子， T 为采样周期， T_I, T_D 分别为积分与微分时间常数， γ 为消除纯微分环节所引入滤波器的时间常数比例因子， $0 \leq \gamma \leq 1$ 。

对 $\Delta w(k)$ 施加如下离散 PID 差分算子^[4]：

$$D(z)\Delta w(k) = -\eta' g(k), \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} D(z) &= K \left(1 + \frac{T}{T_I} \frac{1}{z-1} + \frac{T_D}{T} \frac{z-1}{z-\gamma} \right) \\ &= \frac{K \left(1 + \frac{T_D}{T} \right) z^2 + K \left[\frac{T}{T_I} - (1+\gamma) - \frac{2T_D}{T} \right] z + K \left(\gamma - \frac{T}{T_I} \gamma + \frac{T_D}{T} \right)}{z^2 - (1+\gamma)z + \gamma}. \end{aligned} \quad (3)$$

将上式代入式(2)，经较繁的整理可得

$$\Delta w(k) = \alpha \Delta w(k-1) + \beta \Delta w(k-2) - \eta g(k) - \varepsilon g(k-1) - h g(k-2). \quad (4)$$

这里

$$\alpha = -\frac{\frac{T}{T_I} - (1+\gamma) - \frac{2T_D}{T}}{1 + \frac{T_D}{T}}, \quad \beta = -\frac{\gamma - \frac{T}{T_I} \gamma + \frac{T_D}{T}}{1 + \frac{T_D}{T}}, \quad (5)$$

$$\eta = \frac{\eta'}{K \left(1 + \frac{T_D}{T} \right)}, \quad \varepsilon = -(1+\gamma)\eta, \quad h = \gamma\eta. \quad (6)$$

现在考察学习因子 α, β 之间的关系。

由式(5)，容易推得

$$\beta = -\alpha + 1 - \frac{\frac{T}{T_I} (1-\gamma)}{1 + \frac{T_D}{T}}, \quad (7)$$

$$\beta = \frac{1}{2 + \frac{1 - \frac{T}{T_I} - \gamma + \frac{2T}{T_I} \gamma}{\gamma - \frac{T}{T_I} \gamma + \frac{T_D}{T_I}}} \alpha. \quad (8)$$

显然,式(3)的 PID “控制器”至少必须满足如下参数范围(必要条件): $T_I, T_D > 0$, $0 \leq \gamma \leq 1$, 将此参数范围代入式(7)可得 $\beta \leq -\alpha + 1$, 代入式(8)可得 $(-1/2)\alpha \leq \beta \leq 0$, 两者相交即可得到选择 α 、 β 时所必须满足的最保守的必要条件, 如图 1 中的菱形阴影区所示, 它给出了如下结论: α 、 β 选择在阴影区内不一定能使式(4)的学习算法收敛, 但若 α 、 β 选择在阴影区外则可保证此算法一定不收敛。

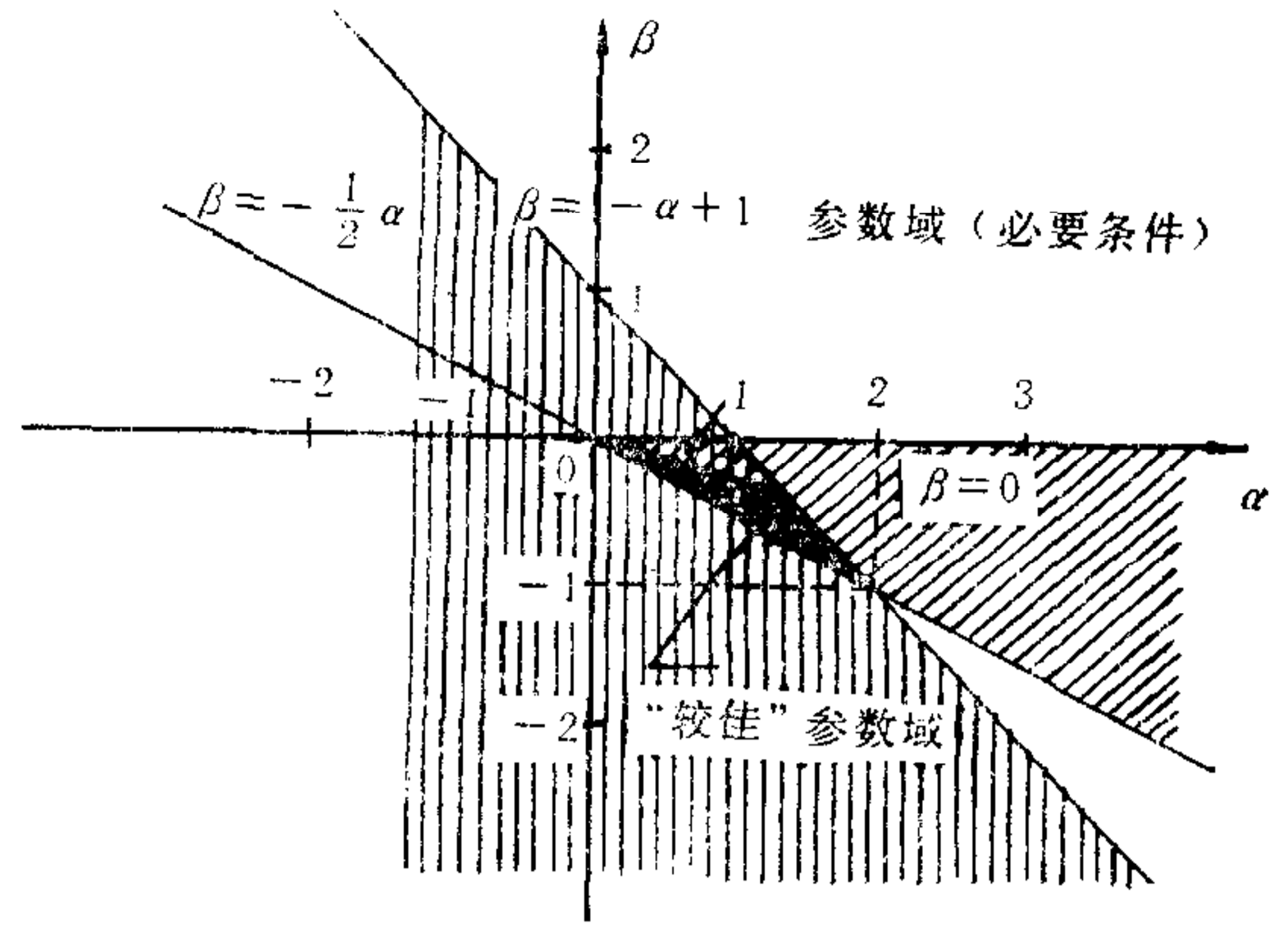


图 1 α 、 β 的收敛域(必要条件)

为了得到较好的动态品质, Ziegler 与 Nichols 提出了所谓“临界稳定测量法”, 这是一种根据实验和经验给出的 PID 参数整定法。具体步骤是^[4]: 首先仅利用 P 控制器进行比例控制; 然后逐

渐加大控制增益直到系统处于临界稳定状态, 测得此时的控制器增益 K_{max} 和振荡周期 T_p , 从而 PID 控制器的“较佳”参数可确定为: $K = 0.6K_{max}$, $T_I = T_p/2$, $T_D = T_p/8$, $\gamma = 0.2 \sim 0.5$, 它们显然满足上述参数范围。

进一步, 设 $T_p = n_p T$, 则 $T/T_I = 2/n_p$, $T_D/T = n_p/8$, 通常 $n_p = 1 \sim 100$, 若注意到 $0.2 \leq \gamma \leq 0.5$, 则将上述缩小了的参数范围再代入式(7)、(8), 经过较繁的计算即可得到 $-\alpha + 0.1111 \leq \beta \leq -\alpha + 0.9988$, $-0.3737\alpha \leq \beta \leq -0.2655\alpha$, 相应的区域如图 1 中涂黑部分, 这可认为是对应于临界稳定测量法的 α 、 β 选择的“较佳”参数域, 此时可望具有较佳的学习动态特性。

最后由式(5)、(6)可知 α 、 β 与比例增益 K 无关, 而梯度下降的步长 η 则与 K 成反比。

考虑到式(6), 式(4)的 PID 型二阶快速学习算法可进一步写为

$$\Delta w(k) = \alpha \Delta w(k-1) + \beta \Delta w(k-2) - \eta [g(k) - (1 + \gamma)g(k-1) + \gamma g(k-2)]. \tag{9}$$

3 仿真举例

以带常数项的正弦函数为例, 考虑如下训练样本集为^[2]

$$Y_i = \frac{2}{5} \sin(2\pi X_i) + \frac{1}{2}, \quad X_i = \frac{1}{20} i, i = 0, 1, \dots, 19$$

取三层前馈网络, 其中输入层、隐层和输出层的神经元个数分别为 1、10、1。初始权值取自 $(-0.5, 0.5)$ 的均匀分布。

为了进行比较, 仿真中我们同时考虑了标准 BP(SBP)、带动量项的改进型 BP(MBP) 以及本文提出的方法 (PIDBP) 等三种学习算法。

利用我们用 C 语言自行研制开发的神经网络自动生成工具, 表 1 给出了在同样的控制精度 $E_{max} = 10^{-3}$ 下, 上述三种学习算法的学习因子及相应的学习迭代次数。容易看

出, PIDBP 算法较之 SBP 可快 22 倍,相对于 MBP 也可提高 5 倍左右。

图 2 给出了 α 、 β 在图 1 中的不同区域选择时 PIDBP 算法的学习收敛性,以此证明本文理论分析的正确性。

从图中可以看出,当 $\alpha = 0.7, \beta = -0.36$ 时误差发散;当 $\alpha = 0.7, \beta = -0.05$ 时虽然收敛,但动态品质不如 $\alpha = 0.7, \beta = -0.21$ 时好,它们分别对应于图 1 中的发散区域、

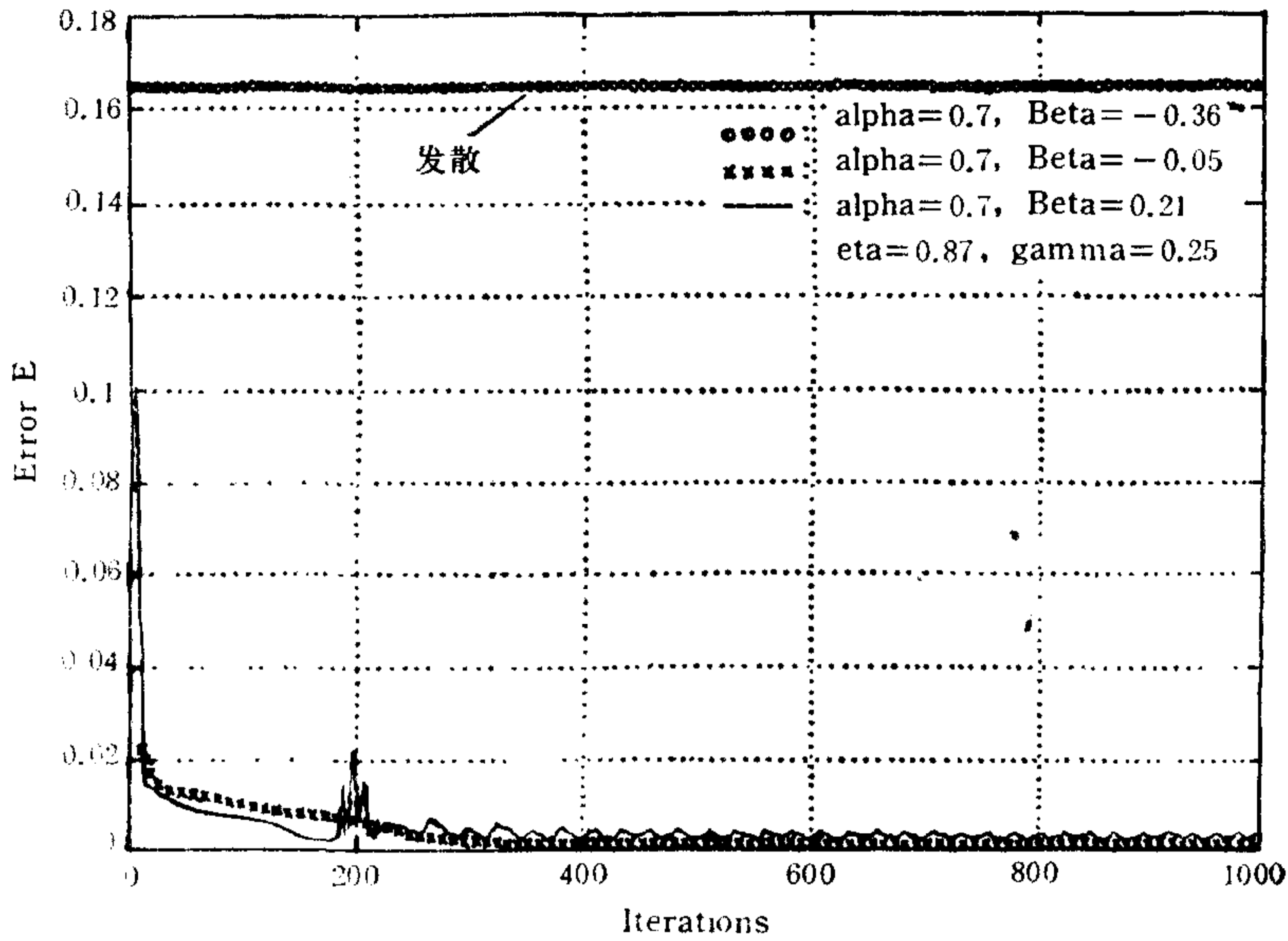


图 2 不同 α, β 值时的学习收敛性

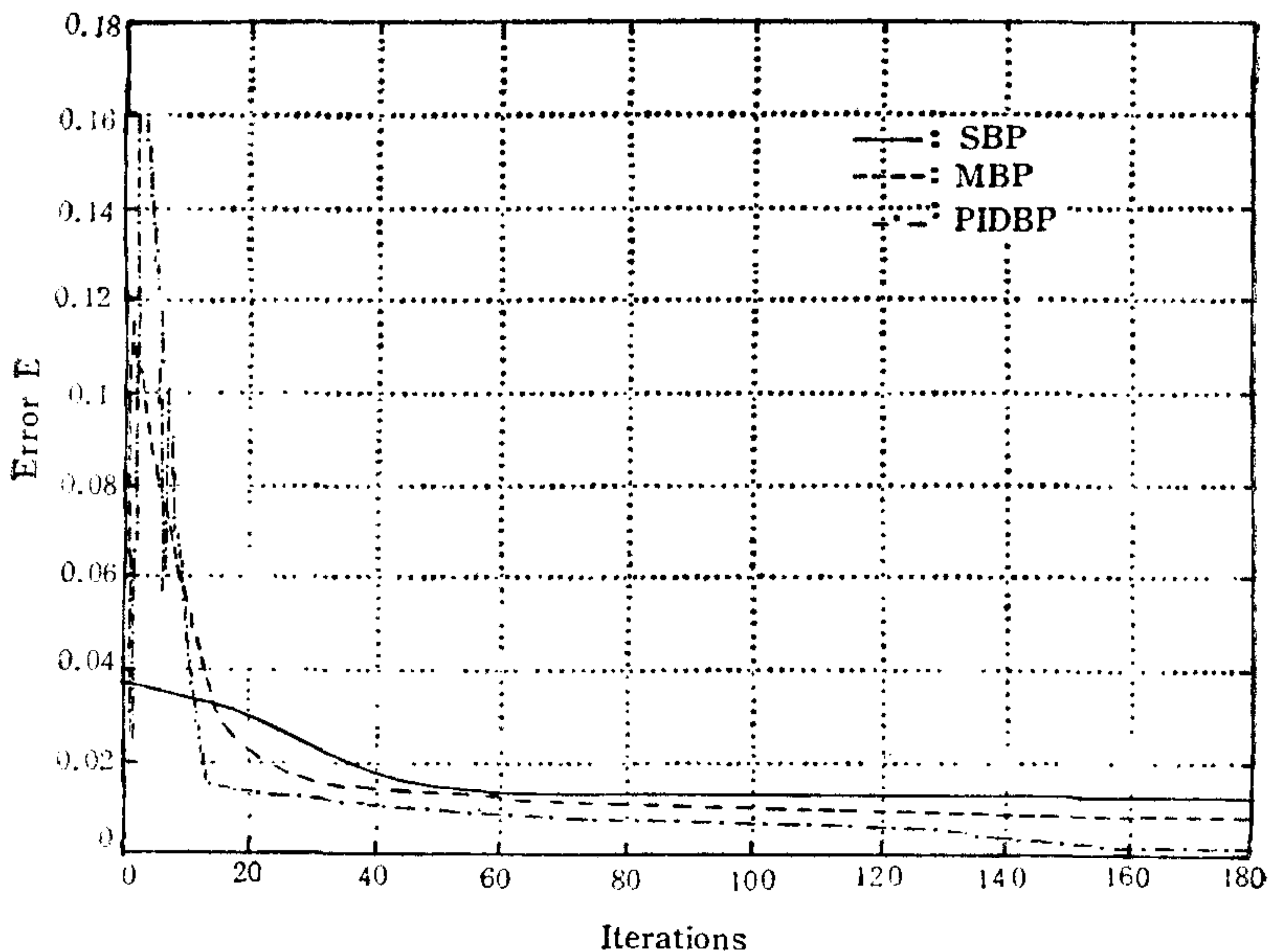


图 3 三种 BP 算法的学习动态特性

表 1 三种学习算法的学习因子及相应学习收敛速度的比较

学习算法	SBP	MBP	PIDBP
参数	$\eta = 0.87$ $\alpha = 0$	$\eta = 0.87$ $\alpha = 0.7$	$\eta = 0.87$ $\beta = -0.21$ $\alpha = 0.7$ $\gamma = 0.25$
迭代步数	1058	248	48

收敛区域与较佳区域。

图 3 进一步给出了 SBP、MBP 和 PIDBP 等三种算法的学习动态特性的比较,其结果与前述理论分析完全一致。

4 结论

本文提出了一种 PID 型的二阶快速学习算法,定量地给出了学习因子 α 、 β 选择的必要条件与较佳区域。仿真结果验证了理论分析的正确性,并且表明,利用本文的方法可使学习收敛速度大大加快。

参 考 文 献

- [1] McClelland J L. Rumelhart D E and the PDP Research Group. Parallel Distributed Processing, Vol. 1 and 2, MIT Press, (1986).
- [2] 邓志东,孙增圻,钱宗华. 多层前馈神经网络收敛性的比较研究. CWC ICIA'93, 北京: 科学出版社,1993: 500—505.
- [3] 邓志东,孙增圻. 多层前馈感知器的高阶序贯非线性 Kalman 滤波学习算法. 控制理论与应用,1994,11(3): 381—384.
- [4] 孙增圻. 计算机控制理论及应用. 北京: 清华大学出版社,1989.

SECOND ORDER FAST LEARNING ALGORITHM OF BP NEURAL NETWORK VIA PID CONTROL

DENG ZHIDONG SUN ZENGQI

(Dept. of Computer Sci. & Tech., Tsinghua University Beijing 100084)

LIU JIANWEI

(Dept. of Control Engineering, Harbin Institute of Technology Harbin 150006)

ABSTRACT

In this paper a second order fast learning algorithm of BP neural network, based on PID concepes, is proposed and a necessary condition and a good convergence region of learning parameter are derived. An example of nonlinear sine function is illustrated by simulation, which shows that the learning speed of the procedure described here is at least increased by 22 times more than the standard BP algorithm.

Key words: BP neural network, PID control, fast learning algorithm.