第21卷 第1期　　自 动 化 学 报　　Vol. 21, No. 1
1995 年 1 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Jan., 1995

研 究 简 报

非线性系统参数估计及与之对偶的自适应控制

侯忠生　　韩志刚
(东北大学自控系　沈阳　110006)　　(黑龙江大学应用数学研究所　哈尔滨　150080)

关键词: 非线性系统,参数估计算法,自适应控制算法,收敛性,对偶性.

1　引言

近十几年来，非线性系统自适应控制的研究非常活跃，提出了各种各样的模型，如 Hammerstein 模型，双线性模型，NARMAX 模型等. 然而所给出的上述各模型的自适应控制方案有的受限于模型的特殊结构[4],有的需要多项式展开及参数确定程序[3]，本文针对如下的一般的非线性系统

$$y(k+1)=f(Y(k),u(k),U(k-1),\theta(k+1),k) \tag{1}$$

研究其自适应控制问题.

其中 $y(k),u(k)$ 分别表示系统在 k 时刻的输出及输入向量，$Y(k)$, $U(k-1)$ 分别表示系统到 k 时刻及 $k-1$ 时刻为止输出及输入向量集合，$\theta(k+1)$表示模型的时变参数，$f(\cdots\cdots)$表示已知结构的一般非线性函数,简记(1)为

$$y(k+1)=f[u(k),\theta(k+1)] \tag{2}$$

文[1]中给出的参数估计算法及其对偶的自适应控制算法均有如下几个明显的缺点，首先是其中的 δ_k 的选取问题,从辨识算法及控制算法的推导中可以看出 δ_k 是由微分中值定理中的中值确定,确定极其困难，只要在线性情况下才能取 1; 其二就是象最小方差自适应控制一样,可能产生过大的控制作用,破坏受控系统本身; 再次就是其算法中的分母项有可能很小或者等于零,从而使算法本身失去作用; 最后算法对个别异常数据(由于传感器及部分元器件失灵)稳键性不好等.

自适应控制系统均是用某种参数估计算法(如最小二乘算法、投影算法等)给出参数估值，然后用设定值等于对参数及控制 $u(k)$ 均线性的模型输出，求解出最小方差或其它意义下的最优控制律,由于系统模型对控制输入 $u(k)$ 线性,故可用代数方法容易解出 $u(k)$,而对一般的模型(2)来说就必须要克服这一困难.

另外 Clarke et al 1975 年提出了广义最小方差控制律，为我们从多目标观点来 考

本文于 1992 年 1 月 23 日收到

虑控制器设计提供了一条思路,从而使自适应控制理论更加接近实现.

2 参数估计算法

参数估计算法所要考虑的目标应该是模型输出与系统的实际输出误差的平方和尽可能的小,即:

$$J_1 = [y(k+1) - f[u(k),\theta(k+1)]]^2 \tag{3}$$

然而由上述准则函数推导而出的参数估值算法对一些反常或陡变的数据（如传感器失效等引起)灵敏度大,使整个系统稳健性不好,为此;我们给出如下新的准则函数

$$J_2 = \frac{1}{2}[|y(k+1) - f[u(k),\theta(k+1)]|^2 + \mu\|\theta(k+1) - \hat{\theta}(k)\|^2] \tag{4}$$

由于项 $\mu\|\theta(k+1) - \hat{\theta}(k)\|^2$ 的引入限制了参数 θ 的过陡变化，从而增加了参数辨识算法的稳健性,同时还具有对时变参数的跟踪能力，因为仅考虑了在 $k+1$ 时刻的 $|y(k+1) - f[u(k),\theta(k+1)]|^2$,而显然地与以前各项无关.

将 $f[u(k),\theta(k+1)]$在 $\hat{\theta}(k)$ 处作 Taylor 级数一阶展开得

$$f[u(k),\theta(k+1)] \doteq f[u(k),\hat{\theta}(k)] + \nabla_{\hat{\theta}(k)} f^T[u(k),\hat{\theta}(k)] \cdot [\theta(k+1) - \hat{\theta}(k)]. \tag{5}$$

即在 $\hat{\theta}(k)$ 处用一阶线性模型去逼近原来的非线性模型. 将(5)式代入(4)式,并求 J_2 对 $\theta(k+1)$ 的极小值,即 $\frac{\partial J_2}{\partial\theta(k+1)} = 0$ 得

$$-\nabla_{\hat{\theta}(k)} f[u(k),\hat{\theta}(k)] \cdot [y(k+1) - f[u(k),\hat{\theta}(k)] - \nabla_{\hat{\theta}(k)} f^T[u(k),\hat{\theta}(k)] \cdot \Delta\hat{\theta}(k+1)] + \mu\Delta\hat{\theta}(k+1) = 0. \tag{6}$$

应用矩阵求逆引理[4]及数学整理可得:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \frac{\nabla_{\hat{\theta}(k)} f[u(k),\hat{\theta}(k)]}{\mu + \|\nabla_{\hat{\theta}(k)} f[u(k),\hat{\theta}(k)]\|^2} \cdot [y(k+1) - f[u(k),\hat{\theta}(k)]]. \tag{7}$$

式(7)就是所给出的基于新的准则函数(4),针对基本模型(2)的参数估计算法.

注 1　当所讨论的模型具有线性形式 $y(k+1) = \phi^T(k)\theta$ 时(如 ARMAX 模型),上述算法就变成改进的投影算法,当 $\mu = 0$ 时,就是投影算法[4].

注 2　μ 是 0 到 10 之间的某一常数，是权重系数，同时 μ 的大小还可以限制一般非线性系统(2)由动态线性系统(5)线性替代的范围,具有直接的物理意义.

注 3　避免了文[1—2]中分母可能出现为零的这种情况.

3 自适应控制算法

自适应控制除了要求能有良好的跟踪性能之外，还要根据实际需要使得系统的实际输入控制不应过大,这就需要在它们之间进行折衷,而且又不能产生稳定的跟踪误差. 为此考虑如下的目标函数.

$$J_3=\frac{1}{2}[(y(k+1)-y^0(k+1))^2+\lambda(u(k)-u(k-1))^2], \tag{8}$$

其中 $y^0(k+1)$ 是系统的期望输出，λ 为某一常数.

将 $y(k+1)$ 在 $u(k-1)$ 处进行一阶 Taylor 展开得

$$f[u(k),\hat{\theta}(k+1)]\doteq f[u(k-1),\hat{\theta}(k+1)]+\nabla_{u(k-1)}f[u(k-1),\hat{\theta}(k+1)]\cdot\Delta u(k). \tag{9}$$

将(9)式代入(8)式，经过与参数估计算法数学推导类似的手续，就可以得到如下的自适应控制律

$$u(k)=u(k-1)+\frac{\nabla_{u(k-1)}f[u(k-1),\hat{\theta}(k+1)]}{\lambda+\|\nabla_{u(k-1)}f[u(k-1),\hat{\theta}(k+1)]\|^2}\cdot[y^0(k+1)-f[u(k-1),\hat{\theta}(k+1)]] \tag{10}$$

上述算法就是针对基本模型(2)，与参数估计算法(7)对偶的自适应控制算法.

注 4　上述算法中，梯度的模 $\|\nabla_{u(k-1)}f[u(k-1),\hat{\theta}(k+1)]\|$ 可以设定为控制作用的开关准则.

注 5　对线性系统(如 ARMAX 模型)，此时控制律算法(10)就是广义最小方差制控律，当 $\lambda=0$ 时就是最小方差控制律.

注 6　有类似于注 1—3 的结论.

4　算法的基本性质

假设 1　基本模型(2)，$f[\cdot\cdot]$ 对 $u(k)$，$\theta(k+1)$ 均具有连续的偏导数，且系统参数是时不变的，即存在常数向量 θ_0，使得 $\theta(k+1)=\theta_0$.

令

$$F(k)=I-\frac{\nabla_{\hat{\theta}(k)}}{\mu+\|\nabla_{\hat{\theta}(k)}\|^2}\nabla^{\mathrm{T}}_{\bar{\theta}_0},$$

$$G(k+j,k)=\prod_{t=0}^{j-1}F(k+t),\ j\geqslant 1$$

$$M(k,\bar{\theta}_{0k})=I-F^{\mathrm{T}}(k)F(k),$$

$$N_l(k)=\sum_{i=0}^{l-1}G(k+i,k)^{\mathrm{T}}M(k+i,\bar{\theta}_{0k+i})G(k+i,k).$$

其中 I 表示单位矩阵，$\nabla_{\hat{\theta}(k)}$ 表示 $\nabla_{\hat{\theta}(k)}f[u(k),\hat{\theta}(k)]$，$\nabla_{\bar{\theta}_0}$ 表示梯度向量 $\nabla_{\hat{\theta}(k)}f[u(k),\cdot]$ 在 θ_0 到 $\hat{\theta}(k)$ 之间某一点处的值，l 是某一正整数.

假设 2　存在某一正整数 l 及正常数 c，使得 $N_l(k)\geqslant cI$

定理 1. 满足假设 1、2，则参数估计算法(7)所得到的 $\hat{\theta}(k+1)$ 按指数收敛于 θ_0.

证明略.

注 7　当系统是线性形式 $y(k+1)=\phi^{\mathrm{T}}(k)\theta$ 时，则上述的 $N_l(k)$ 就变成可观性 Grammian 矩阵，参见文[4]第 70 页.

注 8　对控制律算法(10)，也可以得到类似的结论.

定理 2. 假设存在正常数 ε, L，使 $f[\cdot\cdot]$ 对 u 的偏导数满足

$$\varepsilon \leqslant \|\nabla_{u(k-1)} f[\cdot, \hat{\theta}(k+1)]\| \leqslant L, \ \forall k$$

则自适应控制律算法(10)所给出的控制输入 $u(k)$使得控制误差满足下式

$$|y(k+1) - y^0(k+1)| \leqslant \left(L + \frac{\lambda + L^2}{\varepsilon^2} L\right) \cdot \|\Delta u(k)\|$$

证明略。

参　考　文　献

[1] 韩志刚．同参数对偶的自适应控制算法．控制理论与应用，1992，**9**(4)：374—379．

[2] 韩志刚．多层递阶预报方法及应用．科学出版社，1989．

[3] Sales K R, Billings S A. Self-tuning control of nonlinear ARMAX models. *Int. J. Control*, 1990, **51** (4): 753—769.

[4] Goodwin G C, Sin K S. Adaptive Filtering Prediction and Control. Englewood Cliffs, N. J., Prentice Hall, 1984.

PARAMETER ESTIMATION ALGORITHM OF NONLINEAR SYSTEMS AND ITS DUAL ADAPTIVE CONTROL

Hou Zhongsheng

(*Dept. of Automatic Control, Northeastern University Shenyang* 110006)

Han Zhigang

(*Institute of Applied Mathematics, Heilongjiang University Harbin* 150080)

Key words: nonlinear system, parameter estimation algorithm, adaptive control algorithm, convergence, duality.